Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. Ахадпур, Ф. Мирмасоуди, Телепортация термального квантового дискорда и квантового супердискорда с помощью двухкубитной модели спинового сжатия, *ТМФ*, 2018, том 195, номер 1, 155–168

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9377>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.237.59.107

26 апреля 2023 г., 13:27:32

© 2018 г.

С. Ахадпур*, Ф. Мирмасоуди*

ТЕЛЕПОРТАЦИЯ ТЕРМАЛЬНОГО КВАНТОВОГО ДИСКОРДА И КВАНТОВОГО СУПЕРДИСКОРДА С ПОМОЩЬЮ ДВУХКУБИТНОЙ МОДЕЛИ СПИНОВОГО СЖАТИЯ

Изучаются термальные квантовые корреляции (квантовый дискорд и квантовый супердискорд) в двухспиновой модели во внешнем магнитном поле, получены соотношения между ними и запутанностью. Подробно изучена их зависимость от магнитного поля, от силы спинового сжатия и температуры. Одним из интересных результатов является то, что при внезапном исчезновении запутанности квантовые корреляции все же выживают. Изучена термальная квантовая телепортация в рамках упомянутой модели. Основной целью является изучение возможности увеличить термальные квантовые корреляции телепортированного состояния при наличии магнитного поля, силы спинового сжатия и температуры. Отмечено, что телепортация квантового дискорда и квантового супердискорда осуществима на большем интервале температур, чем телепортация запутанности. Наши результаты показывают, что наряду с надежностью квантовый дискорд и квантовый супердискорд могут быть подходящими мерами контроля квантовой телепортации. Кроме того, для обмена квантовой информацией необязательно наличие запутанных состояний.

Ключевые слова: квантовый дискорд, квантовый супердискорд, запутанность, телепортация, двухспиновая модель.

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9377>

1. ВВЕДЕНИЕ

Квантовая телепортация является одним из наиболее ярких явлений, порождаемых квантовой запутанностью, и представляет собой перенос неизвестного квантового состояния от передатчика к удаленному приемнику посредством локальных операций и классических коммуникаций [1]. В последние годы телепортация играет важную роль во многих приложениях, включая квантовое распределение ключа, поэтому квантовой телепортации уделяется большое внимание.

*Department of Physics, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran.
E-mail: Ahadpour@uma.ac.ir

Квантовые корреляции признаны основным ресурсом различных задач обработки квантовой информации. Долгое время изучение квантовых корреляций сосредоточивалось на запутанности [2]. Однако последние исследования показали, что запутанность не выявляет квантовых корреляций в сепарабельных состояниях, поэтому ее нельзя считать полной мерой квантовых корреляций. В настоящей работе мы изучаем другую концепцию квантовых корреляций, а именно квантовый дискорд [3]–[6]. Квантовый дискорд – это мера квантовости корреляций в двухсоставной системе, введенная как разность между двумя естественными квантовыми обобщениями классической взаимной информации.

Следует заметить, что дискорд определяется сильными измерениями (проективными операторами). Измерение произвольного квантового состояния в некотором ортогональном базисе (проективное измерение) ведет к потере его когерентности. Но если измерение проводить медленно, это защищает когерентность в системе при проведении измерения, которое слабо связывает систему с измерительным прибором. Слабые измерения важны для исследования дополнительных квантовых корреляций в информационных процессах [7]. Таким образом, слабое измерение, выполненное на одной из подсистем, приводит к квантовому супердискорду, который всегда больше обычного квантового дискорда. Фактически, замена проективного измерения слабым в определении квантового дискорда приводит к новым корреляциям, которые называются квантовым супердискордом [8], [9].

Квантовая информация широко проявляется в различных системах, таких как цепочки спинов [10], [11] и модель Джейнса–Каммингса [12], [13]. Поведение квантового дискорда исследовалось в двухкубитной модели спинового сжатия с внутренней декогерентностью [14]. Модель спинового сжатия является еще одним подходящим кандидатом для исследования термальной запутанности [15]. Поэтому в данной работе мы проверяем свойства термальных квантовых корреляций и квантовой телепортации в двух типах двухкубитных моделей спинового сжатия в однородном магнитном поле. В настоящей работе мы показываем, что термальный квантовый дискорд и супердискорд практичнее термальной запутанности при описании квантовых корреляций. С этой целью мы рассматриваем двухспиновую модель во внешнем магнитном поле, спины которой связаны с помощью одноосного сплетающего взаимодействия спинового сжатия. Мы сравниваем запутанность с термальным квантовым дискордом и супердискордом. Ниже подробно исследуется наша модель, которая служит одним из каналов квантовой диссипации в процессе термальной телепортации.

Статья организована следующим образом. В разделах 2, 3 кратко объясняются квантовый дискорд и квантовый супердискорд. В разделе 4 вводится модель и вычисляются термальные запутанность, квантовый супердискорд и квантовый дискорд. В разделе 5 получены термальные супердискорд и дискорд для телепортированного состояния и проанализированы их характеристики.

2. КВАНТОВЫЙ ДИСКОРД

Чтобы вычислить дискорд между, скажем, состояниями A и B , нужно вычислить величину классических корреляций в состоянии AB . Квантовый дискорд для двухсоставной системы AB вычисляется по формуле

$$QD(\rho_{AB}) = I(\rho_{AB}) - J_B(\rho_{AB}), \quad (1)$$

где $I(\rho_{AB}) = S(\rho_A) + S(\rho_B) - S(\rho_{AB})$ – квантовая взаимная информация, в которую входят все корреляции между A и B [16], [17]. Величина $J_B(\rho_{AB})$ вводится как мера классических корреляций [18]:

$$J_B(\rho_{AB}) = S(\rho_A) - S(\rho_{A|B}), \quad (2)$$

где ρ_{AB} – двухсоставная матрица плотности составной системы AB , а ρ_A и ρ_B – матрицы плотности частей A и B . Величина $S(\rho) = -\text{tr} \rho \ln \rho$ называется энтропией фон Неймана, а $S(\rho_A) = \text{tr}_B \rho_{AB}$ – энтропией редуцированной матрицы плотности [19]–[21], где tr означает след матрицы. *Квантовая условная энтропия* имеет вид

$$S(\rho_{A|B}) = \min_{\Pi_j^B} S(\rho_{A|\Pi_j^B}) = \min_{\Pi_j^B} \sum_j P_j S(\rho_{A|j}),$$

где $\{\Pi_j^B\}$ – полный набор положительных операторно-значных измерений, выполненных над подсистемой B , при этом $\sum_j \Pi_j^B = 1$. Таким образом, вероятность j -го результата равна

$$P_j = \text{tr}(\Pi_j^B \rho_{AB} \Pi_j^B),$$

а соответствующее состояние подсистемы A после измерения, при котором измеренный результат соответствует проектору Π_j^B , имеет вид

$$\rho_{A|j} = \frac{1}{P_j} \text{tr}_B(\Pi_j^B \rho_{AB} \Pi_j^B), \quad (3)$$

где вероятность превращения ρ_{AB} в $\rho_{A|\Pi_j^B}$ выражается квантовым дискордом, который затем можно использовать при подготовке квантовых состояний, которые в определенных задачах могут дать даже лучший результат, чем запутанные состояния. Квантовый дискорд для произвольного состояния вычисляется по формуле [16], [22]

$$QD = S(\rho_B) - S(\rho_{AB}) + \min_{\{\Pi_j^B\}} \left(\sum_j P_j S(\rho_{A|j}) \right). \quad (4)$$

Как видно из соотношения (4), дискорд зависит от выбора измерения. Перечислим несколько важных особенностей дискорда. Во-первых, дискорд всегда неотрицательный и достигает нуля для классических коррелированных состояний [16]. Во-вторых, дискорд асимметричен при перестановке A и B . Основная идея вычисления дискорда – извлечь некоторую информацию о подсистеме A по состоянию подсистемы B без какого-либо исследования состояния A . Минимизируя дискорд, мы производим минимальное разрушение корреляций и, следовательно, извлекаем максимум информации [23], [24].

3. КВАНТОВЫЙ СУПЕРДИСКОРД

Теперь введем так называемый квантовый супердискорд [25]. Одним из типов квантовых корреляций в квантовой обработке информации является квантовый супердискорд, основанный на слабых измерениях, он всегда больше квантового дискорда [26]. Идея слабых измерений при расчете квантовых корреляций состоит

в замене всех проективных измерений слабыми измерениями. Для произвольного вещественного $x \geq 0$ операторы слабых измерений имеют вид

$$P(\pm x) = \sqrt{\frac{1 \mp \tanh x}{2}} \Pi_0 + \sqrt{\frac{1 \pm \tanh x}{2}} \Pi_1, \quad (5)$$

где x – параметр силы измерения, Π_0 и Π_1 – ортогональные проекторы, удовлетворяющие условию $\Pi_0 + \Pi_1 = I$. Кроме того, в пределе сильного измерения получаем операторы проективных измерений $\lim_{x \rightarrow \infty} P(+x) = \Pi_0$ и $\lim_{x \rightarrow \infty} P(-x) = \Pi_1$. Квантовый супердискорд обозначается $D_w(\rho_{AB})$ и вычисляется по формуле

$$D_w(\rho_{AB}) = S(\rho_B) - S(\rho_{AB}) + \min_{\{\Pi_i^B\}} S_w(A | \{P^B(x)\}), \quad (6)$$

где нижний индекс w означает, что слабое измерение производится над подсистемой B с помощью слабых операторов $P^B(+x)$. Введем слабую квантовую условную энтропию:

$$S_w(A | \{P^B(x)\}) = P(+x)S(\rho_{A|P^B(+x)}) + P(-x)S(\rho_{A|P^B(-x)}), \quad (7)$$

где

$$P(\pm x) = \text{tr}_{AB}[(I_A \otimes P^B(\pm x))\rho_{AB}(I_A \otimes P^B(\pm x))],$$

$$\rho_{A|P^B(\pm x)} = \frac{\text{tr}_B[(I_A \otimes P^B(\pm x))\rho_{AB}(I_A \otimes P^B(\pm x))]}{P(\pm x)},$$

I_A – тождественный оператор в гильбертовом пространстве H_A , $P^B(\pm x)$ – оператор слабого измерения, произведенного над подсистемой B . В пределе $\lim x \rightarrow 0$ квантовый супердискорд становится обычным квантовым дискордом на основе измерений фон Неймана.

4. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Модель двух спинов во внешнем магнитном поле, связанных друг с другом одноосным сплетающим взаимодействием спинового сжатия, имеет вид [27], [28]

$$\hat{H} = \mu S_x^2 + \Omega S_z, \quad (8)$$

где линейный член взаимодействия S_z управляет напряженностью внешнего магнитного поля $\Omega \geq 0$ в направлении z . В первый член входит ансамбль N частиц со спином $1/2$ и обменной симметрией, его динамические свойства можно описать коллективными операторами

$$S_\alpha = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sigma_\alpha^i, \quad \alpha \in x, y, z,$$

где σ_α^i – матрицы Паули для i -го спина. Параметр $\mu \geq 0$ описывает силу взаимодействия спинового сжатия в направлении x , которая зависит от значений длины рассеяния частиц и плотности конденсата. Взаимодействие устанавливает парные корреляции между всеми отдельными спинами в общей спиновой системе, в нашем

случае двухсоставные корреляции образуются между двумя спинами. Такая модель считается простейшей моделью для создания и управления запутанными состояниями в твердых телах.

Легко получить собственные значения E_n и соответствующие собственные векторы $|\psi_n\rangle$ гамильтониана (8) в стандартном базисе $|00\rangle, |10\rangle, |01\rangle, |11\rangle$, которые имеют следующий вид [29]:

$$\begin{aligned} E_{1,4} &= \frac{\mu \pm \kappa}{2}, & |\psi_{1,2}\rangle &= \frac{1}{A_{\mp}}(\mu|00\rangle + (2\Omega \pm \kappa)|11\rangle, \\ E_2 &= 0, & |\psi_3\rangle &= (\mu|10\rangle - |10\rangle, \\ E_3 &= \mu, & |\psi_4\rangle &= (\mu|01\rangle + |01\rangle, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\kappa = \sqrt{\mu^2 + 4\Omega^2}$, а нормировочная константа $A_{\mp} = \sqrt{\mu^2 + (2\Omega \pm \kappa)^2}$. Можно ввести термальные флуктуации системы. Матрица плотности этих двух спинов в тепловом равновесии имеет вид

$$\rho = \frac{1}{z} e^{-\beta H} = \sum_{n=1}^4 P(n) |\psi_n\rangle \langle \psi_n|,$$

где $P(n) = e^{-\beta E_n} / z$ – термически распределенные заселенности квантовых состояний, $\beta = 1/kT$ ($k = 1$), T – температура, а $z = \sum_n e^{-\beta E_n}$ – статистическая сумма.

Теперь мы можем получить матрицу плотности $\rho(T)$ в стандартном базисе $|00\rangle, |10\rangle, |01\rangle, |11\rangle$:

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= \frac{1}{z} \mu^2 e^{-\beta \mu / 2} \left(\frac{e^{-\kappa \beta / 2}}{A_+^2} - \frac{e^{\kappa \beta / 2}}{A_-^2} \right), \\ \rho_{14} &= \frac{1}{z} \mu e^{-\beta \mu / 2} \left(\frac{e^{-\kappa \beta / 2} (2\Omega + \kappa)}{A_+^2} - \frac{e^{\kappa \beta / 2} (2\Omega - \kappa)}{A_-^2} \right), \\ \rho_{22} &= \rho_{33} = \frac{1}{2z} (1 + e^{-\beta \mu}), \\ \rho_{23} &= \rho_{32} = \frac{1}{2z} (-1 + e^{-\beta \mu}), \\ \rho_{44} &= \frac{1}{z} e^{-\beta \mu / 2} \left(\frac{e^{-\kappa \beta / 2} (2\Omega + \kappa)^2}{A_+^2} + \frac{e^{\kappa \beta / 2} (2\Omega - \kappa)^2}{A_-^2} \right), \\ \rho_{41} &= \rho_{14}. \end{aligned} \quad (10)$$

Зная, что матрица плотности имеет X-структуру, можно определить поведение корреляций с помощью некоторой меры. Далее мы покажем, что квантовый дискорд и квантовый супердискорд, как показатели наличия квантовых корреляций, предпочтительнее запутанности для систем при одних и тех же условиях. Чтобы провести такое сравнение, мы воспользуемся представлением запутанности через согласованность. Формулы (10) описывают смешанное состояние. Для количественного описания запутанности используем согласованность, которую введем по формуле [30]

$$C(\rho) = \max[0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}], \quad (11)$$

Рис. 1. Термальная запутанность (а), квантовый дискорд (б), квантовый супердискорд (в) при $x = 0.1$ как функции параметров взаимодействия с внешним магнитным полем Ω и взаимодействия спинового сжатия μ при $T \rightarrow 0$.

где λ_i – собственные числа матрицы $\rho(\sigma_2 \otimes \sigma_2)\rho^*(\sigma_2 \otimes \sigma_2)$, $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \lambda_4$, σ_2 – матрица Паули, а ρ^* – матрица, комплексно-сопряженная матрице ρ . На рис. 1 изображена согласованность как функция Ω и μ при $T = 0.1$. Температура T указана в единицах постоянной Больцмана k . Мы будем работать в единицах, в которых Ω и μ безразмерны. Из рис. 1а видно, что согласованность сначала растет, а затем убывает с ростом напряженности внешнего магнитного поля. Поэтому при определенной температуре запутанность может возрастать с изменением значений Ω и μ .

Матрица плотности с элементами вида (10) описывает X-состояние. Формализм вычисления квантового дискорда и квантового супердискорда для специального подмножества двухкубитных матриц плотности, называемых X-состояниями, излагается в работах [31]–[33]. Используя предложенные в работах [31], [33] методы, мы представили квантовый дискорд и квантовый супердискорд графически на рис. 1б, в как функции безразмерных величин Ω и μ при $T = 0.1$. Этот рисунок указывает на то, что термальные квантовые корреляции зависят от взаимодействия спинового сжатия μ и взаимодействия с внешним магнитным полем Ω при одной и той же температуре. Явно видно отсутствие квантового дискорда и квантового супердискорда при равенстве нулю силы спинового сжатия или напряженности внешнего магнитного поля. При малых значениях T квантовый дискорд сначала возрастает, а затем убывает с ростом Ω . Следовательно, можно сказать, что при малых значениях температуры T квантовые корреляции изменяются при ослаблении или усилении внешнего магнитного поля.

Рис. 2. Термальные запутанность и квантовые корреляции для спинового канала как функции температуры и взаимодействия с внешним магнитным полем $\Omega = 0.5$ (а), $\Omega = 1.2$ (б) и $\Omega = 2$ (в) при фиксированном значении взаимодействия спинового сжатия $\mu = 1$ и $x = 0.1$.

Чтобы прояснить этот вопрос, рассмотрим эволюцию термальной запутанности и термальных квантовых корреляций как функции T при различных значениях Ω и μ (см. рис. 2, 3). На рис. 2 очевидно влияние Ω на квантовые корреляции с ростом температуры от нуля. С увеличением температуры согласованность становится нулевой на коротком интервале температур, а квантовые корреляции присутствуют даже при более высоких температурах. Напомним, что температурное поведение дискорда в магнито-активных материалах, исследованное в работе Алдошина с соавторами [34], аналогично полученным нами результатам. Кроме того, с увеличением температуры появляется максимум квантовых корреляций и запутанности при малых Ω и $\mu = 1$. Интересным результатом является то, что аналогия в поведении квантового дискорда и квантового супердискорда более очевидна при высоких температурах. В этом случае с ростом температуры квантовые корреляции достигают нуля. Другими словами, можно сказать, что высокая температура уменьшает квантовые корреляции. Поэтому ясно, что с уменьшением Ω в спиновом канале запутанность и квантовые корреляции возрастают, а падают они несколько позднее.

На рис. 3 запутанность и квантовые корреляции приведены при значении напряженности внешнего магнитного поля $\Omega = 1$ и при различных значениях взаимодействия спинового сжатия μ . Ясно, что при малых значениях параметра μ согласо-

Рис. 3. Термальные запутанность и квантовые корреляции для спинового канала как функции температуры и взаимодействия спинового сжатия $\mu = 0.5$ (а), $\mu = 1.2$ (б) и $\mu = 2$ (в) при фиксированном значении взаимодействия с внешним магнитным полем $\Omega = 1$ и $x = 0.1$.

ванность убывает быстро в пределе низких температур. В то же время квантовый дискорд и квантовый супердискорд испытывают монотонное уменьшение при более высоких температурах. Это означает, что квантовые корреляции полезнее запутанности при описании квантовой динамики, наблюдаемой в квантовых системах. Другими словами, сила взаимодействия спинового сжатия μ может менять квантовые корреляции. Вообще говоря, из рис. 2, 3 видно, что изменение параметров μ и Ω меняет величину квантовых корреляций. Кроме того, согласованность больше квантового дискорда при низкой температуре T , но квантовый дискорд превосходит согласованность при большем значении температуры T . Другим важным фактом является то, что квантовый дискорд при малых температурах сначала растет, в отличие от согласованности. Физически это можно интерпретировать следующим образом. С увеличением температуры в системе развивается декогеренция, которая приводит к уменьшению квантовых корреляций и запутанности. Но квантовый дискорд устойчивее к повышению температуры T в пределе низких температур [35], [36].

Далее мы перенесем понятие квантовой телепортации на спиновые каналы.

5. ТЕЛЕПОРТАЦИЯ ТЕРМАЛЬНОГО КВАНТОВОГО ДИСКОРДА И ТЕРМАЛЬНОГО КВАНТОВОГО СУПЕРДИСКОРДА

Телепортация представляет собой особенно важный способ пространственной передачи информации с помощью кубита в неизвестном состоянии. Мы изучаем влияние параметров Ω и μ на квантовые корреляции телепортированного состояния. Предположим, что существуют два пользователя, Алиса и Боб, которые разделяют между собой запутанное состояние, заданное формулами (10). Алиса находится в чистом состоянии $\rho_{\text{in}} = |\psi_{\text{in}}\rangle\langle\psi_{\text{in}}|$, где

$$|\psi_{\text{in}}\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |01\rangle + e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} |10\rangle, \quad (12)$$

при этом $0 \leq \theta \leq \pi$ и $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Цель Алисы – переслать состояние Бобу с помощью матрицы (10). Состояние на выходе вычисляется следующим образом:

$$\rho_{\text{out}} = \sum_{\mu\nu} P_{\mu\nu} (\sigma_{\mu} \otimes \sigma_{\nu}) \rho_{\text{in}} (\sigma_{\nu} \otimes \sigma_{\mu}), \quad (13)$$

$$P_{\mu\nu} = \text{tr}(E^{\mu} \dot{\rho}^{AB}) \text{tr}(E^{\nu} \dot{\rho}^{AB}), \quad \mu, \nu = 0, x, y, z, \quad \sum_{\mu\nu} P_{\mu\nu} = 1.$$

Здесь,

$$E^0 = |\psi^{-}\rangle\langle\psi^{-}|, \quad E^1 = |\phi^{-}\rangle\langle\phi^{-}|, \quad E^2 = |\phi^{+}\rangle\langle\phi^{+}|, \quad E^3 = |\psi^{+}\rangle\langle\psi^{+}|,$$

$|\psi^{\pm}\rangle = (|01\rangle \pm |10\rangle)/\sqrt{2}$ и $|\phi^{\pm}\rangle = (|00\rangle \pm |11\rangle)/\sqrt{2}$ – состояния Белла. После некоторых простых алгебраических преобразований получим, что матрица плотности на выходе ρ_{out} по-прежнему имеет X-структуру со следующими ненулевыми элементами:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{out}}^{11} &= \rho_{\text{out}}^{44} = (\rho_{11} + \rho_{44})(\rho_{22} + \rho_{33}), \\ \rho_{\text{out}}^{14} &= \rho_{\text{out}}^{41} = (\rho_{14} + \rho_{41})(\rho_{23} + \rho_{32}) \sin \theta \cos \varphi, \\ \rho_{\text{out}}^{22} &= (\rho_{22} + \rho_{33})^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + (\rho_{11} + \rho_{44})^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \\ \rho_{\text{out}}^{23} &= \frac{1}{2} [(\rho_{23} + \rho_{32})^2 e^{-i\varphi} \sin \theta + (\rho_{14} + \rho_{41})^2 e^{i\varphi} \sin \theta], \\ \rho_{\text{out}}^{33} &= (\rho_{22} + \rho_{33})^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} + (\rho_{11} + \rho_{44})^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Зная выходное состояние, можно охарактеризовать качество телепортированного состояния ρ_{out} , вычислив квантовый дискорд и квантовый супердискорд для матрицы (14). Покажем, что они являются полезными величинами, характеризующими телепортацию в квантовом канале. Матрица (14) означает, что выходное состояние, квантовый дискорд и квантовый супердискорд этого состояния зависят не только от взаимодействия спинового сжатия μ и взаимодействия с внешним магнитным полем Ω , но также и от температуры. Поэтому наша работа направлена на изучение свойств квантового дискорда и квантового супердискорда для выходного состояния при разных значениях температуры, μ и Ω . Ниже мы сравниваем свойства квантового дискорда и квантового супердискорда выходных состояний.

На рис. 4 изображены согласованность, квантовый дискорд и квантовый супердискорд для матрицы (14) как функции Ω и μ при температуре $T = 0.1$. Согласованность сначала возрастает, а затем монотонно убывает с увеличением μ при

Рис. 4. Телепортированная термальная согласованность (а), телепортированный термальный квантовый дискорд (б), квантовый супердискорд (в) при $x = 0.1$ как функции взаимодействия с внешним магнитным полем Ω , взаимодействия спинового сжатия μ для спинового канала при $T = 0.5$.

$\Omega < 2$. Из рис. 4 видно, что квантовый дискорд и квантовый супердискорд ведут себя по-разному в пределе низких температур. При увеличении Ω и μ квантовый дискорд сначала возрастает, а затем убывает. Он максимален при $\Omega < 1$, когда выходной квантовый дискорд сохраняет определенное значение при увеличении Ω , в то время как квантовый супердискорд достигает своего максимального значения при $\Omega > 1$. Следует отметить, что термальный квантовый дискорд и термальный квантовый супердискорд равны нулю при $\Omega = \mu = 0$. В общем случае максимальное значение квантовых корреляций выходного состояния меньше, чем максимальное значение квантовых корреляций входного состояния.

Чтобы показать, что дискорд и супердискорд являются мерами, пригодными для определения качества переданного Бобу состояния, воспользуемся надежностью. Надежность определяет, насколько близко конечное состояние к начальному, и вычисляется по формуле [37]

$$F(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}) = \left\{ \text{Tr} \left[\sqrt{\sqrt{\rho_{\text{in}}} \rho_{\text{out}} \sqrt{\rho_{\text{in}}}} \right] \right\}^2. \quad (15)$$

Это полезный показатель качества осуществления телепортации в квантовом канале в случае чистого начального состояния. Поскольку переданное состояние является чистым, эффективность квантовой коммуникации характеризуется средней надежностью, которая представляет собой надежность, усредненную по всем возможным чистым входным состояниям на сфере Блоха, и вычисляется следующим образом:

$$F_a = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi F(\rho_{\text{in}}, \rho_{\text{out}}) \sin \theta d\theta. \quad (16)$$

Рис. 5. Телепортированная согласованность (пунктирная линия), средняя надежность (жирная сплошная линия), квантовый дискорд (тонкая сплошная линия) и квантовый супердискорд (штриховая линия) при $x = 0.1$ как функции температуры, $\Omega = 3$ (а), $\Omega = 2.5$ (б), $\Omega = 2$ (в) при фиксированном значении $\mu = 4$.

При использовании нашей модели как квантового канала телепортации запутанного состояния надежность F_a можно представить в виде

$$F_a = \frac{2}{3}(\rho_{22} + \rho_{33})^2 + \frac{1}{3}(\rho_{11} + \rho_{44})^2 + \frac{1}{3}(\rho_{23} + \rho_{32})^2. \quad (17)$$

В общем случае $0 \leq F_a \leq 1$, поэтому информация при передаче искажается до некоторой степени. Для осуществления квантовой коммуникации значение F_a должно превышать $2/3$, которое является максимальным при классической коммуникации. Поэтому, чтобы передать $|\psi_{\text{in}}\rangle$ с надежностью выше надежности любого классического протокола, потребуем, чтобы значение F_a было строго больше $2/3$. Рис. 5 демонстрирует влияние температуры T на телепортированное состояние (12) при $\mu = 4$ и различных значениях Ω . Мы обнаружили существование квантовых корреляций при $T = 0$, а при повышении температуры квантовые корреляции быстро уменьшаются до минимального значения. Запутанность телепортированного состояния уменьшается от максимального значения до нуля на коротком интервале

температур $0 < T < 1$. В то же время квантовый дискорд телепортированного состояния сначала возрастает от минимального до максимального значения на интервале $0 < T < 1$, затем медленно уменьшается до нуля с увеличением температуры T . Аналогично, надежность и квантовый супердискорд телепортированного состояния уменьшаются от максимального значения до минимального на большом интервале температур. Это сравнение показывает, что, как и надежность, квантовый супердискорд и квантовый дискорд являются хорошими мерами оценки качества телепортированного состояния. Согласно рис. 5 величина запутанности и квантовых корреляций увеличивается при уменьшении Ω в пределе $T \rightarrow 0$. Этот рисунок также показывает, что интервал температур, в котором существуют запутанность и квантовые корреляции телепортированного состояния, очевидно, можно увеличить путем уменьшения Ω при фиксированном значении $\mu = 4$. Можно осуществить телепортацию термального квантового дискорда и квантового супердискорда при более высоких температурах с помощью изменения параметров Ω и μ . Следовательно, квантовый дискорд и квантовый супердискорд, как и надежность, можно считать мерами, пригодными для оценки качества квантовой телепортации. При этом телепортацию квантового дискорда и квантового супердискорда можно осуществить в более широком диапазоне температур, чем телепортацию запутанности.

6. ВЫВОДЫ

В работе изучены квантовый дискорд и квантовый супердискорд в системе двух спинов во внешнем магнитном поле с внутренней декогеренцией, которые связаны друг с другом одноосным сплетающим взаимодействием спинового сжатия. Показано, что квантовые корреляции в системе сначала возрастают, а затем убывают с ростом температуры. Квантовый дискорд и квантовый супердискорд способны выявить наличие квантовых корреляций лучше и в большем диапазоне температур, чем запутанность.

Мы изучили телепортированные квантовый дискорд и квантовый супердискорд в системе двух спинов во внешнем магнитном поле, которые связаны друг с другом одноосным сплетающим взаимодействием спинового сжатия. Наше исследование показало, что телепортированное состояние можно оптимизировать, регулируя взаимодействие спинового сжатия, внешнее магнитное поле, температуру, а также с помощью выбора подходящей меры для оценки квантовых корреляций. Из рис. 5 видно, что телепортированные квантовый дискорд и квантовый супердискорд обнаруживаются в большем интервале температур, чем телепортированная запутанность. Также ясно, что телепортация квантового супердискорда и квантового дискорда сохраняет больше корреляций, чем телепортация других мер. Поэтому такая телепортация может быть хорошим способом передачи квантовой информации, в котором нет необходимости наличия запутанных состояний. Этот результат поможет значительно сократить затраты на реализацию квантовой коммуникации.

Список литературы

- [1] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres, W. K. Wootters, "Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels", *Phys. Rev. Lett.*, **70**:13 (1993), 1895–1899.
- [2] R. Horodecki, P. Horodecki, M. Horodecki, K. Horodecki, "Quantum entanglement", *Rev. Modern Phys.*, **81**:2 (2009), 865–942.

- [3] H. Ollivier, W. H. Zurek, “Quantum discord: a measure of the quantumness of correlations”, *Phys. Rev. Lett.*, **88**:1 (2001), 017901, 4 pp.
- [4] W. H. Zurek, “Decoherence, einselection, and the quantum origins of the classical”, *Rev. Modern Phys.*, **75**:3 (2003), 715–775.
- [5] K. Modi, T. Paterek, W. Son, V. Vedral, M. Williamson, “Unified view of quantum and classical correlations”, *Phys. Rev. Lett.*, **104**:8 (2010), 080501, 4 pp.
- [6] В. Е. Зобов, “Квантовые и классические корреляции в высокотемпературной динамике двух связанных больших спинов”, *ТМФ*, **177**:1 (2013), 111–125.
- [7] Y.-S. Kim, J.-C. Lee, O. Kwon, Y.-H. Kim, “Protecting entanglement from decoherence using weak measurement and quantum measurement reversal”, *Nature Phys.*, **8**:2 (2012), 117–120.
- [8] C. C. Rulli, M. S. Sarandy, “Global quantum discord in multipartite systems”, *Phys. Rev. A*, **84**:4 (2011), 042109, 6 pp.
- [9] M. Berta, M. Christandl, R. Colbeck, J. M. Renes, R. Renner, “The uncertainty principle in the presence of quantum memory”, *Nature Phys.*, **6**:9 (2010), 659–662.
- [10] D. V. Khveshchenko, “Entanglement and decoherence in near-critical qubit chains”, *Phys. Rev. B*, **68**:19 (2003), 193307, 4 pp.
- [11] G. F. Zhang, S. S. Li, “Thermal entanglement in a two-qubit Heisenberg XXZ spin chain under an inhomogeneous magnetic field”, *Phys. Rev. A*, **72**:3 (2005), 034302, 4 pp.
- [12] J.-W. Pan, C. Simon, Č. Brukner, A. Zeilinger, “Entanglement purification for quantum communication”, *Nature*, **410** (2001), 1067–1070.
- [13] C.-Y. Chen, “Approximate and conditional teleportation of an unknown atomic state with dissipative Jaynes–Cummings model”, *Commun. Theor. Phys.*, **49**:2 (2008), 355–358.
- [14] G.-H. Yang, B.-B. Zhang, “Quantum discord behaviors in two qubits spin squeezing model with intrinsic decoherence”, *Internat. J. Theor. Phys.*, **55**:5 (2015), 2588–2597.
- [15] G.-H. Yang, “Thermal entanglement properties in two kinds of two-qubit spin squeezing model”, *Internat. J. Theor. Phys.*, **55**:7 (2016), 3191–3199.
- [16] L. Henderson, V. Vedral, “Classical, quantum and total correlations”, *J. Phys. A: Math. Gen.*, **34**:35 (2001), 6899–6905.
- [17] B. Groisman, S. Popescu, A. Winter, “Quantum, classical, and total amount of correlations in a quantum state”, *Phys. Rev. A*, **72**:3 (2005), 032317, 11 pp.
- [18] L. Mazzola, J. Piilo, S. Maniscalco, “Sudden transition between classical and quantum decoherence”, *Phys. Rev. Lett.*, **104**:20 (2010), 200401, 4 pp.
- [19] X.-Q. Yan, B. Zhang, “Collapse-revival of quantum discord and entanglement”, *Ann. Phys.*, **349** (2014), 350–356.
- [20] S. Luo, “Using measurement-induced disturbance to characterize correlations as classical or quantum”, *Phys. Rev. A*, **77**:2 (2008), 022301, 5 pp.; S. Wu, U. V. Poulsen, K. Mølmer, “Correlations in local measurements on a quantum state, and complementarity as an explanation of nonclassicality”, *Phys. Rev. A*, **80**:3 (2009), 032319, 11 pp.
- [21] A. Datta, “Quantum discord between relatively accelerated observers”, *Phys. Rev. A*, **80**:5 (2009), 052304, 5 pp.; R. Dillenschneider, “Quantum discord and quantum phase transition in spin chains”, *Phys. Rev. B*, **78**:22 (2008), 224413, 7 pp.; M. S. Sarandy, “Classical correlation and quantum discord in critical systems”, *Phys. Rev. A*, **80**:2 (2009), 022108, 9 pp.; J. Maziero, L. C. Céleri, R. M. Serra, V. Vedral, “Classical and quantum correlations under decoherence”, *Phys. Rev. A*, **80**:4 (2009), 044102, 4 pp.; V. Vedral, “The elusive source of quantum speedup”, *Found. Phys.*, **40**:8 (2010), 1141–1154, arXiv:0906.3656.
- [22] W. H. Zurek, “Einselection and decoherence from an information theory perspective”, *Ann. Phys.*, **9**:11–12 (2000), 855–864.
- [23] Y. Yao, H.-W. Li, X.-B. Zou, J.-Z. Huang, C.-M. Zhang, Z.-Q. Yin, W. Chen, G.-C. Guo, Z.-F. Han, “Quantum discord in quantum random access codes and its connection to dimension witnesses”, *Phys. Rev. A*, **86**:6 (2012), 062310, 9 pp.

- [24] G. Zhihua, C. Huaixin, Q. Shixian, “Partial correlations in multipartite quantum systems”, *Inf. Sci.*, **289** (2014), 262–272.
- [25] U. Singh, A. K. Pati, “Quantum discord with weak measurements”, *Ann. Phys.*, **343** (2014), 141–152.
- [26] Y. Aharonov, D. Z. Albert, L. Vaidman, “How the result of a measurement of a component of the spin of a spin-1/2 particle can turn out to be 100”, *Phys. Rev. Lett.*, **60**:14 (1998), 1351–1354.
- [27] M. Kitagawa, M. Ueda, “Squeezed spin states”, *Phys. Rev. A*, **47**:6 (1993), 5138–5143.
- [28] X. Wang, B. C. Sanders, “Spin squeezing and pairwise entanglement for symmetric multi-qubit states”, *Phys. Rev. A*, **68**:1 (2003), 012101, 6 pp.
- [29] R. Wang, G.-H. Yang, “Entanglement teleportation via two-qubit spin squeezing model”, *Internat. J. Theor. Phys.*, **55**:2 (2015), 920–926.
- [30] W. K. Wootters, “Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits”, *Phys. Rev. Lett.*, **80**:10 (1998), 2245–2248.
- [31] M. Ali, A. R. P. Rau, G. Alber, “Quantum discord for two-qubit X states”, *Phys. Rev. A*, **81**:4 (2010), 042105, 7 pp.
- [32] M. Ali, A. R. P. Rau, G. Alber, “Erratum: Quantum discord for two-qubit X states”, *Phys. Rev. A*, **82**:6 (2010), 069902.
- [33] Q. Chen, C. Zhang, S. Yu, X. X. Yi, C. H. Oh, “Quantum discord of two-qubit X states”, *Phys. Rev. A*, **84**:4 (2011), 042313, 5 pp.
- [34] С. М. Алдошин, Э. Б. Фельдман, М. А. Юрищев, “Квантовая запутанность и квантовый дискорд в магнитоактивных материалах”, *ФНТ*, **40**:1 (2014), 5–21.
- [35] T. Werlang, S. Souza, F. F. Fanchini, C. J. Villas Boas, “Robustness of quantum discord to sudden death”, *Phys. Rev. A*, **80**:2 (2009), 024103, 4 pp.
- [36] B. Liu, B. Shao, J. Zou, “Quantum discord for a central two-qubit system coupled to an XY -spin-chain environment”, *Phys. Rev. A*, **82**:6 (2010), 062119, 7 pp.
- [37] R. Jozsa, “Fidelity for mixed quantum states”, *J. Modern Opt.*, **41**:12 (1994), 2315–2323.

Поступила в редакцию 29.03.2017,
после доработки 29.05.2017