Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. Д. Миссаров, А. Ф. Шамсутдинов, Зонная структура потока ренормализационной группы в фермионной иерархической модели, *ТМФ*, 2018, том 194, номер 3, 436–444

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9357>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.80.181.102

26 апреля 2023 г., 15:43:00

© 2018 г. М. Д. Миссаров*, А. Ф. Шамсутдинов*

ЗОННАЯ СТРУКТУРА ПОТОКА РЕНОРМАЛИЗАЦИОННОЙ ГРУППЫ В ФЕРМИОННОЙ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Гауссовская часть гамильтониана четырехкомпонентной фермионной модели на иерархической решетке инвариантна относительно блок-спинового преобразования ренормализационной группы с заданной степенью нормировки (параметра ренормгруппы). Преобразование ренормгруппы в пространстве коэффициентов, задающих грассмановозначную плотность свободной меры, описывается как однородное квадратичное отображение. Это пространство трактуется как двумерное проективное пространство и визуализируется в виде диска. Если параметр ренормгруппы больше размерности решетки, то единственная притягивающая неподвижная точка ренормгруппы задается плотностью грассмановой дельта-функции. Эта неподвижная точка имеет две различные (левую и правую) инвариантные окрестности. На основании этого классифицируются точки проективной плоскости в соответствии с тем, каким образом (слева или справа) они стремятся к притягивающей точке при итерациях отображения. Обсуждается зонная структура полученных областей, и показано, что глобальный поток ренормгруппы имеет простое описание в терминах этой зонной структуры.

Ключевые слова: ренормализационная группа, фермионная модель, проективное пространство, зонная структура.

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9357>

1. ВВЕДЕНИЕ

В работах [1]–[6] мы исследовали свойства преобразования ренормализационной группы (РГ) в рамках фермионной иерархической модели. Эта модель является фермионным (антикоммутативным) аналогом иерархической бозонной φ^4 -модели Дайсона. Преобразование блочной РГ Вильсона в рамках бозонной иерархической модели сводится к нелинейному интегральному оператору в бесконечномерном пространстве плотностей свободной меры. Свойства этого преобразования в окрестности гауссовской неподвижной точки изучались в работах Блехера и Сина и многих

*Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия.
E-mail: Moukadas.Missarov@kpfu.ru, aydarrrio@gmail.com

других авторов [7]–[9]. В отличие от бозонного случая, РГ-преобразование в иерархической фермионной модели можно вычислить точно и представить в виде бирационального отображения в двумерном пространстве констант связи модели. Это позволяет явно описать все неподвижные точки и другие динамические свойства и симметрии РГ-отображения. Отметим также, что фермионная иерархическая модель имеет естественную непрерывную p -адическую версию, если размер элементарного блока иерархической решетки равен простому числу p (см. работы [6], [10], [11]). В этом случае такие проблемы квантовой теории поля, как ультрафиолетовые расходимости и процедура перенормировки имеют естественную интерпретацию в терминах классической теории динамических систем.

В статье [4] мы описали некоторые свойства глобальной динамики потока РГ в плоскости констант связи модели (r, g) . Анализируя поток РГ с помощью компьютера, мы обнаружили, что почти все точки верхней полуплоскости $\{(r, g): g > 0\}$, являющейся инвариантной относительно РГ-отображения, при последовательных итерациях этого отображения уходят в бесконечность “слева” ($r \rightarrow -\infty, g \rightarrow \infty$) или “справа” ($r \rightarrow \infty, g \rightarrow \infty$). Было обнаружено, что множества точек, уходящих “налево” или “направо”, имеют сложную фрактальную структуру, и эти результаты привели к описанию сложного критического поведения в этой модели. Для получения глобальной картины динамики РГ мы использовали представление модели в проективном пространстве. Недавно мы исследовали РГ-преобразование и разработали простой алгоритм анализа глобальной динамики непосредственно в проективном пространстве [12], [13]. В данной работе мы представляем результаты компьютерных экспериментов, полученные с помощью этого алгоритма. Мы классифицируем точки проективной плоскости в соответствии с тем, каким образом итерации РГ-отображения этих точек стремятся к единственной притягивающей неподвижной точке. Мы явным образом описываем зонную структуру множеств, полученных в результате такой классификации. Компьютерные эксперименты показывают, что глобальная динамика РГ имеет красивое описание в терминах этой структуры. В частности, проявляется глобальное поведение устойчивых инвариантных кривых для различных неподвижных точек. Заметим, что РГ в евклидовых моделях исследуется в низших порядках теории возмущений в окрестности гауссовской неподвижной точки. Иерархическая фермионная модель интересна тем, что она предоставляет уникальную возможность описать глобальный РГ-поток во всей плоскости констант связи. Явное описание свойств РГ в рамках иерархической фермионной модели порождает ряд нетривиальных гипотез для иерархических и евклидовых бозонных моделей [14].

Пусть p является натуральным числом, $p > 1$. Иерархическую решетку T_p^d можно определить как решетку Z^d целочисленных d -мерных векторов, снабженную иерархическим расстоянием $d_p(i, j)$. Пусть $k = (k_1, \dots, k_d) \in Z^d$, $s \in \mathbb{N}$, $V_{k,s} = \{j \in Z^d: (k_l - 1)p^s < j_l \leq k_l p^s, l = 1, \dots, d\}$. Иерархическое расстояние $d_p(i, j)$, $i, j \in Z^d$, определяется как $d_p(i, j) = p^{s(i,j)}$, если $i \neq j$,

$$s(i, j) = \min\{s: \text{существует } k \text{ такое, что } i \in V_{k,s}, j \in V_{k,s}\}.$$

В случае, когда p – простое число, решетку T_p^d можно представить как решетку чисто дробных d -мерных p -адических векторов с p -адическим расстоянием между ними [6]. Фермионное поле определяется набором четырехкомпонентных спинов

$\psi^*(i) = (\bar{\psi}_1(i), \psi_1(i), \bar{\psi}_2(i), \psi_2(i))$, $i \in T_p^d$, компоненты которых являются образующими алгебры Грассмана, а модель задается гамильтонианом

$$H(\psi^*; \alpha) = H_0(\psi^*; \alpha) + \sum_{i \in T_p^d} L(\psi^*; r, g).$$

Здесь гауссовская часть гамильтониана определяется как

$$H_0(\psi^*; \alpha) = \sum_{i, j \in T_p^d} d_0(i, j) [\bar{\psi}_1(i) \psi_1(j) + \bar{\psi}_2(i) \psi_2(j)],$$

$$d_0(i, j) = \frac{1 - p^{\alpha-d}}{1 - p^{-\alpha}} d_p^{-\alpha}(i, j), \quad i \neq j, \quad d_0(i, i) = \frac{1 - p^{-d}}{1 - p^{-\alpha}}.$$

Негауссовская часть гамильтониана определяется лагранжианом

$$L(\psi^*(i); r, g) = r(\bar{\psi}_1(i) \psi_1(i) + \bar{\psi}_2(i) \psi_2(i)) + g \bar{\psi}_1(i) \psi_1(i) \bar{\psi}_2(i) \psi_2(i),$$

где r и g – вещественнозначные константы связи, а α – вещественнозначный параметр модели. В случае, когда $\alpha = 2 + d$, гамильтониан $H_0(\psi^*; 2 + d)$ является иерархической версией гауссовского гамильтониана, задаваемого оператором Лапласа. В физической литературе в евклидовых моделях обычно рассматриваются гамильтонианы именно такого вида, а корреляционные функции негауссовских полей анализируются в терминах формальных разложений по параметру $\epsilon = 4 - d$, где d – размерность пространства. Но для полноты и математической ясности картины естественно считать параметры α и d свободными. Блок-спиновое преобразование РГ Вильсона определяется как

$$r(\alpha) \psi^*(i) = p^{-\alpha/2} \sum_{j \in V_{i,1}} \psi^*(j),$$

где α – параметр РГ. РГ-преобразование не изменяет структуру гамильтониана и сводится к преобразованию $R(\alpha)$ в плоскости констант связи $R(\alpha)(r, g) = (r', g')$:

$$r' = \lambda \left(\frac{(r+1)^2 - g}{(r+1)^2 - g/n} (r+1) - 1 \right), \quad g' = \frac{\lambda^2}{n} \left(\frac{(r+1)^2 - g}{(r+1)^2 - g/n} \right)^2 g,$$

где $\lambda = p^{\alpha-d}$, $n = p^d$ – количество вершин в элементарной ячейке иерархической решетки T_p^d .

В дальнейшем мы описываем преобразование РГ в пространстве коэффициентов разложения грассмановозначной “плотности” свободной меры

$$f(\psi^*) = e^{-L(\psi^*; r, g)}.$$

В общем случае эта плотность задается в виде

$$f(\psi^*; c) = c_0 + c_1(\bar{\psi}_1 \psi_1 + \bar{\psi}_2 \psi_2) + c_2 \bar{\psi}_1 \psi_1 \bar{\psi}_2 \psi_2,$$

$c = (c_0, c_1, c_2) \in \mathbb{R}^3$. В регулярном случае, когда $c_0 \neq 0$, константы связи r и g связаны с коэффициентами c соотношениями

$$r(c) = -\frac{c_1}{c_0}, \quad g(c) = \frac{c_1^2 - c_0 c_2}{c_0^2}.$$

Если $c_0 = 0$ (как, например, в случае, когда плотность является грассмановой δ -функцией $\delta(\psi^*) = \bar{\psi}_1\psi_1\bar{\psi}_2\psi_2$), экспоненциальное представление для плотности невозможно.

Тройка (c_0, c_1, c_2) естественным образом трактуется как точка двумерного вещественного проективного пространства RP^2 , поскольку две тройки, отличающиеся общим ненулевым множителем, задают одно и то же гиббсовское состояние.

Обозначим РГ-преобразование в пространстве коэффициентов c так же, как $R(\alpha)$:

$$R(\alpha)(c_0, c_1, c_2) = (c'_0, c'_1, c'_2), \quad c'_0 = \left((c_1 - c_0)^2 + \frac{1}{n}(c_0c_2 - c_1^2) \right),$$

$$c'_1 = \lambda \left((c_1 - c_0)(c_2 - c_1) + \frac{1}{n}(c_0c_2 - c_1^2) \right), \quad c'_2 = \lambda^2 \left((c_2 - c_1)^2 + \frac{1}{n}(c_0c_2 - c_1^2) \right).$$

В (r, g) -координатах преобразование $R(\alpha)$ имеет тривиальную (гауссовскую) неподвижную точку $(0, 0)$ и две негауссовские неподвижные точки $(r_+(\alpha), g_+(\alpha))$ (“плюсовую” неподвижную точку) и $(r_-(\alpha), g_-(\alpha))$ (“минусовую” неподвижную точку) при условии $\alpha \neq d$:

$$r_+(\alpha) = \frac{p^{d/2} - p^{\alpha-d}}{1 - p^{d/2}}, \quad g_+(\alpha) = \frac{r_+(\alpha)(1 + r_+(\alpha))^2}{1 + r_+(\alpha) + p^{-d/2}},$$

$$r_-(\alpha) = \frac{-p^{d/2} - p^{\alpha-d}}{1 + p^{d/2}}, \quad g_-(\alpha) = \frac{r_-(\alpha)(1 + r_-(\alpha))^2}{1 + r_-(\alpha) - p^{-d/2}}.$$

Заметим, что “плюсовая” неподвижная точка является фермионным аналогом евклидовой негауссовской неподвижной точки, которая строится в рамках формального $(4 - d)$ -разложения. В c -координатах гауссовская неподвижная точка задается вектором $(1, 0, 0)$. В c -координатах можно видеть еще одну неподвижную точку $(0, 0, 1)$, которая соответствует плотности свободной меры, задаваемой грассмановой δ -функцией $\delta(\psi^*) = \bar{\psi}_1\psi_1\bar{\psi}_2\psi_2$. Обозначим эту неподвижную точку δ . Других неподвижных точек отображение $R(\alpha)$ при $\alpha \neq d$ не имеет. В дальнейшем мы предполагаем, что $\alpha > d$, и можно показать, что при этом условии точка δ является единственной притягивающей неподвижной точкой. Отображение $R(\alpha)$ из RP^2 в RP^2 определено всюду, за исключением точки $(1, 1, 1)$, которую мы называем сингулярной.

2. ЗОННАЯ СТРУКТУРА ПОТОКА РГ

Рассмотрим реализацию проективного c -пространства в виде полусферы

$$S = \{(c_0, c_1, c_2): c_0^2 + c_1^2 + c_2^2 = 1, c_0 \geq 0\},$$

в которой противоположные точки граничной окружности $c_1^2 + c_2^2 = 1$ отождествлены. Для получения плоской (двумерной) картины мы используем ортогональную проекцию S на диск $D = \{(c_1, c_2): c_1^2 + c_2^2 \leq 1\}$. Регулярная точка (r, g) соответствует точке $(c_1(r, g), c_2(r, g))$,

$$c_1(r, g) = -\frac{r}{\sqrt{1 + r^2 + (r^2 - g)^2}}, \quad c_2(r, g) = \frac{r^2 - g}{\sqrt{1 + r^2 + (r^2 - g)^2}},$$

Рис. 2. Увеличенное изображение квадрата, выделенного на рис. 1.

$d = 1$. Гауссовская неподвижная точка обозначена как точка 0, “плюсовая” и “минусовая” неподвижные точки обозначены точками 1 и 2, сингулярная точка – точкой 3. Нижняя полуплоскость $\{(r, g): g < 0\}$ в s -координатах отображается на область D_1 , которая окрашена в светло-серый цвет. Мы не обсуждаем в настоящей работе РГ-динамику в этой области. Соответственно верхняя полуплоскость $\{(r, g): g > 0\}$ отображается на область $D \setminus D_1$. Почти все точки области $D \setminus D_1$ при итерациях РГ-отображения стремятся к неподвижной точке δ . Точки, окрашенные в темно-серый цвет, при итерациях РГ-отображения стремятся к точке δ слева (оставаясь в области $D \setminus D_1$), точки, окрашенные в серый цвет, стремятся к δ справа. В темно-серой зоне мы видим большую область $A(0)$ и последовательность более мелких непересекающихся областей $A(1), A(2), A(3), \dots$. Эти области расположены друг за другом, и чем больше номер области, тем ближе эта область расположена к основной области $A(0)$.

Будем называть области $A(i)$, $i = 1, 2, \dots$, сателлитными областями области $A(0)$. В свою очередь каждая из областей $A(i)$ имеет свою собственную счетную серию сателлитных непересекающихся областей $A(i, j)$, $j = 1, 2, \dots$. Далее, области $A(i, j)$ имеют свои собственные серии сателлитных зон $A(i, j, k)$, $k = 1, 2, \dots$, и т. д. (см. рис. 2 и рис. 3). На первый взгляд область $A(0)$ выглядит как объединение двух различных связных областей, но на самом деле $A(0)$ является связной областью, потому что граничные сегменты этих областей, лежащие на окружности $c_1^2 + c_2^2 = 1$, расположены в точности друг против друга и, следовательно, представляют одно и то же подмножество точек в проективной плоскости. То же самое верно и для всех сателлитных областей. В серой зоне мы видим ту же самую картину – основную область $B(0)$ и счетную серию непересекающихся сателлитных областей $B(1), B(2), B(3), \dots$, их сателлитные серии $B(i, j)$, $i = 1, 2, \dots$, $j = 1, 2, \dots$, и т. д. Из рис. 2, 3 видно, что области $A(i_1, i_2, \dots, i_k)$ и $B(i_1, i_2, \dots, i_k)$ имеют общую граничную линию, которую мы обозначим $F(i_1, i_2, \dots, i_k)$. Этот тип граничной линии можно охарактеризовать как “четкую” границу, потому что любой достаточно малый диск, центрированный в любой точке такой граничной линии, делится

Рис. 3. Увеличенное изображение квадрата, выделенного на рис. 2.

этой линией на серую и темно-серую области одинакового размера. Локально области $A(i_1, i_2, \dots, i_k)$ и $B(i_1, i_2, \dots, i_k)$ выглядят как полосы, и мы видим, что эти полосы также имеют граничные линии “размытого” типа. Это означает, что любой достаточно малый диск, центрированный в любой точке “размытой” граничной линии, делится этой линией на одноцветную область и двухцветную область. Мы обозначаем “размытую” граничную линию области $A(i_1, i_2, \dots, i_k)$ как $E(i_1, i_2, \dots, i_k)$, а “размытую” граничную линию области $B(i_1, i_2, \dots, i_k)$ – как $G(i_1, i_2, \dots, i_k)$.

Рис. 2 является увеличенным изображением квадрата, выделенного на рис. 1. На рис. 2 мы видим области $A(4)$, $B(4)$, $B(3)$ и их сателлитные зоны $A(4,1)$, $A(4,2)$, $B(4,1)$, $B(4,2)$ и т. д. Мы видим также “четкую” граничную линию $F(4)$ между $A(4)$ и $B(4)$ и “размытую” граничную линию $E(4)$. Рис. 3 является увеличенным изображением квадрата, выделенного на рис. 2. Здесь мы видим области $A(4,3)$, $B(4,2)$ и их сателлиты $A(4,3,1)$, $A(4,3,2)$, $B(4,3,1)$, $B(4,3,2)$ и т. д. Компьютерные эксперименты показывают, что если точка принадлежит области $A(i_1, i_2, \dots, i_k)$ и $i_1 > 1$, то после одной РГ-итерации она переходит в область $A(i_1 - 1, i_2, \dots, i_k)$. Если $i_1 = 1$, то точка переходит в область $A(i_2, i_3, \dots, i_k)$. Точка из области $A(i)$, $i = 1, 2, \dots$, переходит в область $A(i - 1)$ за одну РГ-итерацию. Схематически мы можем описать динамику РГ в темно-серой зоне следующей диаграммой:

$$\begin{aligned} A(i_1, i_2, \dots, i_k) &\rightarrow A(i_1 - 1, i_2, \dots, i_k) \rightarrow \dots \rightarrow A(1, i_2, \dots, i_k) \rightarrow \\ &\rightarrow A(i_2, \dots, i_k) \rightarrow \dots \rightarrow A(i_3, i_4, \dots, i_k) \rightarrow \dots \rightarrow A(1) \rightarrow A(0). \end{aligned}$$

Диаграмма РГ-динамики в серой зоне имеет такой же вид:

$$\begin{aligned} B(i_1, i_2, \dots, i_k) &\rightarrow B(i_1 - 1, i_2, \dots, i_k) \rightarrow \dots \rightarrow B(1, i_2, \dots, i_k) \rightarrow \\ &\rightarrow B(i_2, \dots, i_k) \rightarrow \dots \rightarrow B(i_3, i_4, \dots, i_k) \rightarrow \dots \rightarrow B(1) \rightarrow B(0). \end{aligned}$$

Наконец, РГ-динамика на граничных линиях $F(i_1, i_2, \dots, i_k)$, $E(i_1, i_2, \dots, i_k)$, $G(i_1, i_2, \dots, i_k)$ имеет аналогичное описание. Компьютерные эксперименты показывают, что линии $F(i_1, i_2, \dots, i_k)$ являются частями устойчивой РГ-инвариантной кривой для неподвижной точки δ . Линии $G(i_1, i_2, \dots, i_k)$ являются частями

устойчивой РГ-инвариантной кривой для “минусовой” неподвижной точки, линии $E(i_1, i_2, \dots, i_k)$ являются частями устойчивой РГ-инвариантной кривой для “плюсовой” неподвижной точки при $\alpha > 3d/2$ и устойчивой РГ-инвариантной кривой для гауссовской неподвижной точки при $3d/2 \geq \alpha > d$. Эксперименты показывают, что почти все точки области $D \setminus D_1$ окрашиваются в серый или темно-серый цвет. Но существует также дискретное (конечное или бесконечное) множество неокрашенных точек. Например, можно описать явным образом нетривиальный цикл РГ-отображения второго порядка. Пусть

$$t_{\pm}(\alpha) = (\lambda^{-1/2} + \lambda^{1/2})^{-2} [((\lambda^{-1} + \lambda n^{-1})(\lambda + \lambda^{-1} n^{-1}))^{1/2} \mp (1 + n^{-1})],$$

$$s(\alpha) = \left(\frac{\lambda + n^{-1} \lambda^{-1}}{\lambda^{-1} + \lambda n^{-1}} \right)^{1/2},$$

где $\lambda = p^{\alpha-d}$, $n = p^d$. Пусть

$$r_4(\alpha) = \frac{1 + t_+(\alpha)}{s(\alpha)t_+(\alpha) - 1}, \quad r_5(\alpha) = \frac{1 - t_-(\alpha)}{s(\alpha)t_-(\alpha) - 1},$$

$$g_4(\alpha) = \frac{t_+(\alpha)(s(\alpha)^{1/2} + s(\alpha)^{-1/2})^2}{(t_+(\alpha)s(\alpha) - 1)^2}, \quad g_5(\alpha) = \frac{t_-(\alpha)(s(\alpha)^{1/2} - s(\alpha)^{-1/2})^2}{(t_-(\alpha)s(\alpha) - 1)^2}.$$

Тогда точки $(r_4(\alpha), g_4(\alpha))$ и $(r_5(\alpha), g_5(\alpha))$ образуют нетривиальный цикл второго порядка для отображения $R(\alpha)$ в (r, g) -пространстве. На рис. 1 эти точки в (c_1, c_2) -пространстве обозначены точками 4 и 5 для случая $\alpha = 1, 7$, $p = 2$, $d = 1$. Компьютерные эксперименты показывают, что точки 4 и 5 не принадлежат множествам типа A , B , E , F , G .

Многочисленные эксперименты показывают, что такая же структура зон и поведение глобального потока РГ остаются справедливыми и для других значений $\alpha > d$, $p > 1$ и $d > 1$.

Список литературы

- [1] E. Yu. Lerner, M. D. Missarov, “Fixed points of renormalization group for the hierarchical fermionic model”, *J. Statist. Phys.*, **76**:3–4 (1994), 805–817.
- [2] М. Д. Миссаров, “РГ-инвариантные кривые в фермионной иерархической модели”, *ТМФ*, **114**:3 (1998), 323–336.
- [3] М. Д. Миссаров, “Критические явления в фермионной иерархической модели”, *ТМФ*, **117**:3 (1998), 471–488.
- [4] M. D. Missarov, “Dynamical phenomena in the hierarchical fermionic model”, *Phys. Lett. A*, **253**:1–2 (1999), 41–46.
- [5] M. D. Missarov, “Renormalization group solution of fermionic Dyson model”, *Asymptotic Combinatorics with Application to Mathematical Physics* (NATO Advanced Study Institute, St. Petersburg, Russia, July 9–22, 2001), NATO Science Series II: Mathematics, Physics and Chemistry, **77**, eds. V. A. Malyshev, A. M. Vershik, Kluwer, Dordrecht, 2002, 151–166.
- [6] М. Д. Миссаров, “Непрерывный предел в фермионной иерархической модели”, *ТМФ*, 1999, № 1, 40–50.
- [7] P. M. Bleher, Ja. G. Sinai, “Investigation of the critical point in models of the type of Dyson’s hierarchical models”, *Commun. Math. Phys.*, **33**:1 (1973), 23–42.
- [8] Я. Г. Синай, *Теория фазовых переходов*, Наука, М., 1980.

- [9] P. Collet, J.-P. Eckmann, *A Renormalization Group Analysis of the Hierarchical Model in Statistical Mechanics*, v. 74, Lecture Notes in Physics, Springer, Berlin, 1978.
- [10] В. С. Владимиров, И. В. Волович, Е. И. Зеленов, *p-Адический анализ и математическая физика*, Физматлит, М., 1994.
- [11] B. Dragovich, A. Yu. Khrennikov, S. V. Kozyrev, I. V. Volovich, “On p -adic mathematical physics”, *p-Adic Numbers Ultrametric Anal. Appl.*, **1**:1 (2009), 1–17.
- [12] М. Д. Миссаров, “Ренормализационная группа в фермионной иерархической модели в проективных координатах”, *ТМФ*, **173**:3 (2012), 355–362.
- [13] М. Д. Миссаров, А. Ф. Шамсутдинов, “Алгоритм исследования динамики ренормализационной группы в проективном пространстве”, *Тр. МИАН*, **285** (2014), 221–231.
- [14] M. D. Missarov, “ p -Adic renormalization group solutions and the Euclidean renormalization group conjectures”, *p-Adic Numbers Ultrametric Anal. Appl.*, **4**:2 (2012), 109–114.

Поступила в редакцию 27.02.2017