Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ф. Джеймс, И. Ё. Пак, Квантовые гравитационные эффекты на границе, *ТМФ*, 2018, том 195, номер 1, 130–154

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9338>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.224.187.69

26 апреля 2023 г., 04:15:47

© 2018 г.

Ф. Джеймс*, И. Ё. Пак*

КВАНТОВЫЕ ГРАВИТАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ НА ГРАНИЦЕ

Квантовые гравитационные эффекты могут содержать в себе ключ к некоторым нерешенным проблемам теоретической физики. Проанализированы пертурбативные квантовые эффекты на границе гравитационной системы и граничные условия Дирихле, наложенные на классическом уровне. Анализ показал, что для решения типа черной дыры существует противоречие между квантовыми эффектами и граничным условием Дирихле: решение типа черной дыры, полученное из одночастично-неприводимого действия, не удовлетворяет граничным условиям Дирихле, как это можно было бы ожидать, не вдаваясь в подробности. Результатом представленного анализа также является предположение о том, что противоречие между граничным условием Дирихле и петлевыми эффектами связано с некоторым механизмом накопления информации на границе.

Ключевые слова: граничное условие Дирихле, квантовые поправки, расслоение.

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9338>

1. ВВЕДЕНИЕ

Системы с гравитацией отличаются от систем без гравитации по некоторым характерным признакам. Среди прочего они демонстрируют голографическое свойство, которое возникает из-за наличия большого числа диффеоморфных симметрий. Вместе со знаменитым соответствием АдС/КТП, наиболее значимым следствием которого была голографическая дуальность, были предложены различные виды голографии. В настоящей работе мы распространяем результаты работы [1] на удивительное противоречие, возникающее между голографическим свойством и широко используемым граничным условием Дирихле. Этот конфликт может быть связан с проблемой исчезновения информации в черной дыре [2] (см. также работы [3]–[5] для обзора).

Голографическая дуальность состоит в том, что степени свободы теории на границе отражают всю суть физики в объеме посредством своего взаимодействия с объемными модами. Приведем основной пример соответствия АдС/КТП, а именно

*Department of Applied Mathematics, Philander Smith College, Little Rock, USA.
E-mail: inyongpark05@gmail.com

соответствие $\text{AdS}_5/\text{CFT}_4$. Исходно супергравитация типа IIB и $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричная теория Янга–Миллса в пределе отсутствия взаимодействия становятся дуальными. Можно объяснить возникновение дуальности с другой точки зрения: вывести одну из этих двух теорий из другой [6]–[10]. Такой подход был подтвержден, например, в недавних работах [11], [12], где калибровочные степени свободы получались как параметры модулей решений теории гравитации. В рамках этого подхода можно понять связь между калибровочными и гравитационными степенями свободы, используя переходы между открытыми и замкнутыми струнами.

Недавно в работах [13]–[15] было предложено описывать физический сектор теории гравитации с помощью граничной гиперповерхности. Это голографическое свойство (или, другими словами, дуальность) может показаться не таким, как стандартные дуальности типа АдС/КТП. В них степени свободы калибровочной теории могут выглядеть чужеродными для исходной системы с гравитацией, в то время как степени свободы, дуальные в указанном выше смысле исходной теории гравитации, являются родственными по отношению к теории гравитации¹⁾. Однако на самом деле это не так: в обоих случаях дуальные голографические (т. е. меньшей размерности) степени свободы являются частью исходной теории гравитации. Истинная разница между дуальностью типа АдС/КТП и дуальностью, предложенной в работе [13], состоит в способе получения дуальных степеней свободы: в работе [13] их можно увидеть непосредственно в том смысле, что их получение не требует никаких преобразований, в то время как в случае соответствия АдС/КТП калибровочные степени свободы проявляются после некоторого “процесса дуализации”, включающего в себя формализм Гамильтона–Якоби [11], [12].

Уравнения движения теоретико-полевой системы – это дифференциальные уравнения в частных производных, решение которых требует наложения граничных условий. Наиболее часто используются граничные условия Дирихле и Неймана. В теории струн физические следствия из граничных условий Неймана были выведены раньше, чем следствия из граничных условий Дирихле; в квантовой теории поля и теории гравитации более широко применяются условия Дирихле (см. недавние обсуждения граничных условий в статьях [20], [21]). В свете предложений из работ [13], [15] естественным образом возникает вопрос о том, совместимо ли голографическое свойство с граничным условием Дирихле. Очевидно, что присутствие на границе активных степеней свободы и, следовательно, наличие динамических граничных полей находятся в противоречии с требованиями условия Дирихле, согласно которым поля должны затухать при подходе к границе и далее оставаться постоянными. Недавно фактически был сформулирован новый подход к динамике на границе, использующий петлевую квантовую гравитацию [22], [23], что позволило определить динамику на границе более конкретным образом, чем когда-либо ранее. Заметим, в рамках этого подхода предполагается, что для полного описания гильбертова пространства теории гравитации требуется весь набор граничных условий.

Чтобы продемонстрировать в явном виде нарушение граничных условий Дирихле, требуется сделать несколько технически весьма сложных шагов. Причины этого состоят в следующем. Во-первых, нам потребуются проанализировать решения, зависящие от пространственных и временных переменных, сначала на классическом,

¹⁾С этой точки зрения настоящая работа и статья [1] находятся в одном ряду с работами [16]–[19], предшествующими открытию соответствия АдС/КТП, в которых изучалась граничная динамика.

а затем и на квантовом уровне. Поиск таких решений является сложной задачей даже в классическом случае. Мы, следуя работе [24], будем опираться на представление решений в виде рядов. Во-вторых, вычисление одночастично-неприводимого эффективного действия, которое должно предшествовать решению уравнений движения с квантовыми поправками, представляет собой достаточно сложную задачу в случае фоновой метрики, зависящей от времени и положения в пространстве. Нетривиально даже вычисление простых функций Грина.

К счастью, мы можем избежать некоторых трудностей, поскольку они не являются существенными с точки зрения нашей цели исследовать нарушение граничных условий Дирихле. Мы можем сконцентрировать свое внимание на конечных частях расходящихся выражений. Расходящиеся части обычны для любого фона, поскольку, как ожидается, они возникают из плоского предела. Для точных пертурбативных вычислений одночастично-неприводимого действия уместно разложить его в ряд в окрестности интересующего нас фона (зависящего от временных и пространственных переменных в нашем случае) и получить функции Грина и одночастично-неприводимое действие, связанное с этим фоном²⁾.

Мы рассматриваем в качестве фона вакуум, т.е. пространство-время АдС. Мы разлагаем в его окрестности классическое действие и получаем однопетлевое одночастично-неприводимое действие. Вообще говоря, нельзя дать строгое обоснование разложения в окрестности фона АдС как первого шага в получении пертурбативного действия, которое затем используется для изучения квантовых граничных эффектов в решении, зависящем от временных и пространственных переменных. Однако, напомним, мы намерены сосредоточиться на расходимостях и далее на содержащихся в них конечных частях, для которых данная процедура корректна (поскольку расходимости присущи любому фону). Таким образом, представленная ниже процедура имеет целью обнаружить, какое влияние оказывают на границе квантовые поправки.

Мы показываем, что квантовые поправки индуцируют зависящие от времени граничные моды и тем самым приводят к нарушению граничного условия Дирихле. Последующий анализ также говорит о том, что такое нарушение нельзя интерпретировать как граничное условие Неймана. Это может свидетельствовать о существовании на границе собственной полной динамики (ниже мы сделаем дополнительные замечания об этом в связи с работами [22], [23]). Нарушение условия Дирихле на квантовом уровне, что, как мы полагаем, в общем случае имеет место для гравитационных систем, влечет важные следствия для парадокса исчезновения информации в черной дыре. Накопление информации на границе с помощью некоторого механизма должно отвечать за это нарушение. Мы увидим, что объемные моды частично зависят от граничных мод – эта черта не присуща классическому анализу из-за того, что в нем взято граничное условие Дирихле.

Статья организована следующим образом. В разделе 2 мы приводим обзор некоторых понятий, чтобы подготовить почву для анализа в последующих разделах. В разделе 3 в случае системы с четырехмерной скалярной гравитацией АдС мы пересчитываем различные существенные петлевые диаграммы и получаем контрчлены. Далее мы в основном применяем стандартную процедуру ковариантного квантования и ограничиваем петлевой анализ одной петлей. Используется размерная регуляризация. В разделе 4 мы иллюстрируем идею нарушения граничного условия

²⁾Выбор фона не имеет значения, если можно учесть все непертурбативные вклады.

Дирихле на примере решения, которое рассматривалось в разделе 2, но теперь на квантовом уровне. Мы проверяем ренормируемость системы, в общих чертах описывая ренормировочную процедуру и применяя к конечным частям обобщенную модифицированную схему минимальных вычитаний (схему MS). В результате в решении появляются квантовые поправки. Как мы увидим, решение с такими поправками действительно нарушает граничное условие Дирихле, наложенное в классической задаче. Мы даем комментарии по поводу механизма накопления информации на границе. В разделе 5 приводятся итоговые замечания и направления будущих исследований. Приложение А содержит исходные соглашения и обозначения. Некоторые детали вычислений можно найти в приложении Б.

2. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В этом разделе мы закладываем основу решения основной задачи, которая рассматривается в разделах 3 и 4, где мы анализируем влияние петлевых поправок на классическое решение задачи с граничным условием Дирихле. Мы рассматриваем следующую систему со скалярной гравитацией [24]–[27]:

$$S = \int d^3x \sqrt{-g} \left[R + \frac{6}{L^2} - \frac{1}{2}(\partial_\mu \zeta)^2 - \frac{1}{2}m^2 \zeta^2 \right], \quad m^2 = -\frac{2}{L^2}. \quad (1)$$

2.1. Разложение в ряд и функции Грина. Начнем с сектора гравитации (члены, отвечающие космологической постоянной, здесь не выписываются)

$$S_g = \frac{1}{\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} R. \quad (2)$$

Совершим сдвиг метрики относительно невозмущенной метрики $g_{0\mu\nu}$ [28], [29]: положим $g_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu} + \tilde{g}_{\text{в}\mu\nu}$, где $\tilde{g}_{\text{в}\mu\nu} \equiv \varphi_{\text{в}\mu\nu} + g_{0\mu\nu}$, а $\varphi_{\text{в}\mu\nu}$ и $h_{\mu\nu}$ обозначают фоновое поле и флуктуацию. Получим ³⁾

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_g = \sqrt{-\tilde{g}} \Big(& -\frac{1}{2} \tilde{\nabla}_\gamma h^{\alpha\beta} \tilde{\nabla}^\gamma h_{\alpha\beta} + \frac{1}{4} \tilde{\nabla}_\gamma h^\alpha_\alpha \tilde{\nabla}^\gamma h^\beta_\beta + h_{\alpha\beta} h_{\gamma\delta} \tilde{R}^{\alpha\gamma\beta\delta} - \\ & - h_{\alpha\beta} h^\beta_\gamma \tilde{R}^{\kappa\alpha\gamma}_\kappa + h^\alpha_\alpha h_{\beta\gamma} \tilde{R}^{\beta\gamma} - \frac{1}{2} h^{\alpha\beta} h_{\alpha\beta} \tilde{R} + \frac{1}{4} h^\alpha_\alpha h^\beta_\beta \tilde{R} + \dots \Big), \end{aligned} \quad (3)$$

где многоточием обозначены вклады, значимые только в высших порядках петлевого разложения. Тильдами помечены фоновые величины, построенные из $\tilde{g}_{\text{в}\mu\nu}$. Разложение скалярного сектора теории задается как

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\zeta = & -\frac{1}{2} \sqrt{-g} g^{\mu\nu} (\partial_\mu \zeta) (\partial_\nu \zeta) - \frac{m^2}{2} \sqrt{-g} \zeta^2 = \\ = & -\frac{1}{2} \sqrt{-\tilde{g}_\text{в}} \left[\tilde{g}_\text{в}^{\mu\nu} - h^{\mu\nu} + \frac{1}{2} h \tilde{g}_\text{в}^{\mu\nu} + h^{\mu\rho} h^\nu_\rho + \right. \\ & \left. + \frac{1}{8} \tilde{g}_\text{в}^{\mu\nu} (h^2 - 2h_{\rho\sigma} h^{\rho\sigma}) - \frac{1}{2} h h^{\mu\nu} + \dots \right] (\partial_\mu \zeta) (\partial_\nu \zeta) - \\ & - \frac{m^2}{2} \sqrt{-\tilde{g}_\text{в}} \left[1 + \frac{1}{2} h + \frac{1}{8} (h^2 - 2h_{\rho\sigma} h^{\rho\sigma}) + \dots \right] \zeta^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Ниже мы также рассматриваем сдвиг $\zeta \rightarrow \zeta_\text{в} + \zeta$ скалярного поля.

³⁾Мы не пишем общий множитель $1/\kappa'^2$, где $\kappa'^2 \equiv 2\kappa^2$.

Скалярный случай. Рассмотрим фоновую метрику АдС в координатах Пуанкаре,

$$ds^2 = \frac{1}{z^2} (dz^2 + (dx^m)^2),$$

и функцию Грина (или фейнмановский пропагатор) для такого фона. Функция Грина скалярной части удовлетворяет уравнению

$$(\nabla_{0\mu} \nabla_0^\mu - m^2) G_s = \frac{i}{\sqrt{-g}} \delta(x - y), \quad (5)$$

и ее можно записать в замкнутом виде как [30]–[33]

$$G_s = i \frac{2^{-\Delta} C_\Delta}{2\Delta - d} \xi^\Delta F\left(\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2} + \frac{1}{2}; \Delta - \frac{d}{2} + 1; \xi^2\right), \quad (6)$$

где F – гипергеометрическая функция и (ниже $z = (z_0, \vec{z})$ и аналогично для w)

$$\xi = \frac{2z_0 w_0}{z_0^2 + w_0^2 + (\vec{z} - \vec{w})^2}, \quad C_\Delta = \frac{\Gamma(\Delta)}{\pi^{d/2} \Gamma(\Delta - d/2)}. \quad (7)$$

Параметр Δ связан с массой равенством $m^2 = \Delta(\Delta - d)$, т. е.

$$\Delta_\pm = \frac{d}{2} \pm \sqrt{\frac{d^2}{4} + m^2}.$$

В рассматриваемом четырехмерном скалярном случае $d = 3$, $\Delta = 1$, $m^2 = -2$. Регуляризованное значение $C_1 = -\pi^2/2$.

Гравитон. Пропагатор гравитона, ассоциированный с бесследовой флуктуационной модой [29], [34], задается как

$$\langle h_{\mu\nu}(x_1) h_{\rho\sigma}(x_2) \rangle = P_{\mu\nu\rho\sigma} \Delta(x_1 - x_2), \quad (8)$$

где $\Delta(x_1 - x_2) = G_s(x_1 - x_2)$ есть функция Грина для скалярного случая, тензор $P_{\mu\nu\rho\sigma}$ имеет вид

$$\begin{aligned} P_{\mu\nu\rho\sigma} &\equiv \frac{1}{2} \left(\tilde{g}_{\nu\mu\rho} \tilde{g}_{\nu\sigma} + \tilde{g}_{\nu\mu\sigma} \tilde{g}_{\nu\rho} - \frac{1}{2} \tilde{g}_{\nu\mu\nu} \tilde{g}_{\rho\sigma} \right) \simeq \\ &\simeq \frac{1}{2} \left(g_{0\mu\rho} g_{0\nu\sigma} + g_{0\mu\sigma} g_{0\nu\rho} - \frac{1}{2} g_{0\mu\nu} g_{0\rho\sigma} \right); \end{aligned} \quad (9)$$

в правой части (9) стоит ведущий порядок $\varphi_{\nu\mu\nu}$ -разложения для $P_{\mu\nu\rho\sigma}$. Заметим, что тензор $P_{\mu\nu\rho\sigma}$ является бесследовым по отношению к индексам $(\mu\nu)$ и $(\rho\sigma)$ (в сущности явное утверждение о необходимости использования бесследового пропагатора было сделано в книге [35], о которой мы недавно узнали).

2.2. Классическое решение. Чтобы решить систему (1), рассмотрим следующий анзац для метрики [24]:

$$ds^2 = -\frac{1}{z^2} [F(t, z) dt^2 + 2 dt dz] + \Phi^2(t, z) (dx^2 + dy^2), \quad \zeta = \zeta(t, z),$$

где

$$\begin{aligned} F(t, z) &= F_0(t) + F_1(t)z + F_2(t)z^2 + F_3(t)z^3 + \dots, \\ \Phi(t, z) &= \frac{1}{z} + \Phi_0(t) + \Phi_1(t)z + \Phi_2(t)z^2 + \Phi_3(t)z^3 + \dots, \\ \zeta(t, z) &= \zeta_0(t) + \zeta_1(t)z + \zeta_2(t)z^2 + \zeta_3(t)z^3 + \dots. \end{aligned} \quad (10)$$

Как отмечено в работе [24], существует остаточная калибровочная симметрия $1/z \rightarrow 1/z + g(t)$. Вследствие этого компонента Φ_0 может быть зафиксирована калибровкой, и классическая геометрия в объеме остается одной и той же независимо от выбора калибровки (см. подробнее об этом ниже). Если положить $\Phi_0 = 0$, что согласуется с граничным условием Дирихле, и подставить это в полевые уравнения, то для нескольких первых мод мы получим

$$\begin{aligned} \zeta_0 &= 0, & F_0 &= 1, \\ F_1 &= 0, & \Phi_1 &= -\frac{1}{8}\dot{\zeta}_1^2, & F_2 &= -\frac{1}{4}\dot{\zeta}_1^2, & \Phi_2 &= -\frac{1}{6}\dot{\zeta}_1\dot{\zeta}_2, \\ \zeta_3 &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\dot{\zeta}_1^2\dot{\zeta}_1 + 2\dot{\zeta}_2\right), \\ \Phi_3 &= \frac{1}{96}\left[-\frac{11}{4}\dot{\zeta}_1^4 - 8\dot{\zeta}_2^2 - 12\dot{\zeta}_1\dot{\zeta}_2\right], & \dot{F}_3 &= -\frac{1}{2}\dot{\zeta}_1\dot{\zeta}_2 + \frac{1}{2}\dot{\zeta}_1\ddot{\zeta}_2. \end{aligned} \quad (11)$$

Значения $\zeta_0 = 0$, $F_0 = 1$ также согласуются с граничными условиями Дирихле, наложенными на соответствующие поля. Как мы увидим в разделе 4, такая согласованность окажется под угрозой на квантовом уровне, как только мы учтем пертурбативные петлевые эффекты, что приведет к нарушению условия Дирихле.

3. ОДНОПЕТЛЕВОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ

Чтобы получить квантовые поправки к полевым уравнениям, следует сначала рассчитать разнообразные однопетлевые диаграммы и получить одночастично-неприводимое действие с помощью пропагаторов из предыдущего раздела. Полевые уравнения с квантовыми поправками вытекают стандартным образом из вариации действия. При расчетах в данном разделе мы придерживаемся соглашений из работы [36] (помимо использования бесследового гравитонного пропагатора [29], [34]⁴⁾).

Мы используем размерную регуляризацию и концентрируемся на расходимостях, приходящих из гамма-функции $\Gamma(\varepsilon)$, $\varepsilon = 2 - D/2$. Гамма-функцию можно разложить в ряд

$$\Gamma(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon} - \gamma + \dots, \quad (12)$$

где γ – постоянная Эйлера. Хотя ренормировка устраняет расходящиеся части, после этого конечные слагаемые остаются произвольными: они фиксируются схемой ренормировки. Мы сосредоточим свое внимание на этих конечных частях. Например, схема MS устраняет член $1/\varepsilon$, после чего в (12) остается конечная часть. В размерной регуляризации часто используется модифицированная схема MS (схема $\overline{\text{MS}}$); она устраняет член $1/\varepsilon$ и дополнительно конечные части (такие, как γ

⁴⁾Как уже упоминалось, необходимость условия $h = 0$ отсутствия следа ранее отмечалась в литературе (например, в [35]).

и $\ln 4\pi$). Мы используем обобщенную схему $\overline{\text{MS}}$ и оставляем неопределенными конечные части.

Чтобы вычислить одночастично-неприводимое действие в рамках теории возмущений, хорошо бы разложить действие в окрестности интересующего нас фона и получить функцию Грина и одночастично-неприводимое действие, связанное с этим фоном. Однако, ввиду большой сложности такой задачи, можно применить сокращенный подход: рассмотреть в качестве фона вакуум, т. е. пространство-время АдС и разложить классическое действие в окрестности фона, после чего найти одночастично-неприводимое действие. Так как расходимости должны прийти из плоского предела, а далее мы ищем расходимости, ассоциированные с $\Gamma(\varepsilon)$ (и, наконец, конечные части, содержащиеся в $\Gamma(\varepsilon)$), можно рассмотреть предел плоского пространства АдС и изучить поведение разложения в ведущем порядке (см. детали в приложении Б). В финале нашего анализа получаются результаты, идентичные тем, которые можно вывести путем применения метода фонового поля, с самого начала считая пространство плоским. Мы подробно показываем это ниже на примере одной из диаграмм и проводим анализ остальных расходимостей в прочих диаграммах, используя плоскую фоновую метрику.

В петлевом разложении все однопетлевые слагаемые присутствуют с одной и той же степенью постоянной Планка $\hbar$, которую мы не пишем. Некоторые из рассмотренных диаграмм содержат более высокие степени гравитационной постоянной. Мы рассматриваем их, чтобы показать, что ренормировочная процедура может быть расширена на порядки по κ , следующие за ведущим. Поскольку наше внимание сосредоточено на расходимостях, в диаграммах ниже мы рассматриваем плоский фон (как показано в приложении Б, вычисление с использованием в качестве фона пространства АдС дает те же результаты).

3.1. Секторы, содержащие скаляры.

Диаграммы со скалярными петлями. Существуют три диаграммы с двумя внешними гравитонными линиями (см. рис. 1). Одна из двух существенных вершин диаграммы на рис. 1 получается из соотношения

$$-\frac{1}{2}\sqrt{-g}g^{\mu\nu}(\partial_\mu\zeta)(\partial_\nu\zeta) \rightarrow -\frac{1}{2}\sqrt{-\tilde{g}_\text{в}}\left[\tilde{g}_\text{в}^{\mu\nu} - h^{\mu\nu} + \frac{1}{2}h\tilde{g}_\text{в}^{\mu\nu} + h^{\mu\rho}h^\nu_\rho + \right. \\ \left. + \frac{1}{8}\tilde{g}_\text{в}^{\mu\nu}(h^2 - 2h_{\rho\sigma}h^{\rho\sigma}) - \frac{1}{2}hh^{\mu\nu} + \dots\right](\partial_\mu\zeta)(\partial_\nu\zeta).$$

Здесь существенным слагаемым является

$$-\frac{1}{2}\sqrt{-\tilde{g}_\text{в}}\tilde{g}_\text{в}^{\mu\nu}(\partial_\mu\zeta)(\partial_\nu\zeta) \rightarrow V_{\varphi_\text{в}\partial\zeta\partial\zeta} \equiv \frac{1}{2}\varphi_\text{в}^{\mu\nu}(\partial_\mu\zeta)(\partial_\nu\zeta).$$

Другая вершина получается из массового члена:

$$-\frac{m^2}{2}\sqrt{-g}\zeta^2 \rightarrow -\frac{m^2}{2}\sqrt{-\tilde{g}_\text{в}}\left[1 + \frac{1}{2}h + \frac{1}{8}(h^2 - 2h_{\rho\sigma}h^{\rho\sigma}) + \dots\right]\zeta^2. \quad (13)$$

Здесь существенным слагаемым является

$$-\frac{m^2}{2}\sqrt{-\tilde{g}_\text{в}}\zeta^2 \rightarrow V_{\varphi_\text{в}\zeta\zeta} \equiv -\frac{m^2}{4}\varphi_\text{в}\zeta^2. \quad (14)$$

Рис. 1. Диаграммы со скалярной петлей.

Рис. 2. Диаграммы со скалярными и гравитонными линиями.

Однако эта вершина не играет роли, потому что мы имеем фиксацию калибровки в следовой моде φ_B [29]. Диаграммы на рис. 1а и 1б исчезают по той же причине: внешние гравитонные линии содержат вершину $V_{\varphi_B\zeta\zeta}$, и след флуктуации метрики φ_B с помощью калибровки фиксируется как нулевой. Коррелятор на рис. 1в задается выражением

$$-\frac{1}{2} \left\langle \int V_{\varphi_B \partial\zeta \partial\zeta} \int V_{\varphi_B \partial\zeta \partial\zeta} \right\rangle = -\frac{1}{8} \iint \varphi_B^{\rho\sigma} \varphi_B^{\rho'\sigma'} \langle (\partial_\rho \zeta \partial_\sigma \zeta) (\partial_{\rho'} \zeta \partial_{\sigma'} \zeta) \rangle, \quad (15)$$

что приводит, например в соответствии со схемой $\overline{\text{MS}}$, к следующему однопетлевому контрчлену:

$$\Delta\mathcal{L} = \frac{\Gamma(\varepsilon)}{(4\pi)^2} \frac{1}{120} \left(\frac{1}{2} \tilde{R}^2 + \tilde{R}_{\alpha\beta} \tilde{R}^{\alpha\beta} \right). \quad (16)$$

Диаграммы, содержащие и скалярные, и гравитонные линии. Такие диаграммы изображены на рис. 2. С учетом сдвига $\zeta \rightarrow \zeta_B + \zeta$ скалярного поля одна из существенных вершин получается из

$$-\frac{1}{2} \sqrt{-g} g^{\mu\nu} (\partial_\mu \zeta) (\partial_\nu \zeta) \rightarrow -\frac{1}{2} \sqrt{-\tilde{g}_B} \left[\tilde{g}_B^{\mu\nu} - h^{\mu\nu} + \frac{1}{2} h \tilde{g}_B^{\mu\nu} + h^{\mu\rho} h_\rho^\nu + \right. \\ \left. + \frac{1}{8} \tilde{g}_B^{\mu\nu} (h^2 - 2h_{\rho\sigma} h^{\rho\sigma}) - \frac{1}{2} h h^{\mu\nu} + \dots \right] (\partial_\mu \zeta_B) (\partial_\nu \zeta_B).$$

Здесь существенным слагаемым является

$$V_{hh \partial\zeta_B \partial\zeta_B} \equiv -\frac{1}{2} \sqrt{-g_0} \left[h^{\mu\rho} h_\rho^\nu - \frac{1}{4} g_0^{\mu\nu} (h_{\rho\sigma} h^{\rho\sigma}) \right] (\partial_\mu \zeta_B) (\partial_\nu \zeta_B). \quad (17)$$

Аналогично значимой вершиной в разложении

$$-\frac{m^2}{2} \sqrt{-g} \zeta^2 \rightarrow -\frac{m^2}{2} \sqrt{-\tilde{g}_B} \left[1 + \frac{1}{2} h + \frac{1}{8} (h^2 - 2h_{\rho\sigma} h^{\rho\sigma}) + \dots \right] \zeta_B^2 \quad (18)$$

является

$$V_{hh\zeta_B\zeta_B} \equiv \frac{m^2}{8} \sqrt{-g_0} h_{\rho\sigma} h^{\rho\sigma} \zeta_B^2. \quad (19)$$

Разлагая выражение (3), получаем

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \partial_\gamma h^{\alpha\beta} \partial^\gamma h_{\alpha\beta} + \frac{1}{4} \partial_\gamma h_\alpha^\alpha \partial^\gamma h_\beta^\beta + \mathcal{L}_{V_I} + \mathcal{L}_{V_{II}} + \mathcal{L}_{V_{III}}, \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{V_I} &= (2\eta^{\beta\beta'} \tilde{\Gamma}^{\alpha'\gamma\alpha} - \eta^{\alpha\beta} \tilde{\Gamma}^{\alpha'\gamma\beta'}) \partial_\gamma h_{\alpha\beta} h_{\alpha'\beta'}, \\ \mathcal{L}_{V_{II}} &= \left[\frac{1}{2} (\eta^{\alpha\alpha'} \eta^{\beta\beta'} \varphi^{\gamma\gamma'} + \eta^{\beta\beta'} \eta^{\gamma\gamma'} \varphi^{\alpha\alpha'} + \eta^{\alpha\alpha'} \eta^{\gamma\gamma'} \varphi^{\beta\beta'}) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{4} \varphi \eta^{\alpha\alpha'} \eta^{\beta\beta'} \eta^{\gamma\gamma'} - \frac{1}{2} \eta^{\gamma\gamma'} \eta^{\alpha'\beta'} \varphi^{\alpha\beta} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} \left(-\varphi^{\gamma\gamma'} + \frac{1}{2} \varphi \eta^{\gamma\gamma'} \right) \eta^{\alpha\beta} \eta^{\alpha'\beta'} \right] \partial_\gamma h_{\alpha\beta} \partial_{\gamma'} h_{\alpha'\beta'}, \\ \mathcal{L}_{V_{III}} &= \sqrt{-\tilde{g}} \left(h_{\alpha\beta} h_{\gamma\delta} \tilde{R}^{\alpha\gamma\beta\delta} - h_{\alpha\beta} h_\gamma^\beta \tilde{R}^{\kappa\alpha\gamma}_\kappa + h_\alpha^\alpha h_{\beta\gamma} \tilde{R}^{\beta\gamma} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} h^{\alpha\beta} h_{\alpha\beta} \tilde{R} + \frac{1}{4} h_\alpha^\alpha h_\beta^\beta \tilde{R} \right). \end{aligned} \quad (21)$$

Первые две вершины приходят из первой линии в (3) (разделение на $\mathcal{L}_{V_I}$ и $\mathcal{L}_{V_{II}}$ сделано для удобства расчетов в пакете **Mathematica**). Вершина $\mathcal{L}_{V_{III}}$ есть просто третья линия в (3).

Диаграмма на рис. 2а дает исчезающий результат, следовательно, нет необходимости ее рассматривать. Что касается диаграммы на рис. 2б, то ее расчет дает

$$\begin{aligned} \frac{i^2}{2} \left\langle 2 \int (\mathcal{L}_{V_I}(x) + \mathcal{L}_{V_{II}}(x) \mathcal{L}_{V_{III}}(x)) \int V_{hh\zeta_B\zeta_B}(x') \right\rangle = \\ = \frac{m^2}{16} \iint \zeta_B^2 ((\mathcal{L}_{V_I} + \mathcal{L}_{V_{II}} + \mathcal{L}_{V_{III}})(h^2 - 2h_{\mu\nu} h^{\mu\nu})). \end{aligned} \quad (22)$$

В результате получаем

$$\Delta\mathcal{L} = \kappa'^2 \frac{m^2}{16} \frac{\Gamma(\varepsilon)}{(4\pi)^2} (-9\tilde{R}) \zeta_B^2 = -\kappa'^2 \frac{\Gamma(\varepsilon)}{(4\pi)^2} \frac{9m^2}{16} \zeta_B^2 \tilde{R}. \quad (23)$$

Заметим, что данное выражение имеет более высокий порядок по κ^2 , чем чисто гравитационные диаграммы, рассматриваемые ниже; это окажется важным, когда мы будем рассматривать ренормировку в нескольких порядках по κ , следующих за ведущим (см. раздел 4).

3.2. Сектор чистой гравитации. Поскольку мы рассматриваем гравитонные внешние линии, ограничим наш анализ диаграммами, содержащими не более двух гравитонных линий. Имеются две такие диаграммы, изображенные на рис. 3.

Рис. 3. Сектор гравитации: петля гравитона (а) и петля духа (б).

Рис. 4. Диаграммы с четырьмя внешними скалярными линиями.

Путем громоздких алгебраических вычислений можно показать, что общий однопетлевой контрчлен в, например, схеме $\overline{\text{MS}}$ задается как [29]

$$\Delta\mathcal{L} = \frac{1}{2} \frac{\Gamma(\epsilon)}{(4\pi)^2} \left[\frac{41}{60} \tilde{R}_{\mu\nu} \tilde{R}^{\mu\nu} + \frac{27}{40} \tilde{R}^2 \right]. \quad (24)$$

3.3. Диаграммы с четырьмя внешними скалярными линиями. Существуют три диаграммы, приходящие с множителем κ^4 (см. рис. 4). Вычисления для диаграммы на рис. 4а для плоской фоновой метрики таковы⁵⁾: мы имеем

$$\begin{aligned} \frac{i^2}{2} \left\langle \int V_{hh} \partial_{\zeta_B} \partial_{\zeta_B}(x) \int V_{hh} \partial_{\zeta_B} \partial_{\zeta_B}(x') \right\rangle &= -\frac{1}{8} \int_u \sqrt{-g_0} \int_v \sqrt{-g_0} \times \\ &\times \left\langle \left(h^{\mu\rho} h_{\rho}^{\nu} - \frac{1}{4} g_0^{\mu\nu} h_{\rho\sigma} h^{\rho\sigma} \right) \left(h^{\mu'\rho'} h_{\rho'}^{\nu'} - \frac{1}{4} g_0^{\mu'\nu'} h_{\rho'\sigma'} h^{\rho'\sigma'} \right) \partial_{\mu} \zeta_B \partial_{\nu} \zeta_B \partial_{\mu'} \zeta_B \partial_{\nu'} \zeta_B \right\rangle, \end{aligned}$$

где $g_0^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu}$. Выражение в правой части равенства можно переписать как

$$\begin{aligned} &-\frac{1}{8} \int_u \sqrt{-g_0} \int_v \sqrt{-g_0} \partial_{\mu} \zeta_B \partial_{\nu} \zeta_B \partial_{\mu'} \zeta_B \partial_{\nu'} \zeta_B \times \\ &\times \left(g_0^{\kappa_1\mu} g_0^{\kappa_4\nu} g_0^{\kappa_2\kappa_3} - \frac{1}{4} g_0^{\mu\nu} g_0^{\kappa_1\kappa_3} g_0^{\kappa_2\kappa_4} \right) \left(g_0^{\kappa'_1\mu'} g_0^{\kappa'_4\nu'} g_0^{\kappa'_2\kappa'_3} - \frac{1}{4} g_0^{\mu'\nu'} g_0^{\kappa'_1\kappa'_3} g_0^{\kappa'_2\kappa'_4} \right) \times \\ &\times \langle h_{\kappa_1\kappa_2} h_{\kappa_3\kappa_4} h_{\kappa'_1\kappa'_2} h_{\kappa'_3\kappa'_4} \rangle = \\ &= -\frac{1}{8} \int_u \sqrt{-g_0} \int_v \sqrt{-g_0} \partial_{\mu} \zeta_B \partial_{\nu} \zeta_B \partial_{\mu'} \zeta_B \partial_{\nu'} \zeta_B \Delta(u, v) \Delta(u, v) \times \\ &\times \left(g_0^{\kappa_1\mu} g_0^{\kappa_4\nu} g_0^{\kappa_2\kappa_3} - \frac{1}{4} g_0^{\mu\nu} g_0^{\kappa_1\kappa_3} g_0^{\kappa_2\kappa_4} \right) \left(g_0^{\kappa'_1\mu'} g_0^{\kappa'_4\nu'} g_0^{\kappa'_2\kappa'_3} - \frac{1}{4} g_0^{\mu'\nu'} g_0^{\kappa'_1\kappa'_3} g_0^{\kappa'_2\kappa'_4} \right) \times \\ &\times (P_{\kappa_1\kappa_2\kappa'_1\kappa'_2} P_{\kappa_3\kappa_4\kappa'_3\kappa'_4} + P_{\kappa_1\kappa_2\kappa'_3\kappa'_4} P_{\kappa_3\kappa_4\kappa'_1\kappa'_2}). \quad (25) \end{aligned}$$

⁵⁾Вычисления для фоновой метрики АдС можно найти в приложении Б. Здесь мы приводим более подробные расчеты, чтобы сравнить их с расчетами в случае фона АдС.

Заметим, что

$$\begin{aligned} & \left(g_0^{\kappa_1\mu} g_0^{\kappa_4\nu} g_0^{\kappa_2\kappa_3} - \frac{1}{4} g_0^{\mu\nu} g_0^{\kappa_1\kappa_3} g_0^{\kappa_2\kappa_4} \right) \left(g_0^{\kappa'_1\mu'} g_0^{\kappa'_4\nu'} g_0^{\kappa'_2\kappa'_3} - \frac{1}{4} g_0^{\mu'\nu'} g_0^{\kappa'_1\kappa'_3} g_0^{\kappa'_2\kappa'_4} \right) \times \\ & \quad \times (P_{\kappa_1\kappa_2\kappa'_1\kappa'_2} P_{\kappa_3\kappa_4\kappa'_3\kappa'_4} + P_{\kappa_1\kappa_2\kappa'_3\kappa'_4} P_{\kappa_3\kappa_4\kappa'_1\kappa'_2}) = \\ & = \frac{1}{16} \eta^{\mu\nu} \eta^{\mu'\nu'} + \frac{1}{16} \eta^{\mu\nu} \eta^{\mu'\nu'} - \frac{5}{16} \eta^{\mu\mu'} \eta^{\nu\nu'}, \end{aligned} \quad (26)$$

тогда выражение (25) принимает вид

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{8} \int_u \sqrt{-g_0} \int_v \sqrt{-g_0} \partial_\mu \zeta_B \partial_\nu \zeta_B \partial_{\mu'} \zeta_B \partial_{\nu'} \zeta_B \Delta(u, v) \Delta(u, v) \times \\ & \quad \times \left(\frac{1}{16} \eta^{\mu\nu} \eta^{\mu'\nu'} + \frac{1}{16} \eta^{\mu\nu} \eta^{\mu'\nu'} - \frac{5}{16} \eta^{\mu\mu'} \eta^{\nu\nu'} \right). \end{aligned} \quad (27)$$

После перехода в импульсное пространство и вычисления интеграла в импульсной петле это дает

$$\Delta\mathcal{L} = \kappa'^4 \frac{3}{16} \frac{\Gamma(\varepsilon)}{(4\pi)^2} (\partial\zeta_B)^4. \quad (28)$$

Можно проверить, что результат, полученный в случае плоской фоновой метрики, совпадает с результатом для фона АдС из приложения Б.

Вычисление остальных диаграмм на рис. 4 проводится следующим образом. Как оказывается, коррелятор на рис. 4б исчезает в силу тензорной структуры:

$$\begin{aligned} & \frac{i^2}{2} \cdot 2 \left\langle \int V_{hh} \partial\zeta_B \partial\zeta_B \int V_{hh} \zeta_B \zeta_B \right\rangle = \\ & = \frac{1}{16} m^2 \iint \partial_\mu \zeta_B \partial_\nu \zeta_B \zeta_B^2 \left\langle \left(h^{\mu\rho} h_\rho^\nu - \frac{1}{4} \eta^{\mu\nu} h_{\rho\sigma} h^{\rho\sigma} \right) h_{\rho'\sigma'} h^{\rho'\sigma'} \right\rangle = 0. \end{aligned} \quad (29)$$

Коррелятор на рис. 4в задается как

$$\frac{i^2}{2} \iint \langle V_{hh} \zeta_B \zeta_B V_{hh} \zeta_B \zeta_B \rangle = -\frac{1}{128} m^4 \iint \zeta_B^2 \zeta_B^2 \langle h_{\rho\sigma} h^{\rho\sigma} h_{\rho'\sigma'} h^{\rho'\sigma'} \rangle. \quad (30)$$

Расчеты с этим коррелятором дают следующий контрчлен:

$$\Delta\mathcal{L} = \frac{9}{64} \kappa'^4 m^4 \zeta_B^4. \quad (31)$$

До сих пор для вычисления различных однопетлевых контрчленов мы использовали схему минимальных вычитаний. Схема, которой мы на самом деле пользуемся в следующем разделе при выводе полевых уравнений с квантовыми поправками, является обобщенной схемой $\overline{\text{MS}}$. В итоге члены в одночастично-неприводимом действии мы делаем конечными, вычитая контрчлены из соответствующих расходимостей. Проиллюстрируем эту процедуру на примере рис. 1 и 3, в которых форма контрчленов одинаковая. В обобщенной схеме $\overline{\text{MS}}$ конечные члены, получающиеся путем вычитания контрчленов из расходимостей, можно записать как $e_2 \tilde{R}^2 + e_3 \tilde{R}_{\mu\nu} \tilde{R}^{\mu\nu}$, где постоянные e_2 , e_3 фиксируются выбором конкретной ренормировки.

4. НАРУШЕНИЕ УСЛОВИЯ ДИРИХЛЕ

Прежде чем приступить к исследованию граничного условия, проверим однопетлевую ренормируемость нашей системы; мы также убедимся, что вопрос перенормируемости не ставит под угрозу наше наблюдение о нарушении граничного условия, по крайней мере в одной петле⁶⁾.

Фактически переопределение поля, необходимое для обоснования ренормируемости, уже показывает (или, по меньшей мере, намекает), что имеется противоречие между граничным условием Дирихле и квантовыми поправками. Существование такой метрики также означает, что представление решения в виде ряда и вытекающие из анализа этого представления выводы остаются верными в более высоких порядках петлевого разложения и разложения по κ . Рассчитанные в предыдущем разделе расходимости можно устранить путем следующего переопределения поля:

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu} \rightarrow g_{\mu\nu} + \kappa^2 [& l_0 g_{\mu\nu} + l_1 g_{\mu\nu} R + l_2 R_{\mu\nu} + l_3 g_{\mu\nu} (\partial\zeta)^2 + l_4 \partial_\mu \zeta \partial_\nu \zeta + l_5 g_{\mu\nu} \zeta^2 + \\ & + \kappa^2 (l_6 R \partial_\mu \zeta \partial_\nu \zeta + l_7 R_{\mu\nu} (\partial\zeta)^2 + l_8 R_{\mu\nu} \zeta^2 + l_9 g_{\mu\nu} R (\partial\zeta)^2 + \\ & + l_{10} g_{\mu\nu} R^{\alpha\beta} \partial_\alpha \zeta \partial_\beta \zeta + l_{11} R^{\alpha}{}_{\mu\nu}{}^\beta \partial_\alpha \zeta \partial_\beta \zeta + l_{12} g_{\mu\nu} R \zeta^2) + \\ & + \kappa^4 (l_{13} g_{\mu\nu} (\partial\zeta)^4 + l_{14} \partial_\mu \zeta \partial_\nu \zeta (\partial\zeta)^2 + l_{15} g_{\mu\nu} \zeta^4 + \\ & + l_{16} g_{\mu\nu} (\partial\zeta)^2 \zeta^2 + l_{17} \partial_\mu \zeta \partial_\nu \zeta \zeta^2) + \dots], \end{aligned} \quad (32)$$

где коэффициенты l_i выбираются так, чтобы устранить расходимости. Как мы увидим далее, заслуживает внимания следующая особенность ренормировочной процедуры: ключевую роль играет член с космологической постоянной.

Если подставить классическое решение из (10), то сдвинутая часть вышеприведенной метрики содержит слагаемые без степеней переменной z и, следовательно, зависящие от времени граничные члены. Это говорит о том, что новое решение не удовлетворяет граничным условиям Дирихле (ниже мы вскоре покажем, что этот факт подтверждается с другой стороны).

То, что расходимости можно устранить путем переопределения поля (32), становится понятно из следующих рассуждений. При таком переопределении сумма члена Эйнштейна–Гильберта и члена с космологической постоянной преобразуется как

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\kappa^2} \sqrt{-g} R - \frac{1}{\kappa^2} 2\Lambda \sqrt{-g} \rightarrow \\ & \rightarrow \sqrt{-g} \left[-2 \left(\frac{\Lambda}{\kappa^2} + \frac{\delta\Lambda}{\kappa^2} - 2 \frac{\delta\kappa}{\kappa^3} \Lambda + 2l_0 \kappa^2 \Lambda \right) + \left(\frac{1}{\kappa^2} - 2 \frac{\delta\kappa}{\kappa^3} + l_0 - \Lambda(4l_1 + l_2) \right) R + \right. \\ & + \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right) R^2 - l_2 R_{\mu\nu}^2 - 4\Lambda l_5 \zeta^2 - \Lambda(4l_3 + l_4) (\partial\zeta)^2 + \\ & + (l_5 - \Lambda \kappa^2 (l_8 + 4l_{12})) \zeta^2 R + \left(l_3 + \frac{l_4}{2} - \Lambda \kappa^2 (l_6 + l_7 + 4l_9) \right) R (\partial\zeta)^2 - \\ & - (l_4 + \Lambda \kappa^2 (4l_{10} - l_{11})) R^{\alpha\beta} \partial_\alpha \zeta \partial_\beta \zeta + \kappa^2 \left(l_{10} - \frac{l_{11}}{2} - l_6 \right) R R^{\alpha\beta} \partial_\alpha \zeta \partial_\beta \zeta + \\ & \left. + \kappa^2 \left(\frac{l_8}{2} + l_{12} \right) \zeta^2 R^2 - \kappa^2 l_{11} R^{\mu\nu} R^{\alpha}{}_{\mu\nu}{}^\beta \partial_\alpha \zeta \partial_\beta \zeta - \kappa^2 l_7 R_{\alpha\beta}^2 (\partial\zeta)^2 - \right] \end{aligned}$$

⁶⁾ Некоторые из результатов этого раздела получены в соавторстве с В.-Н. Lee и К.-В. Lee.

$$\begin{aligned}
& -\kappa^2 l_8 R_{\alpha\beta}^2 \zeta^2 + \kappa^2 \left(\frac{l_6}{2} + \frac{l_7}{2} + l_9 \right) R^2 (\partial\zeta)^2 - \\
& - \Lambda \kappa^4 (4l_{13} + l_{14}) (\partial\zeta)^4 - 4\Lambda \kappa^4 l_{15} \zeta^4 - \Lambda \kappa^4 (4l_{16} + l_{17}) \zeta^2 (\partial\zeta)^2 + \\
& + \kappa^4 \left(l_{13} + \frac{l_{14}}{2} \right) (\partial\zeta)^4 R + \kappa^4 l_{15} \zeta^4 R + \kappa^4 \left(l_{16} + \frac{l_{17}}{2} \right) \zeta^2 (\partial\zeta)^2 R - \\
& - \kappa^4 l_{14} R^{\mu\nu} \partial_\mu \zeta \partial_\nu \zeta (\partial\zeta)^2 - \kappa^4 l_{17} R^{\mu\nu} \zeta^2 \partial_\mu \zeta \partial_\nu \zeta \Big]. \tag{33}
\end{aligned}$$

Сдвиг материального члена таков:

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2} \sqrt{-g} (\partial\zeta)^2 - \frac{1}{2} \sqrt{-g} m^2 \zeta^2 \rightarrow \\
& \rightarrow \sqrt{-g} \left[-\frac{1}{2} (1 + \kappa^2 l_0) (\partial\zeta)^2 - \frac{1}{2} m^2 (1 + \kappa^2 l_0) \zeta^2 + \right. \\
& + \frac{1}{2} \kappa^2 l_2 R_{\alpha\beta} \partial^\alpha \zeta \partial^\beta \zeta - \kappa^2 \left(\frac{l_1}{2} + \frac{l_2}{4} \right) R (\partial\zeta)^2 - \kappa^2 m^2 \left(l_1 + \frac{l_2}{4} \right) R \zeta^2 - \\
& - m^2 \kappa^2 l_5 \zeta^4 + \kappa^2 \left(-\frac{l_3}{2} + \frac{l_4}{4} \right) (\partial\zeta)^4 - \kappa^2 \left(\frac{l_5}{2} + m^2 \left(l_3 + \frac{l_4}{4} \right) \right) \zeta^2 (\partial\zeta)^2 + \\
& + \left(\frac{l_6}{4} - \frac{l_7}{4} - \frac{l_9}{2} \right) R (\partial\zeta)^4 - \kappa^4 \left(\frac{l_8}{4} + \frac{l_{12}}{2} + m^2 \left(\frac{l_6}{4} + \frac{l_7}{4} + l_9 \right) \right) R \zeta^2 (\partial\zeta)^2 + \\
& + \kappa^4 \left(-\frac{l_{10}}{2} + \frac{l_{11}}{4} + \frac{l_7}{2} \right) R^{\alpha\beta} (\partial\zeta)^2 \partial_\alpha \zeta \partial_\beta \zeta + \\
& + \kappa^4 \left(\frac{l_8}{2} - m^2 l_{10} + m^2 \frac{l_{11}}{4} \right) R^{\alpha\beta} \zeta^2 \partial_\alpha \zeta \partial_\beta \zeta + \\
& \left. + \frac{1}{2} \kappa^4 l_{11} R^{\alpha}{}_{\mu\nu}{}^{\beta} \partial_\alpha \zeta \partial_\beta \zeta \partial^\mu \zeta \partial^\nu \zeta - m^2 \kappa^4 \left(\frac{l_8}{4} + l_{12} \right) R \zeta^4 \right]. \tag{34}
\end{aligned}$$

Полный сдвинутый лагранжиан есть сумма выражений (33) и (34):

$$\begin{aligned}
& \sqrt{-g} \left(\frac{1}{\kappa^2} (R - 2\Lambda) - \frac{1}{2} (\partial\zeta)^2 - \frac{1}{2} m^2 \zeta^2 \right) \rightarrow \\
& \rightarrow \sqrt{-g} \left[-2 \left(\frac{\Lambda}{\kappa^2} + \frac{\delta\Lambda}{\kappa^2} - 2 \frac{\delta\kappa\Lambda}{\kappa^3} + 2l_0 \kappa^2 \Lambda \right) + \left(\frac{1}{\kappa^2} - 2 \frac{\delta\kappa}{\kappa^3} + l_0 - \Lambda (4l_1 + l_2) \right) R + \right. \\
& + \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right) R^2 - l_2 R_{\mu\nu}^2 + \left(-\frac{1}{2} (1 + \kappa^2 l_0) - \Lambda (4l_3 + l_4) \right) (\partial\zeta)^2 + \\
& + \left(-\frac{1}{2} m^2 (1 + \kappa^2 l_0) - 4\Lambda l_5 \right) \zeta^2 + \left(l_5 - \Lambda \kappa^2 (l_8 + 4l_{12}) - \kappa^2 m^2 \left(l_1 + \frac{l_2}{4} \right) \right) R \zeta^2 + \\
& + \left(l_3 + \frac{l_4}{2} - \Lambda \kappa^2 (l_6 + l_7 + 4l_9) - \kappa^2 \left(\frac{l_1}{2} + \frac{l_2}{4} \right) \right) R (\partial\zeta)^2 + \\
& + \left(-l_4 - \Lambda \kappa^2 (4l_{10} - l_{11}) + \frac{1}{2} \kappa^2 l_2 \right) R^{\alpha\beta} \partial_\alpha \zeta \partial_\beta \zeta + \\
& + \left(-\Lambda \kappa^4 (4l_{13} + l_{14}) + \kappa^2 \left(-\frac{l_3}{2} + \frac{l_4}{4} \right) \right) (\partial\zeta)^4 + \left(-4\Lambda \kappa^4 l_{15} - m^2 \kappa^2 l_5 \right) \zeta^4 - \\
& - \kappa^2 \left(\frac{l_5}{2} + m^2 \left(l_3 + \frac{l_4}{4} \right) + \Lambda \kappa^2 (4l_{16} + l_{17}) \right) \zeta^2 (\partial\zeta)^2 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \kappa^4 \left(-m^2 \left(\frac{l_8}{4} + l_{12} \right) + l_{15} \right) R \zeta^4 + \kappa^4 \left(l_{13} + \frac{l_{14}}{2} + \left(\frac{l_6}{4} - \frac{l_7}{4} - \frac{l_9}{2} \right) \right) R (\partial \zeta)^4 + \\
 & + \kappa^4 \left(l_{16} + \frac{l_{17}}{2} - \frac{l_8}{4} - \frac{l_{12}}{2} - m^2 \left(\frac{l_6}{4} + \frac{l_7}{4} + l_9 \right) \right) R \zeta^2 (\partial \zeta)^2 + \\
 & + \kappa^4 \left(-l_{14} - \frac{l_{10}}{2} + \frac{l_{11}}{4} + \frac{l_7}{2} \right) R^{\alpha\beta} (\partial \zeta)^2 \partial_\alpha \zeta \partial_\beta \zeta + \\
 & + \kappa^4 \left(-l_{17} + \frac{l_8}{2} - m^2 l_{10} + m^2 \frac{l_{11}}{4} \right) R^{\alpha\beta} \zeta^2 \partial_\alpha \zeta \partial_\beta \zeta + \\
 & + \frac{1}{2} \kappa^4 l_{11} R^{\alpha}_{\mu\nu}{}^\beta \partial_\alpha \zeta \partial_\beta \zeta \partial^\mu \zeta \partial^\nu \zeta + \\
 & + \kappa^2 \left(l_{10} - \frac{l_{11}}{2} - l_6 \right) R R^{\alpha\beta} \partial_\alpha \zeta \partial_\beta \zeta + \kappa^2 \left(\frac{l_8}{2} + l_{12} \right) \zeta^2 R^2 - \\
 & - \kappa^2 l_{11} R^{\mu\nu} R^{\alpha}_{\mu\nu}{}^\beta \partial_\alpha \zeta \partial_\beta \zeta - \kappa^2 l_7 R^2_{\alpha\beta} (\partial \zeta)^2 - \\
 & - \kappa^2 l_8 R^2_{\alpha\beta} \zeta^2 + \kappa^2 \left(\frac{l_6}{2} + \frac{l_7}{2} + l_9 \right) R^2 (\partial \zeta)^2 \Big]. \tag{35}
 \end{aligned}$$

Последующую ренормировку можно схематично представить следующим образом (у нас нет цели точно рассчитать возникшие выше коэффициенты). Сдвиг космологической постоянной имеет вид

$$\frac{\Lambda}{\kappa^2} + \frac{\delta \Lambda}{\kappa^2} - 2 \frac{\delta \kappa \Lambda}{\kappa^3} + 2 l_0 \kappa^2 \Lambda, \tag{36}$$

а для коэффициента при R можно задать значения, выбранные в соответствии с условиями ренормировки, и эти условия будут определять $\delta \Lambda$ и $\delta \kappa$ в терминах других величин. Коэффициенты при R^2 и $R^2_{\alpha\beta}$ должны находиться в согласии с результатами расчета диаграмм на рис. 3: мы имеем $l_1 + l_2/2 = e_2$ и $-l_2 = e_3$, следовательно, $l_1 = e_2 + e_3/2$ и $l_2 = -e_3$. Эти равенства справедливы с точностью до выбора схемы и условий ренормировки. Краткий анализ коэффициентов при $R(\partial \zeta)^2$, $R^{\alpha\beta} \partial_\alpha \zeta \partial_\beta \zeta$ и $R \zeta^2$ показывает, что

$$l_3 = \mathcal{O}(\kappa^2), \quad l_4 = \mathcal{O}(\kappa^2), \quad l_5 = \mathcal{O}(\kappa^2). \tag{37}$$

Точнее говоря, коэффициенты при $R(\partial \zeta)^2$ и $R^{\alpha\beta} \partial_\alpha \zeta \partial_\beta \zeta$ следует положить равными нулю, а коэффициент при $R \zeta^2$ должен соответствовать результату для диаграммы 2б:

$$\begin{aligned}
 l_4 + \Lambda \kappa^2 (4l_{10} - l_{11}) + \frac{1}{2} \kappa^2 l_2 &= 0, \quad l_3 + \frac{l_4}{2} - \Lambda \kappa^2 (l_6 + l_7 + 4l_9) - \kappa^2 \left(\frac{l_1}{2} + \frac{l_2}{4} \right) = 0, \\
 l_5 - \Lambda \kappa^2 (l_8 + 4l_{12}) - \kappa^2 m^2 \left(l_1 + \frac{l_2}{4} \right) &= -2 \kappa^2 \frac{\Gamma(\varepsilon)}{(4\pi)^2} \frac{9m^2}{16}.
 \end{aligned}$$

Эти соотношения можно рассматривать как ограничения, связывающие коэффициенты $l_6, \dots, l_{12}$.

Слагаемые в седьмой и восьмой строчках выражения (35) (с множителями $(\partial \zeta)^4$, ζ^4 и $\zeta^2 (\partial \zeta)^2$) должны находиться в согласии с диаграммами на рис. 4. Слагаемые в последующих пяти строчках требуют расчета диаграмм, изображенных на рис. 5.

Рис. 5. Диаграммы с одной метрической и четырьмя скалярными линиями.

В последних трех строках выражения (35) становятся значимыми слагаемые, обозначенные многоточием в соотношении (32), и следует рассмотреть диаграммы с двумя внешними гравитонными и двумя скалярными линиями. Мы не будем проводить эти расчеты в явном виде⁷⁾.

Интересной особенностью приведенного выше анализа является то, что для ренормируемости важно наличие члена с космологической постоянной. Эта особенность, как мы предполагаем, остается и в случае более сложных систем, таких как скалярная система Эйнштейна–Максвелла.

Теперь, когда мы вкратце описали процедуру ренормировки, вернемся к основной проблеме настоящей статьи: нарушению граничного условия Дирихле. Теперь мы можем выписать однопетлевое действие с поправками, пользуясь результатами раздела 3. Одночастично-неприводимое действие состоит из классической и квантовой частей (здесь мы не пишем индексы В и тильды, как в предыдущих разделах):

$$S = \frac{1}{\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} \left[R + \frac{6}{L^2} \right] - \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} (\partial_\mu \zeta)^2 + \frac{1}{2} m^2 \zeta^2 \right] + \\ + \frac{1}{\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} [e_1 \kappa^4 R \zeta^2 + e_2 \kappa^2 R^2 + e_3 \kappa^2 R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} + e_4 \kappa^6 (\partial \zeta)^4 + e_5 \kappa^6 \zeta^4]. \quad (38)$$

Рассмотрим уравнения для метрики и скалярного поля, которые вытекают из (38):

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} - \frac{3}{L^2} g_{\mu\nu} - \\ - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \left(-\frac{1}{2} \kappa^2 (\partial_\mu \zeta)^2 - \frac{1}{2} m^2 \kappa^2 \zeta^2 + \right. \\ \left. + e_1 \kappa^4 R \zeta^2 - 2e_1 \kappa^4 \nabla^2 \zeta^2 + e_2 \kappa^2 R^2 - 4e_2 \kappa^2 \nabla^2 R + \right. \\ \left. + e_3 \kappa^2 R_{\alpha\beta} R^{\alpha\beta} - e_3 \kappa^2 \nabla^2 R + e_4 \kappa^6 (\partial \zeta)^4 + e_5 \kappa^6 \zeta^4 \right) - \\ - \frac{1}{2} \kappa^2 \partial_\mu \zeta \partial_\nu \zeta + e_1 \kappa^4 R_{\mu\nu} \zeta^2 - e_1 \kappa^4 \nabla_\mu \nabla_\nu \zeta^2 + 2e_2 \kappa^2 R R_{\mu\nu} - 2e_2 \kappa^2 \nabla_\mu \nabla_\nu R - \\ - 2e_3 \kappa^2 R_{\kappa_1 \mu \nu \kappa_2} R^{\kappa_1 \kappa_2} - e_3 \kappa^2 \nabla_\mu \nabla_\nu R + e_3 \kappa^2 \nabla^2 R_{\mu\nu} + 2e_4 \kappa^6 \partial_\mu \zeta \partial_\nu \zeta (\partial \zeta)^2 = 0, \\ \nabla^2 \zeta - m^2 \zeta + 2e_1 \kappa^2 R \zeta - 4e_4 \kappa^4 \left[\nabla^2 \zeta (\partial \zeta)^2 + 2 \nabla_\alpha \zeta (\nabla^\alpha \nabla^\beta \zeta) \nabla_\beta \zeta \right] + 4e_5 \kappa^4 \zeta^3 = 0. \quad (39)$$

⁷⁾ Дополнительные слагаемые в сдвиге метрики такие, как слагаемые с $R_{\mu\nu} \zeta^4$, $g_{\mu\nu} R \zeta^4$, должны быть включены в члены в (32), обозначенные многоточием, если распространить рассуждения на высшие порядки по κ , в которых эти диаграммы становятся существенными.

Теперь можно записать решение как сумму классической части и квантовых поправок. Рассмотрим следующие ряды для решения, содержащие квантовые поправки:

$$\begin{aligned}
 F(t, z) &= F_0(t) + F_1(t)z + F_2(t)z^2 + F_3(t)z^3 + \dots + \\
 &\quad + F_0^h(t) + F_1^h(t)z + F_2^h(t)z^2 + F_3^h(t)z^3 + \dots, \\
 \Phi(t, z) &= \frac{1}{z} + \Phi_0(t) + \Phi_1(t)z + \Phi_2(t)z^2 + \Phi_3(t)z^3 + \dots + \\
 &\quad + \frac{\Phi_{-1}^h(t)}{z} + \Phi_0^h(t) + \Phi_1^h(t)z + \Phi_2^h(t)z^2 + \Phi_3^h(t)z^3 + \dots, \\
 \zeta(t, z) &= \zeta_0(t) + \zeta_1(t)z + \zeta_2(t)z^2 + \zeta_3(t)z^3 + \dots + \\
 &\quad + \zeta_0^h(t) + \zeta_1^h(t)z + \zeta_2^h(t)z^2 + \zeta_3^h(t)z^3 + \dots.
 \end{aligned} \tag{40}$$

Как и в работе [24], можно прежде всего рассмотреть случай $\Phi_0(t) = 0$, наложив аналогичное условие на его квантовые партнеры:

$$\Phi_0(t) = 0, \quad \Phi_0^h(t) = 0. \tag{41}$$

Как мы говорили выше, можно задействовать остаточную калибровочную симметрию, чтобы фиксировать компоненту $\Phi_0(t)$, при этом условие $\Phi_0(t) = 0$ из работы [24] согласовано с учетом фиксации калибровки с граничным условием Дирихле. На квантовом уровне ситуация становится более деликатной по следующим причинам. Во-первых, сдвиг координаты $1/z \rightarrow 1/z + g(t)$ сводится к введению другого листа. Хорошо известно и недавно было доказано в контексте граничной теории [22], [23], что расслоение имеет значение на квантовом уровне: оно приводит к эффектам, зависящим от наблюдателя. Во-вторых, вообще говоря, фиксацию калибровки необходимо проводить в согласии с той физикой, которую мы намерены изучать. Одним из способов является, например, рассмотрение физической модели с другим граничным условием $\Phi_0(t) = f(t)$, где $f(t)$ – фиксированная ненулевая функция. Если бы условие $\Phi_0(t) = 0$ было настоящей фиксацией калибровки на квантовом уровне, в чем мы сомневаемся, то было бы возможно доказать независимость от выбора калибровки точно так же, как доказывается независимость от параметра, например, в фейнмановской калибровке в теории Максвелла⁸⁾.

Анализ выражений (39) на классическом уровне воспроизводит результаты (11). Они схожи с результатами работы [24], где был проанализирован случай комплексного скалярного поля. Интересно, однако, что квантовая динамика налагает ограничения на ζ_1 , ζ_2 , и в результате оказывается, что⁹⁾

$$\zeta_1(t) = 0, \quad \zeta_2(t) = 0. \tag{42}$$

⁸⁾Еще одна причина аккуратного обращения с фиксацией моды $\Phi_0(t)$ на квантовом уровне состоит в следующем. В настоящей работе показано, что присутствуют однопетлевые (и многопетлевые) квантовые моды Φ_0^h . В КТП калибровка фиксируется на классическом уровне, и далее при переходе на квантовый уровень поправки в нее не вносятся. Другими словами, чтобы заставить решение с квантовыми поправками подчиняться условию Дирихле, необходимо устранить путем калибровочного преобразования однопетлевую моду, такую как Φ_0^h , в результате удаляются не только Φ_0 , но и Φ_0^h . Это не то, что обычно делают: калибровка не подстраивается на квантовом уровне рассмотрения, а только фиксируется, как в классике, и далее мы работаем с ней. Это, конечно, означает, как мы и предположили, что решение с квантовыми поправками более не удовлетворяет условию Дирихле. Из этих соображений мы налагаем на квантовом уровне условие $\Phi_0(t) = 0$ как часть анзаца, согласованного с граничным условием Дирихле.

⁹⁾Это также верно в комплексном скалярном случае.

При этом все моды в (11) (кроме F_0) исчезают, и классическая часть метрики определяет не зависящее от времени пространство-времени АдС с черной дырой. Это является весьма интригующим: не поддерживается классическое зависящее от времени решение типа черной дыры. Далее мы имеем еще больше следствий. Для квантовых мод получаем, что

$$\zeta_0^h = 0, \quad F_0^h = 0, \quad \Phi_1^h = 0, \quad F_1^h = -2\dot{\Phi}_{-1}^h, \quad \Phi_2^h = 0, \quad F_2^h = 0, \quad \zeta_3^h = \dot{\zeta}_2^h. \quad (43)$$

Присутствие моды Φ_{-1}^h влечет, что решение с квантовыми поправками уже не удовлетворяет условию Дирихле (дальнейшие замечания см. в заключении) и при этом ничто не может быть интерпретировано как граничное условие типа Неймана. Мы рассмотрим этот вопрос ниже. Из того, что существует решение с ненулевым Φ_{-1}^h , следует, что мы имеем необычное граничное условие, которое еще нужно обнаружить. Предположительно, это должно быть граничное условие, продиктованное удалением поверхностных членов высших порядков путем введения членов Гиббонса-Хокинга [37]. Такая процедура отражает нетривиальную динамику на границе и сохранение на границе информации, поскольку от этой динамики зависит поведение объемных мод.

Далее мы проводим анализ в случае, когда не наложены условия (41): пусть

$$\Phi_0(t) \neq 0, \quad \Phi_0^h(t) \neq 0. \quad (44)$$

Даже в этом случае нам не удастся избежать соотношений (42), и мы получаем следующие результаты: для классических мод¹⁰⁾

$$\begin{aligned} F_0 &= 1, \quad \zeta_0 = 0, \quad \Phi_1 = -\frac{1}{8}\zeta_1^2 = 0, \quad F_1 = 2\Phi_0, \\ \Phi_2 &= 0, \quad F_2 = \frac{1}{4}(4F_0\Phi_0^2 - \zeta_1^2 - 8\dot{\Phi}_0), \\ \dot{F}_3 &= 0, \quad \zeta_3 = 0, \quad \Phi_3 = 0, \quad F_4 = -F_3\Phi_0, \quad \zeta_4 = 0, \quad \Phi_4 = 0; \end{aligned} \quad (45)$$

для квантовых мод

$$\begin{aligned} \zeta_0^h &= 0, \quad F_0^h = 0, \quad \Phi_1^h = 0, \quad F_1^h = 2(-\Phi_0(t)\Phi_{-1}^h - \dot{\Phi}_{-1}^h + \Phi_0^h), \\ \Phi_2^h &= 0, \quad F_2^h = -2(-\Phi_{-1}^h\dot{\Phi}_0 + \Phi_0^2\Phi_{-1}^h - \Phi_0\Phi_0^h + \dot{\Phi}_0^h), \\ \zeta_3^h &= \Phi_0\dot{\zeta}_1^h + \zeta_1^h\dot{\Phi}_0 - \zeta_1^h\Phi_0^2 - 2\zeta_2^h\Phi_0 + \dot{\zeta}_2^h, \quad \dot{F}_3^h = -3F_3\dot{\Phi}_{-1}^h, \quad \Phi_3^h = 0, \\ F_4^h &= F_3\Phi_0\Phi_{-1}^h - F_3\Phi_0^h - F_3^h\Phi_0, \\ \Phi_4^h &= -3e_2F_3\Phi_0^2 + 3e_2F_5 - 2e_3F_3\Phi_0^2 + 2e_3F_5, \\ \zeta_4^h &= 4e_1\zeta_4 - \frac{1}{6}F_3\zeta_1^h - 3\Phi_0^2\dot{\zeta}_1^h - 3\Phi_0(t)\dot{\zeta}_2^h - 3\zeta_1^h\Phi_0\dot{\Phi}_0 + \frac{4}{3}\dot{\zeta}_1^h\dot{\Phi}_0 + \\ &\quad + \frac{2}{3}\Phi_0\ddot{\zeta}_1^h + \frac{2}{3}\zeta_1^h\ddot{\Phi}_0 + 2\zeta_1^h\Phi_0^3 + 3\zeta_2^h\Phi_0^2 + \frac{2}{3}\ddot{\zeta}_2^h. \end{aligned} \quad (46)$$

Заметим, что на квантовом уровне моды ζ_1^h и ζ_2^h в отличие от своих классических партнеров не связаны.

¹⁰⁾Эти результаты получены с помощью программы `diffgeo.m.` в пакете `Mathematica`.

Решение имеет ненулевые зависящие от времени составляющие на границе,

$$\Phi_0(t) \neq 0, \quad \Phi_0^h(t) \neq 0, \quad \Phi_{-1}^h(t) \neq 0, \quad (47)$$

и это влечет, что теперь оно не удовлетворяет на квантовом уровне граничному условию Дирихле. Проверим, не удовлетворяет ли оно ненароком условию Неймана. Вариация члена Эйнштейна–Гильберта¹¹⁾ дает следующие граничные члены:

$$\int d^4x \sqrt{-g} \nabla^\alpha [\nabla^\beta \delta g_{\alpha\beta} - \nabla_\alpha (g^{\kappa_1\kappa_2} \delta g_{\kappa_1\kappa_2})]. \quad (48)$$

Стандартная методика состоит в том, что мы добиваемся сокращения этих слагаемых путем добавления члена Гиббонса–Хокинга [37]. Затем налагается граничное условие Дирихле (даже если не осталось граничных членов, так как уравнения движения, являющиеся дифференциальными уравнениями в частных производных, требуют задания граничных условий). Предположим, что член Гиббонса–Хокинга не добавляется. В этом случае нужно убедиться, что граничные члены исчезают при наложении иного граничного условия (не условия Дирихле). Второе слагаемое в (48) – это след, поэтому его рассмотрением можно пренебречь [34]. Сконцентрируем свое внимание на величине

$$\int d^4x \sqrt{-g} \nabla^\alpha \nabla^\beta \delta g_{\alpha\beta}.$$

Поскольку граница определяется значением координаты z , это выражение дает

$$\int d^3y \sqrt{-g} \nabla_\beta \delta g^{z\beta}.$$

Заметим, что

$$\nabla_\beta \delta g^{z\beta} = \partial_\beta \delta g^{z\beta} + \Gamma_{\beta\lambda}^z \delta g^{\lambda\beta} + \Gamma_{\beta\lambda}^\beta \delta g^{z\lambda}.$$

Необходимо проверить, как ведет себя это выражение в пределе $z \rightarrow 0$ после умножения на множитель $\sqrt{-g}$ порядка $1/z^4$. Обратная метрика и символы Кристоффеля имеют порядок z^2 и $1/z$ соответственно, поэтому поведение решения на границе не может управляться граничным условием типа Неймана. Это говорит о том, что граница имеет собственную полную динамику, которая не определяется просто граничным условием. Это, по-видимому, находится в контексте дуальности АдС/КТП.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной работе мы рассмотрели вопрос о том, можно ли распространить согласованное с классическими уравнениями граничное условие Дирихле на квантовый уровень. Для исследования этой проблемы требуется анализ решения с квантовыми поправками, которое зависит от временных и пространственных переменных. Как упомянуто во введении, при решении нашей задачи можно избежать некоторых технических трудностей: эти технические детали необходимы для более

¹¹⁾Для полноты изложения нужно проверить также все поверхностные члены, возникающие в квантовых поправках к действию (38). Эти слагаемые, может быть, сократятся с обобщенными граничными членами, если обобщить стандартную процедуру. Обсуждение связанных с этим вопросов можно найти в работах [38], [39].

точного определения коэффициентов $e_1, \dots, e_5$ в (38), включая расчет истинных конечных частей различных фейнмановских диаграмм. Другими словами, для точного расчета петлевых интегралов необходимо использовать реальный пропагатор, ассоциированный с рассматриваемым классическим решением. Однако поправочные члены в действии (38) имеют достаточно общий вид, и точное определение коэффициентов необязательно для демонстрации эффектов квантовой гравитации на границе. Кроме того, требуется задание схемы и условий ренормировки, чтобы полностью фиксировать коэффициенты $e_1, \dots, e_5$. Решение этой задачи мы отложим до следующих публикаций.

Мы получили одночастично-неприводимое действие, разложив его в традиционной точке вакуума АдС и взяв плоский предел. Эта процедура также может рассматриваться как взятие предела плоского пространства-времени в самом решении, зависящем от временных и пространственных координат. Затем из полученного действия мы вывели полевые уравнения. Анализ этих уравнений привел нас к заключению о противоречии между граничным условием Дирихле и квантовыми эффектами. Можно сделать так, что решение будет удовлетворять условию Дирихле, положив равными нулю моды $\Phi_0(t)$, $\Phi_0^h(t)$, $\Phi_{-1}^h(t)$, но тогда получающиеся решения имеют очень специальный характер, и, возможно, в множестве всех решений образуют множество “нулевой меры”.

Сделаем несколько замечаний.

Условие (44), а именно присутствие моды Φ_{-1}^h , приводит к тому, что решение с квантовыми поправками более не удовлетворяет условию Дирихле. Можно на это возразить, что причина данного явления в том, что на решение следует наложить иное, подходящее граничное условие. Представленный нами анализ показал, что классическое зависящее от времени решение типа черной дыры не удовлетворяет полевым уравнениям с квантовыми поправками с граничным условием Дирихле. Другими словами, условие Дирихле допустимо на квантовом уровне. Для этого можно добавить содержащие высшие производные гравитационные аналоги членов Гиббонса–Хокинга и тем самым добиться сокращения поверхностных членов. Но тогда на классическом уровне не будет существовать зависящее от времени решение типа черной дыры; при этом разумно предположить, что оно является решением уравнений с квантовыми поправками. Однако, если наложены условия связи (42), оно будет существенно отличаться от классического решения. Анзац (40) можно рассматривать как возможность того, что решение удовлетворяет какому-то (до сих пор неизвестному) граничному условию, отличающемуся от условия Дирихле.

Хотя можно выбрать схему $\overline{\text{MS}}$ и исключить конечные части, которые могут вызвать нарушение граничных условий, это не решает проблему. Это всего лишь означает, что действие просто выбрано так, чтобы избежать проблемы. Кроме того, схема $\overline{\text{MS}}$ всего лишь одна из многих возможных.

Из результатов нашей работы, как нам кажется, следует, что существует совершенно непосредственная связь между динамиками в объеме и на границе в смысле того, что объемные моды задаются как функции от граничных мод (45) и (46). Корреляция между этими модами, по-видимому, находится в прямом соответствии с предложенной в работе [40] идеей высвобождения информации из черной дыры.

Замечательным результатом нашей работы является то, что, хотя, как полагают по меньшей мере на наивном уровне, петлевые поправки имеют малый эффект,

представленный нами анализ показал, что этот эффект в конечном итоге может быть значительным. Возможно, это уже не кажется столь удивительным после того, как стало известным, что излучение Хокинга, само по себе являющееся квантовым эффектом, приводит к радикальному результату – испарению черной дыры.

Имеются несколько перспективных направлений дальнейших исследований. Во-первых, было бы интересным, задав коэффициенты $e_1, \dots, e_5$, численно исследовать различные свойства решений с квантовыми поправками. Однако для этого прежде всего следует дать ответ на вопрос, существует ли граничное условие, остающееся верным на квантовом уровне (см. ниже о соответствующей задаче). Во-вторых, как мы уже отмечали, ключевую роль для ренормируемости играет присутствие космологического члена. Возможно, что после включения в рассмотрение члена с космологической постоянной более сложные системы станут ренормируемыми в обычном смысле в рамках однопетлевого приближения. Например, было бы интересным проверить ренормируемость скалярной системы Эйнштейна–Максвелла.

Еще одно направление связано с идеей файервола черной дыры [41]–[43]. Если иметь однопетлевую ренормируемость и понять смысл переопределения полей, то станет возможным применить этот подход к рассуждениям из работы [44]. Наконец, представляет интерес проблема более глубокого понимания граничной динамики (см. недавнюю работу [22]). Чтобы получить действие в граничной физике, вероятно, будет необходимо применить новую тактику такую, как схему редукции к гиперповерхности [45].

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Соглашения об обозначениях

Все греческие индексы принимают четыре значения, все латинские – три:

$$\alpha, \beta, \gamma, \dots, \mu, \nu, \rho, \dots = 0, 1, 2, 3, \quad a, b, c, \dots, m, n, r, \dots = 0, 1, 2.$$

Чтобы применить метод фонового поля, мы должны ввести невозмущенную метрику $g_{0\mu\nu}$, фоновое поле $\varphi_{\text{в}\mu\nu}$ и флуктуации $h_{\mu\nu}$:

$$g_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu} + \tilde{g}_{\text{в}\mu\nu}, \quad \text{где} \quad \tilde{g}_{\text{в}\mu\nu} \equiv \varphi_{\text{в}\mu\nu} + g_{0\mu\nu}. \quad (\text{A.1})$$

Гравитонный пропагатор задается как

$$\langle h_{\mu\nu}(x_1) h_{\rho\sigma}(x_2) \rangle = P_{\mu\nu\rho\sigma} \Delta(x_1 - x_2), \quad (\text{A.2})$$

где для бесследового пропагатора

$$P_{\mu\nu\rho\sigma} \equiv \frac{1}{2} \left(g_{0\mu\rho} g_{0\nu\sigma} + g_{0\mu\sigma} g_{0\nu\rho} - \frac{1}{2} g_{0\mu\nu} g_{0\rho\sigma} \right); \quad (\text{A.3})$$

в случае плоской фоновой метрики

$$\Delta(x_1 - x_2) = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{e^{ik \cdot (x_1 - x_2)}}{ik^2}.$$

В некоторых формулах мы используем обозначение $\kappa'^2 \equiv 2\kappa^2$.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Вычисления в случае фона АдС

Хорошо известно, что расходимости, как ожидается, появляются в пределе плоского пространства. Мы подтвердим этот факт, рассчитав коррелятор для диаграммы на рис. 4а путем взятия плоского предела¹²⁾ в промежуточных выражениях для случая метрики АдС. Что касается расчетов в этом случае, то, прежде чем соотносить коррелятор вне массовой поверхности с соответствующим элементом S -матрицы, следует учесть тонкий момент, связанный с отсутствием в пространстве АдС обычной S -матрицы. Эти вопросы рассматривались в работах [47], [46] (см. также статью [48] для случая пространства де Ситтера). В нашем случае мы проводим рассуждения на уровне корреляторов вне массовой поверхности.

Расчет коррелятора для диаграммы на рис. 4а в пространстве АдС проводится следующим образом. Шаги, в результате которых получается выражение (25), те же, что и раньше (за исключением того, что $g_{0\mu\nu}$ теперь есть метрика АдС). Для удобства мы вновь запишем здесь (25):

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{8} \int_u \sqrt{-g_0} \int_v \sqrt{-g_0} \partial_\mu \zeta_v \partial_\nu \zeta_v \partial_{\mu'} \zeta_v \partial_{\nu'} \zeta_v \Delta(u, v) \Delta(u, v) \times \\
 & \times \left(g_0^{\kappa_1 \mu} g_0^{\kappa_4 \nu} g_0^{\kappa_2 \kappa_3} - \frac{1}{4} g_0^{\mu\nu} g_0^{\kappa_1 \kappa_3} g_0^{\kappa_2 \kappa_4} \right) \left(g_0^{\kappa'_1 \mu'} g_0^{\kappa'_4 \nu'} g_0^{\kappa'_2 \kappa'_3} - \frac{1}{4} g_0^{\mu' \nu'} g_0^{\kappa'_1 \kappa'_3} g_0^{\kappa'_2 \kappa'_4} \right) \times \\
 & \times (P_{\kappa_1 \kappa_2 \kappa'_1 \kappa'_2} P_{\kappa_3 \kappa_4 \kappa'_3 \kappa'_4} + P_{\kappa_1 \kappa_2 \kappa'_3 \kappa'_4} P_{\kappa_3 \kappa_4 \kappa'_1 \kappa'_2}). \tag{Б.1}
 \end{aligned}$$

Чтобы изучить расходимость, происходящую из плоского предела, положим координату $z = \delta \rightarrow 0$, где $\delta > 0$. Заметим, что

$$\begin{aligned}
 & \left(g_0^{\kappa_1 \mu} g_0^{\kappa_4 \nu} g_0^{\kappa_2 \kappa_3} - \frac{1}{4} g_0^{\mu\nu} g_0^{\kappa_1 \kappa_3} g_0^{\kappa_2 \kappa_4} \right) \left(g_0^{\kappa'_1 \mu'} g_0^{\kappa'_4 \nu'} g_0^{\kappa'_2 \kappa'_3} - \frac{1}{4} g_0^{\mu' \nu'} g_0^{\kappa'_1 \kappa'_3} g_0^{\kappa'_2 \kappa'_4} \right) \times \\
 & \times (P_{\kappa_1 \kappa_2 \kappa'_1 \kappa'_2} P_{\kappa_3 \kappa_4 \kappa'_3 \kappa'_4} + P_{\kappa_1 \kappa_2 \kappa'_3 \kappa'_4} P_{\kappa_3 \kappa_4 \kappa'_1 \kappa'_2}) = \\
 & = \delta^4 \left(\frac{1}{16} \eta^{\mu\nu} \eta^{\mu' \nu'} + \frac{1}{16} \eta^{\mu\nu} \eta^{\mu' \nu'} - \frac{5}{16} \eta^{\mu\mu'} \eta^{\nu\nu'} \right), \tag{Б.2}
 \end{aligned}$$

где множитель δ^4 возникает из обратной метрики. В пределе $z \rightarrow \delta$ пропагатор имеет вид

$$\Delta(x, x')|_{z \rightarrow \delta} = \frac{2^{-\Delta} C_\Delta}{2\Delta - d} \xi^\Delta = \frac{2^{-\Delta} C_\Delta}{2\Delta - d} \left(\frac{2\delta^2}{(\vec{x} - \vec{x}')^2} \right)^\Delta = \frac{C_\Delta}{2\Delta - d} \frac{\delta^{2\Delta}}{(\vec{x} - \vec{x}')^{2\Delta}}.$$

При $d = 3$, $\Delta = 1$ выражение (Б.1) принимает вид

$$-\frac{1}{8} \iint \frac{C_1^2}{(\vec{x} - \vec{x}')^4} \left[\frac{1}{16} (\partial_\mu \zeta_v \partial^{\mu'} \zeta_v) (\partial_{\mu'} \zeta_v \partial^{\mu} \zeta_v) - \frac{4}{16} (\partial_\mu \zeta_v \partial^{\mu'} \zeta_v) (\partial_\nu \zeta_v \partial^{\nu'} \zeta_v) \right].$$

¹²⁾ В плоском пространстве космологическая постоянная равна нулю. Хотя на наивном уровне можно ожидать, что плоская метрика получается из метрики АдС, это не так прозрачно в координатах Пуанкаре. Предположительно, данный факт становится более понятным в статических координатах. Однако при этом мы сталкиваемся со сложностями, связанными с использованием угловых переменных. Например, необходимо использовать специальные функции такие, как функции Бесселя, для радиальных и угловых переменных, в то время как в координатах Пуанкаре для $\vec{x}$ -направления можно использовать плоские волны.

Введем преобразование Фурье для пропагатора и скалярных полей¹³⁾

$$-\frac{C_1}{2} \frac{2\delta^2}{(\vec{x} - \vec{x}')^2} \rightarrow \int \frac{d^{d+1}l}{(2\pi)^{d+1}} \frac{e^{il \cdot (x-x')}}{il^2}, \quad \zeta_B(\vec{x}, \delta) \rightarrow \int d^d \vec{k}_1 e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{x}} \vec{\zeta}(\vec{k}_1, \delta),$$

где через $x - x'$ обозначен вектор $(0, \vec{x} - \vec{x}')$. Подставив эти соотношения, получаем для (Б.1)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{8\delta^4} \iiint d^{d+1}l_1 \frac{e^{il_1 \cdot (x-x')}}{il_1^2} \int d^{d+1}l_2 \frac{e^{il_2 \cdot (x-x')}}{il_2^2} \times \\ & \times \int d^d \vec{k}_1 d^d \vec{k}_2 d^d \vec{k}'_1 d^d \vec{k}'_2 e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{x}} e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{x}} e^{i\vec{k}_3 \cdot \vec{x}'} e^{i\vec{k}_4 \cdot \vec{x}'} \times \\ & \times \left[\frac{1}{16} k_{1\mu} k_2^\mu k_{3\nu} k_4^\nu \vec{\zeta}(\vec{k}_1, \delta) \vec{\zeta}(\vec{k}_2, \delta) \vec{\zeta}(\vec{k}_3, \delta) \vec{\zeta}(\vec{k}_4, \delta) - \right. \\ & \left. - \frac{4}{16} k_{1\mu} k_{2\nu} k_3^\mu k_4^\nu \vec{\zeta}(\vec{k}_1, \delta) \vec{\zeta}(\vec{k}_2, \delta) \vec{\zeta}(\vec{k}_3, \delta) \vec{\zeta}(\vec{k}_4, \delta) \right] = \\ & = \frac{1}{8\delta^4} L \int d^d \vec{k}_1 d^d \vec{k}_2 d^d \vec{k}_3 d^d \vec{k}_4 \times \\ & \times \left[\frac{1}{16} k_{1\mu} k_2^\mu k_{3\nu} k_4^\nu \vec{\zeta}(\vec{k}_1, \delta) \vec{\zeta}(\vec{k}_2, \delta) \vec{\zeta}(\vec{k}_3, \delta) \vec{\zeta}(\vec{k}_4, \delta) - \right. \\ & \left. - \frac{4}{16} k_{1\mu} k_{2\nu} k_3^\mu k_4^\nu \vec{\zeta}(\vec{k}_1, \delta) \vec{\zeta}(\vec{k}_2, \delta) \vec{\zeta}(\vec{k}_3, \delta) \vec{\zeta}(\vec{k}_4, \delta) \right] \times \\ & \times \delta \left(\sum \vec{k} \right) \int d^{d+1}l \frac{1}{l^2(l - k_3 - k_4)^2}. \end{aligned} \quad (\text{Б.3})$$

При этом четырехмерный интеграл по координатам пространства-времени может быть формально записан как трехмерный интеграл:

$$\int d^d x \int dz (\cdot) \rightarrow L \int_{\partial} d^d x (\cdot), \quad (\text{Б.4})$$

где ∂ обозначает границу и L – размер области по переменной z . Параметр L исчезнет, когда в конце мы преобразуем результат обратно к четырехмерной форме. Вычисляя интеграл, получаем контрчлен

$$\Delta \mathcal{L} = \kappa'^4 \frac{3}{16} \frac{\Gamma(\varepsilon)}{(4\pi)^2} (\partial \zeta)^4$$

(множитель $1/\delta^4$ в (Б.3) приводит к множителю $\sqrt{-g}$ в действии для контрчлена). Этот результат совпадает с тем, который мы получили в основном тексте статьи путем применения метода фонового поля в плоском пространстве-времени с самого начала.

¹³⁾ Строго говоря, следует ввести набор плоских пространственных координат $\tilde{x}^\mu$ и применить соотношения

$$-\frac{C_1}{2} \frac{2\delta^2}{(\vec{x} - \vec{x}')^2} \rightarrow \int \frac{d^{d+1}l}{(2\pi)^{d+1}} \frac{e^{il \cdot (\tilde{x} - \tilde{x}')}}{il^2}, \quad \zeta_B(\vec{x}, \delta) \rightarrow \int d^d \vec{k}_1 e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{\tilde{x}}} \vec{\zeta}(\vec{k}_1, \delta).$$

Координата $\tilde{x}^\mu$ будет получаться путем перехода к статическим координатам и взятия предела $\Lambda \rightarrow 0$, в котором $\tilde{x}^\mu$ становится обычной декартовой координатой.

Список литературы

- [1] I. Y. Park, “Quantum ‘violation’ of Dirichlet boundary condition”, *Phys. Lett. B*, **765** (2017), 260–264, arXiv: 1609.06251.
- [2] S. W. Hawking, “Breakdown of predictability in gravitational collapse”, *Phys. Rev. D*, **14**:10 (1976), 2460–2473.
- [3] D. N. Page, “Black hole information”, *Proceedings of the 5th Canadian Conference on General Relativity and Relativistic Astrophysics* (Waterloo, ON, May 13–15, 1993), eds. R. B. Mann, R. G. McLenaghan, World Sci., Singapore, 1–41, arXiv: hep-th/9305040.
- [4] S. D. Mathur, “The fuzzball proposal for black holes: an elementary review”, *Fortschr. Phys.*, **53**:7–8 (2005), 793–827, arXiv: hep-th/0502050.
- [5] J. Polchinski, “The black hole information problem”, *New Frontiers in Fields and Strings* (Boulder, Colorado, 1–26, June 2015), eds. J. Polchinski, P. Vieira, O. DeWolfe, World Sci., Singapore, 2017, 353–397, arXiv: 1609.04036.
- [6] I. Y. Park, “Fundamental versus solitonic description of D3 branes”, *Phys. Lett. B*, **468**:3–4 (1999), 213–218, arXiv: hep-th/9907142.
- [7] I. Y. Park, “Strong coupling limit of open strings: Born–Infeld analysis”, *Phys. Rev. D*, **64**:8 (2001), 081901, 5 pp., arXiv: hep-th/0106078.
- [8] V. Niarchos, “Open/closed string duality and relativistic fluids”, *Phys. Rev. D*, **94**:2 (2016), 026009, 20 pp., arXiv: 1510.03438.
- [9] G. Grignani, T. Harmark, A. Marini, M. Orselli, “The Born–Infeld/gravity correspondence”, *Phys. Rev. D*, **94**:6 (2016), 066009, 14 pp., arXiv: 1602.01640.
- [10] T. Maxfield, S. Sethi, “DBI from gravity”, *JHEP*, **02** (2017), 108, 25 pp., arXiv: 1612.00427.
- [11] M. Sato, A. Tsuchiya, “Born–Infeld action from supergravity”, *Progr. Theor. Phys.*, **109**:4 (2003), 687–707, arXiv: hep-th/0211074.
- [12] E. Hatefi, A. J. Nurmagambetov, I. Y. Park, “ADM reduction of IIB on $\mathcal{H}^{p,q}$ and dS braneworld”, *JHEP*, **04** (2013), 170, 24 pp., arXiv: 1210.3825.
- [13] I. Y. Park, “Hypersurface foliation approach to renormalization of ADM formulation of gravity”, *Eur. Phys. J. C*, **75** (2015), 459, 11 pp., arXiv: 1404.5066.
- [14] I. Y. Park, *Quantization of gravity through hypersurface foliation*, arXiv: 1406.0753.
- [15] I. Y. Park, “Reduction of gravity–matter and dS gravity to hypersurface”, *Internat. J. Geom. Methods Modern Phys.*, **14**:6 (2017), 1750092, 29 pp., arXiv: 1512.08060.
- [16] R. Benguria, P. Cordero, C. Teitelboim, “Aspects of the Hamiltonian dynamics of interacting gravitational gauge and Higgs fields with applications to spherical symmetry”, *Nucl. Phys. B*, **122**:1 (1977), 61–99.
- [17] E. Witten, “Quantum field theory and the Jones polynomial”, *Commun. Math. Phys.*, **121**:3 (1989), 351–399.
- [18] A. P. Balachandran, G. Bimonte, K. S. Gupta, A. Stern, “Conformal edge currents in Chern–Simons theories”, *Internat. J. Modern Phys. A*, **7**:19 (1992), 4655–4670, arXiv: hep-th/9110072.
- [19] L. Smolin, “Linking topological quantum field theory and nonperturbative quantum gravity”, *J. Math. Phys.*, **36**:11 (1995), 6417–6455, arXiv: gr-qc/9505028.
- [20] C. Krishnan, A. Raju, “A Neumann boundary term for gravity”, *Modern Phys. Lett. A*, **32**:14 (2017), 1750077, 8 pp., arXiv: 1605.01603; C. Krishnan, K. V. P. Kumar, A. Raju, “An alternate path integral for quantum gravity”, *JHEP*, **10** (2016), 043, arXiv: 1609.04719; C. Krishnan, A. Raju, P. N. B. Subramanian, “Dynamical boundary for anti-de Sitter space”, *Phys. Rev. D*, **94**:12 (2016), 126011, 16 pp., arXiv: 1609.06300.
- [21] L. Lehner, R. C. Myers, E. Poisson, R. D. Sorkin, “Gravitational action with null boundaries”, *Phys. Rev. D*, **94**:8 (2016), 084046, 36 pp., arXiv: 1609.00207.

- [22] L. Freidel, A. Perez, D. Pranzetti, “Loop gravity string”, *Phys. Rev. D*, **95**:10 (2017), 106002, 16 pp., arXiv:1611.03668.
- [23] W. Donnelly, L. Freidel, “Local subsystems in gauge theory and gravity”, *JHEP*, **09** (2016), 102, 44 pp., arXiv:1601.04744.
- [24] K. Murata, S. Kinoshita, N. Tanahashi, “Non-equilibrium condensation process in a holographic superconductor”, *JHEP*, **07** (2010), 050, arXiv:1005.0633.
- [25] S. S. Gubser, “Breaking an Abelian gauge symmetry near a black hole horizon”, *Phys. Rev. D*, **78**:6 (2008), 065034, 7 pp., arXiv:0801.2977.
- [26] S. A. Hartnoll, C. P. Herzog, G. T. Horowitz, “Building a holographic superconductor”, *Phys. Rev. Lett.*, **101**:3 (2008), 031601, 4 pp., arXiv:0803.3295.
- [27] M. J. Bhaseen, J. P. Gauntlett, B. D. Simons, J. Sonner, T. Wiseman, “Holographic superfluids and the dynamics of symmetry breaking”, *Phys. Rev. Lett.*, **110**:1 (2013), 015301, 5 pp., arXiv:1207.4194.
- [28] I. Antoniadis, J. Iliopoulos, T. N. Tomaras, “One loop effective action around de Sitter space”, *Nucl. Phys. B*, **462**:2 (1996), 437–452, arXiv:hep-th/9510112.
- [29] I. Y. Park, *4D covariance of holographic quantization of Einstein gravity*, arXiv:1506.08383.
- [30] C. P. Burgess, C. A. Lütken, “Propagators and effective potentials in anti-de Sitter space”, *Phys. Lett. B*, **153**:3 (1985), 137–141.
- [31] T. Inami, H. Ooguri, “One loop effective potential in Anti-de Sitter space”, *Progr. Theor. Phys.*, **73**:4 (1985), 1051–1054.
- [32] E. D’Hoker, D. Z. Freedman, “Supersymmetric gauge theories and the AdS/CFT correspondence”, *Strings, Branes and Extra Dimensions – TASI 2001* (Boulder, Colorado, USA, 4–29 June, 2001), eds. S. S. Gubser, J. D. Lykken, World Sci., Singapore, 2004, arXiv:hep-th/0201253.
- [33] E. D’Hoker, D. Z. Freedman, S. D. Mathur, A. Matusis, L. Rastelli, “Graviton and gauge boson propagators in $\text{AdS}(d+1)$ ”, *Nucl. Phys. B*, **562**:1–2 (1999), 330–352, arXiv:hep-th/9902042.
- [34] I. Y. Park, “Holographic quantization of gravity in a black hole background”, *J. Math. Phys.*, **57**:2 (2016), 022305, 16 pp., arXiv:1508.03874.
- [35] T. Ortín, *Gravity and strings*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2004.
- [36] I. L. Buchbinder, S. D. Odintsov, I. L. Shapiro, *Effective Action in Quantum Gravity*, Taylor and Francis, New York, 1992.
- [37] G. W. Gibbons, S. W. Hawking, “Action integrals and partition functions in quantum gravity”, *Phys. Rev. D*, **15**:10 (1977), 2752–2756.
- [38] N. Deruelle, M. Sasaki, Y. Sendouda, D. Yamauchi, “Hamiltonian formulation of f (Riemann) theories of gravity”, *Progr. Theor. Phys.*, **123**:1 (2010), 169–185, arXiv:0908.0679.
- [39] A. Teimouri, S. Talaganis, J. Edholm, A. Mazumdar, “Generalised boundary terms for higher derivative theories of gravity”, *JHEP*, **08** (2016), 144, 35 pp., arXiv:1606.01911.
- [40] I. Y. Park, F. James, “On the pattern of black hole information release”, *Internat. J. Modern Phys. A*, **29**:9 (2014), 1450047, 18 pp., arXiv:1301.6320.
- [41] A. Almheiri, D. Marolf, J. Polchinski, J. Sully, “Black holes: complementarity or firewalls?”, *JHEP*, **02** (2013), 062, 19 pp., arXiv:1207.3123.
- [42] S. L. Braunstein, S. Pirandola, K. Życzkowski, “Better late than never: information retrieval from black holes”, *Phys. Rev. Lett.*, **110**:10 (2013), 101301, 5 pp., arXiv:0907.1190.
- [43] S. L. Braunstein, S. Pirandola, *Post-firewall paradoxes*, arXiv:1411.7195.
- [44] I. Y. Park, “Indication for unsmooth horizon induced by quantum gravity interaction”, *Eur. Phys. J. C*, **74**:11 (2014), 3143, 6 pp., arXiv:1401.1492.
- [45] I. Y. Park, “Dimensional reduction to hypersurface of foliation”, *Fortschr. Phys.*, **62**:11–12 (2014), 966–974, arXiv:1310.2507.

- [46] S. B. Giddings, “The boundary S matrix and the AdS to CFT dictionary”, *Phys. Rev. Lett.*, **83**:14 (1999), 2707–2710, arXiv: hep-th/9903048.
- [47] V. Balasubramanian, S. B. Giddings, A. E. Lawrence, “What do CFTs tell us about anti-de Sitter spacetimes?”, *JHEP*, **03** (1999), 001, 31 pp., arXiv: hep-th/9902052.
- [48] D. Marolf, I. A. Morrison, M. Srednicki, “Perturbative S -matrix for massive scalar fields in global de Sitter space”, *Class. Quantum Grav.*, **30**:15 (2013), 155023, 42 pp., arXiv: 1209.6039.

Поступила в редакцию 16.01.2017,
после доработки 11.05.2017