Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Н. А. Славнов, Детерминантные представления для скалярных произведений в алгебраическом анзаце Бете, *ТМФ*, 2018, том 197, номер 3, 435–443

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9623>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.237.59.107

26 апреля 2023 г., 14:07:52

© 2018 г.

Н. А. Славнов*

ДЕТЕРМИНАНТНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДЛЯ СКАЛЯРНЫХ ПРОИЗВЕДЕНИЙ В АЛГЕБРАИЧЕСКОМ АНЗАЦЕ БЕТЕ

Рассматриваются модели с $\mathfrak{gl}(2|1)$ -симметрией, решаемые с помощью вложенного алгебраического анзаца Бете. Получено новое детерминантное представление для скалярного произведения твистованного и обычного on-shell векторов Бете. Полученное представление приводит к новой формуле для скалярного произведения в моделях с $\mathfrak{gl}(2)$ -симметрией.

Ключевые слова: алгебраический анзац Бете, скалярное произведение, градуированные модели.

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf9623>

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема вычисления скалярных произведений является крайне важной в алгебраическом анзаце Бете [1]–[3]. В рамках этого метода скалярное произведение представляет собой необходимый инструмент для вычисления формфакторов и корреляционных функций. Первые результаты в этом направлении для моделей с $\mathfrak{gl}(2)$ -инвариантной R -матрицей и ее q -деформацией были получены в [4]–[6]. Однако это явное представление (формула Изергина–Корепина) было весьма неудобно для приложений. Следующий шаг был сделан в статье [7], где было найдено детерминантное представление для частного случая скалярных произведений. В этом конкретном случае один из векторов является вектором общего вида, а другой – on-shell вектором Бете (т.е. собственным вектором трансфер-матрицы). Детерминантное представление для скалярных произведений открыло путь к изучению формфакторов и корреляционных функций в моделях с $\mathfrak{gl}(2)$ -симметрией и их q -деформациями [8]–[13]. Оно также оказалось полезным для численного анализа корреляционных функций [14]–[17].

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-50-00005).

*Математический институт им. В. А. Стеклова Российской академии наук, Москва, Россия. E-mail: nslavnov@mi-ras.ru

Аналогичные результаты были недавно получены для моделей с $\mathfrak{gl}(3)$ - и $\mathfrak{gl}(2|1)$ -симметриями [18]–[20]. В этих случаях, однако, приходится налагать более жесткие ограничения на векторы Бете. В частности, до сих пор не удалось вывести аналог представления из работы [7] для скалярного произведения on-shell вектора Бете и произвольного вектора. Тем не менее найденные детерминантные формулы для частных случаев скалярных произведений позволили получить компактные представления для формфакторов локальных операторов [21]–[26].

В настоящей работе мы выводим новое детерминантное представление для скалярного произведения твистованного и обычного on-shell векторов Бете в моделях с $\mathfrak{gl}(2|1)$ -инвариантной R -матрицей¹⁾. Новое представление является более удобным для численного анализа, чем представление работы [20], так как оно содержит детерминант матрицы меньшего порядка. В частном случае мы также получаем неизвестную ранее формулу для скалярного произведения векторов Бете в моделях с $\mathfrak{gl}(2)$ -инвариантной R -матрицей. Данная формула может быть использована при вычислении термодинамического предела формфакторов и коэффициентов асимптотического разложения корреляционных функций.

Статья построена следующим образом. В разделе 2 мы описываем рассматриваемую модель, а также вводим соглашение об обозначениях. Раздел 3 содержит основные результаты статьи. Здесь мы приводим детерминантное представление для специального случая скалярного произведения векторов Бете и рассматриваем важный частный случай.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

2.1. Модели с $\mathfrak{gl}(2|1)$ -симметрией. R -матрица $\mathfrak{gl}(2|1)$ -инвариантных моделей действует в тензорном произведении $\mathbb{C}^{2|1} \otimes \mathbb{C}^{2|1}$, где $\mathbb{C}^{2|1}$ является $\mathbb{Z}_2$ -градуированным векторным пространством с градуировкой $[1] = [2] = 0$, $[3] = 1$. Матрицы, действующие в этом пространстве, также градуированы: $[e_{ij}] = [i] + [j]$, где e_{ij} суть элементарные единицы: $(e_{ij})_{ab} = \delta_{ia}\delta_{jb}$. R -матрица имеет вид

$$R(u, v) = \mathbb{I} + g(u, v)P, \quad g(u, v) = \frac{c}{u - v}, \quad (2.1)$$

где $\mathbb{I}$ – единичная матрица, P – градуированный оператор перестановки [27], а c – некоторая константа.

Элементы матрицы мондромии $T(u)$ градуированы так же, как матрицы $[e_{ij}]$: $[T_{ij}(u)] = [i] + [j]$. Их коммутационные соотношения задаются RTT -соотношением

$$R(u, v)(T(u) \otimes \mathbb{I})(\mathbb{I} \otimes T(v)) = (\mathbb{I} \otimes T(v))(T(u) \otimes \mathbb{I})R(u, v), \quad (2.2)$$

где тензорные произведения в пространствах $\mathbb{C}^{2|1}$ градуированы следующим образом:

$$(\mathbb{I} \otimes e_{ij}) \cdot (e_{kl} \otimes \mathbb{I}) = (-1)^{([i]+[j])([k]+[l])} e_{kl} \otimes e_{ij}. \quad (2.3)$$

Равенство (2.2) имеет место в тензорном произведении $\mathbb{C}^{2|1} \otimes \mathbb{C}^{2|1} \otimes \mathcal{H}$, где $\mathcal{H}$ – гильбертово пространство рассматриваемого гамильтониана.

¹⁾См. п. 2.2 для определения твистованных on-shell векторов Бете.

Градуированная трансфер-матрица определяется как суперслед матрицы монодромии:

$$\mathcal{T}(u) = \text{str } T(u) = \sum_{j=1}^3 (-1)^{|j|} T_{jj}(u). \quad (2.4)$$

Благодаря соотношению $[T(u), T(v)] = 0$ она задает некоторую интегрируемую систему.

2.2. Векторы Бете. Векторы Бете принадлежат пространству $\mathcal{H}$, в котором действует гамильтониан данной модели. В настоящей работе мы не используем явный вид этих векторов, однако читатель может найти его в работах [28], [29]. Дуальные векторы Бете принадлежат дуальному пространству $\mathcal{H}^*$.

Мы будем обозначать векторы Бете и дуальные к ним векторы соответственно через $\mathbb{B}_{a,b}(\bar{u}; \bar{v})$ и $\mathbb{C}_{a,b}(\bar{u}; \bar{v})$. Они параметризуются двумя наборами комплексных параметров (параметры Бете) $\bar{u} = \{u_1, \dots, u_a\}$ и $\bar{v} = \{v_1, \dots, v_b\}$, где $a, b = 0, 1, \dots$. Если параметры Бете являются произвольными комплексными числами, то мы говорим, что соответствующий (дуальный) вектор Бете является вектором общего вида. Если оба набора $\bar{u}$ и $\bar{v}$ пусты, то $\mathbb{B}_{0,0}(\emptyset; \emptyset) = |0\rangle$ и $\mathbb{C}_{0,0}(\emptyset; \emptyset) = \langle 0|$, где $|0\rangle$ и $\langle 0|$ называются соответственно вакуумным и дуальным вакуумными векторами. Векторы $|0\rangle$ и $\langle 0|$ являются сингулярными векторами матричных элементов матрицы монодромии:

$$\begin{aligned} T_{ii}(u)|0\rangle &= \lambda_i(u)|0\rangle, & \langle 0|T_{ii}(u) &= \lambda_i(u)\langle 0|, & 1 \leq i \leq 3, \\ T_{ji}(u)|0\rangle &= 0, & \langle 0|T_{ij}(u) &= 0, & 1 \leq i < j \leq 3, \end{aligned} \quad (2.5)$$

где $\lambda_i(u)$ суть некоторые скалярные функции. В рамках обобщенной модели [4], рассматриваемой в настоящей статье, они остаются свободными функциональными параметрами. Ниже нам будет удобно иметь дело с отношениями этих функций

$$r_1(u) = \frac{\lambda_1(u)}{\lambda_2(u)}, \quad r_3(u) = \frac{\lambda_3(u)}{\lambda_2(u)}. \quad (2.6)$$

(Дуальный) вектор Бете становится собственным вектором трансфер-матрицы $\mathcal{T}(u)$, если параметры Бете удовлетворяют системе уравнений Бете

$$\begin{aligned} r_1(u_j) &= \prod_{\substack{k=1, \\ k \neq j}}^a \frac{f(u_j, u_k)}{f(u_k, u_j)} \prod_{l=1}^b f(v_l, u_j), & j &= 1, \dots, a, \\ r_3(v_j) &= \prod_{l=1}^a f(v_j, u_l), & j &= 1, \dots, b, \end{aligned} \quad (2.7)$$

где мы ввели функцию

$$f(u, v) = 1 + g(u, v) = \frac{u - v + c}{u - v}. \quad (2.8)$$

Мы называем такие векторы on-shell векторами Бете (или дуальными on-shell векторами Бете).

Помимо обычной матрицы монодромии удобно также рассматривать твистованную матрицу монодромии $T_\kappa(u)$ [5], [9], [18], [22]. Для моделей с $\mathfrak{gl}(2|1)$ -симметрией она определяется следующим образом. Пусть $\kappa = \text{diag}(\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3)$ – диагональная матрица размера 3×3 , где κ_i суть комплексные числа. Тогда $T_\kappa(u) = \kappa T(u)$, где $T(u)$ – стандартная матрица монодромии.

Легко проверить, что твистованная матрица монодромии удовлетворяет RTT -соотношению (2.2) с R -матрицей (2.1). Суперслед твистованной матрицы монодромии $T_\kappa(u) = \text{str } T_\kappa(u)$ называется твистованной трансфер-матрицей. Собственные состояния (дуальные собственные состояния) твистованной трансфер-матрицы называются твистованными on-shell векторами Бете (соответственно твистованными дуальными on-shell векторами Бете). Твистованный (дуальный) вектор Бете общего вида становится твистованным (дуальным) on-shell вектором Бете, если параметры Бете удовлетворяют системе твистованных уравнений Бете

$$\begin{aligned} r_1(u_j) &= \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \prod_{\substack{k=1, \\ k \neq j}}^a \frac{f(u_j, u_k)}{f(u_k, u_j)} \prod_{l=1}^b f(v_l, u_j), & j = 1, \dots, a, \\ r_3(v_j) &= \frac{\kappa_2}{\kappa_3} \prod_{l=1}^a f(v_j, u_l), & j = 1, \dots, b. \end{aligned} \quad (2.9)$$

2.3. Обозначения. В настоящей работе мы пользуемся теми же обозначениями и соглашениями, что и в работе [20]. Напомним их.

Помимо функций $g(u, v)$ и $f(u, v)$, описанных выше, мы введем две функции

$$\begin{aligned} h(u, v) &= \frac{f(u, v)}{g(u, v)} = \frac{u - v + c}{c}, \\ t(u, v) &= \frac{g(u, v)}{h(u, v)} = g(u, v) - \frac{1}{h(u, v)} = \frac{c^2}{(u - v)(u - v + c)}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Сформулируем теперь соглашение об обозначениях. Мы обозначаем наборы переменных чертой: $\bar{x}$, $\bar{u}$, $\bar{v}$ и т. д. Отдельные элементы наборов обозначаются латинским нижним индексом: v_j , u_k и т. д. Как правило, количество элементов в наборах явно не указано, однако мы задаем его в специальных комментариях к формулам.

Для того чтобы сделать формулы более компактными, мы используем сокращенные обозначения для произведений функций, зависящих от двух переменных. А именно, если функции g , f , h зависят от набора переменных, это означает, что следует взять произведение по соответствующему набору. Например,

$$f(u_k, \bar{v}) = \prod_{v_l \in \bar{v}} f(u_k, v_l), \quad g(\bar{v}^C, \bar{v}^B) = \prod_{v_j^C \in \bar{v}^C} \prod_{v_k^B \in \bar{v}^B} g(v_j^C, v_k^B). \quad (2.11)$$

По определению любое произведение по пустому множеству равно 1. Двойное произведение равно 1, если хотя бы один из наборов пуст. Мы также вводим специальные обозначения для произведений функций g :

$$\Delta'_n(\bar{u}) = \prod_{j < k}^n g(u_j, u_k), \quad \Delta_n(\bar{v}) = \prod_{j > k}^n g(v_j, v_k). \quad (2.12)$$

Легко видеть, что $\Delta'_n(\bar{u}) = (-1)^{n(n-1)/2} \Delta_n(\bar{u})$.

3. ДЕТЕРМИНАНТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДЛЯ СКАЛЯРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ

Скалярное произведение векторов Бете определяется как

$$S_{a,b} \equiv S_{a,b}(\bar{u}^C; \bar{v}^C | \bar{u}^B; \bar{v}^B) = \mathbb{C}_{a,b}(\bar{u}^C; \bar{v}^C) \mathbb{B}_{a,b}(\bar{u}^B; \bar{v}^B), \quad (3.1)$$

где все параметры Бете априори являются комплексными числами в общем положении. Мы добавили верхние индексы C и B к наборам $\bar{u}$, $\bar{v}$, дабы подчеркнуть, что векторы $\mathbb{C}_{a,b}$ и $\mathbb{B}_{a,b}$ могут зависеть от различных наборов параметров.

Рассмотрим скалярное произведение (3.1), где параметры Бете $\{\bar{u}^B, \bar{v}^B\}$ удовлетворяют системе (2.7), а параметры $\{\bar{u}^C, \bar{v}^C\}$ удовлетворяют системе (2.9). Тогда $\mathbb{B}_{a,b}(\bar{u}^B; \bar{v}^B)$ является on-shell вектором Бете, а $\mathbb{C}_{a,b}(\bar{u}^C; \bar{v}^C)$ – дуальный твистованный on-shell вектор Бете.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 3.1. Пусть z_i – корни уравнения

$$1 = \frac{\kappa_2 f(z_i, \bar{u}^C)}{\kappa_3 f(z_i, \bar{u}^B)} \quad (3.2)$$

и

$$\alpha_i = \frac{1}{\sum_{n=1}^a (t(z_i, u_n^B) - t(z_i, u_n^C))} \frac{g(z_i, \bar{u}^B)}{g(z_i, \bar{u}^C)} \frac{g(z_i, \bar{v}^C)}{g(z_i, \bar{v}^B)}. \quad (3.3)$$

Тогда скалярное произведение $S_{a,b}$ (3.1) имеет следующее детерминантное представление:

$$S_{a,b} = H \det_a \left(\sum_{i=1}^{2a} \alpha_i t(z_i, u_j^C) \left(g(u_k^B, z_i) + \frac{\kappa_1}{\kappa_3 h(z_i, u_k^B)} \right) \right), \quad (3.4)$$

где

$$H = \left(\frac{\kappa_3}{\kappa_1} \right)^a h(\bar{u}^B, \bar{u}^B) \frac{g(\bar{v}^B, \bar{u}^B)}{g(\bar{v}^C, \bar{u}^B)} \Delta'_a(\bar{u}^C) \Delta_a(\bar{u}^B) g(\bar{v}^C, \bar{v}^B) \prod_{k=1}^b \left(f(v_k^C, \bar{u}^B) - \frac{\kappa_2}{\kappa_3} f(v_k^C, \bar{u}^C) \right). \quad (3.5)$$

В частном случае $\bar{v}^C = \bar{v}^B = \emptyset$, $\kappa_2 = \kappa$ и $\kappa_1 = \kappa_3 = 1$ мы имеем дело с $\mathfrak{gl}(2)$ -симметричными моделями. Тогда представление (3.4) упрощается.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 3.2. Пусть z_i – корни уравнения

$$1 = \kappa \frac{f(z_i, \bar{u}^C)}{f(z_i, \bar{u}^B)} \quad (3.6)$$

и

$$\alpha_i = \frac{1}{\sum_{n=1}^a (t(z_i, u_n^B) - t(z_i, u_n^C))} \frac{g(z_i, \bar{u}^B)}{g(z_i, \bar{u}^C)}. \quad (3.7)$$

В этом случае скалярное произведение твистованного дуального on-shell вектора Бете $\mathbb{C}_a(\bar{u}^C) = \mathbb{C}_{a,0}(\bar{u}^C; \emptyset)$ и on-shell вектора Бете $\mathbb{B}_a(\bar{u}^B) = \mathbb{B}_{a,0}(\bar{u}^B; \emptyset)$ имеет следующее детерминантное представление:

$$\mathbb{C}_a(\bar{u}^C) \mathbb{B}_a(\bar{u}^B) = \Delta'_a(\bar{u}^C) \Delta_a(\bar{u}^B) h(\bar{u}^B, \bar{u}^B) \det_a \left(\sum_{i=1}^{2a} \alpha_i t(z_i, u_j^C) t(z_i, u_k^B) \right). \quad (3.8)$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Воспользуемся результатом работы [20], где скалярное произведение твистованного и обычного on-shell векторов Бете было получено в виде детерминанта матрицы размера $(a + b) \times (a + b)$. Его можно записать в блочной форме:

$$S_{a,b} = \tilde{H} \det_{a+b} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}, \quad (3.9)$$

где блок A имеет размер $a \times a$, блок B – размер $a \times b$, блок C – размер $b \times a$ и блок D – размер $b \times b$. Явные представления для блоков таковы:

$$\begin{aligned} A_{jk} &= h(u_k^B, \bar{u}^B) \left(t(u_j^C, u_k^B) \frac{f(\bar{v}^B, u_k^B) h(\bar{u}^C, u_k^B)}{f(\bar{v}^C, u_k^B) h(\bar{u}^B, u_k^B)} + \frac{\kappa_2}{\kappa_1} t(u_k^B, u_j^C) \frac{h(u_k^B, \bar{u}^C)}{h(u_k^B, \bar{u}^B)} \right), \\ B_{jk} &= \frac{\kappa_2}{\kappa_1} t(v_k^C, u_j^C) h(v_k^C, \bar{u}^C), \\ C_{jk} &= h(u_k^B, \bar{u}^B) \frac{g(u_k^B, \bar{v}^B)}{g(u_k^B, \bar{v}^C)} \left(g(u_k^B, v_j^C) + \frac{\kappa_1}{\kappa_3 h(v_j^C, u_k^B)} \right), \\ D_{jk} &= \delta_{jk} h(v_k^C, \bar{u}^B) \frac{g(v_k^C, \bar{v}^B)}{g(v_k^C, \bar{v}^C)} \left(1 - \frac{\kappa_2}{\kappa_3} \frac{f(v_k^C, \bar{u}^C)}{f(v_k^C, \bar{u}^B)} \right). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Множитель $\tilde{H}$ задан выражением

$$\tilde{H} = \Delta'_a(\bar{u}^C) \Delta_a(\bar{u}^B) \Delta'_b(\bar{v}^C) \Delta_b(\bar{v}^C) g(\bar{v}^C, \bar{u}^B). \quad (3.11)$$

Воспользуемся хорошо известной формулой для детерминанта блочной матрицы,

$$\det_{a+b} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \det_b D \det_a (A - BD^{-1}C). \quad (3.12)$$

Пусть $F = BD^{-1}C$. Заметим, что блок D является диагональным: $D_{jk} = \delta_{jk} d_k$. Тогда получим

$$F_{jk} = \sum_{\ell=1}^b \frac{1}{d_\ell} B_{j\ell} C_{\ell k}. \quad (3.13)$$

Подставляя сюда все явные выражения, находим

$$\begin{aligned} F_{jk} &= \frac{\kappa_2}{\kappa_1} h(u_k^B, \bar{u}^B) \frac{g(u_k^B, \bar{v}^B)}{g(u_k^B, \bar{v}^C)} \times \\ &\times \sum_{\ell=1}^b \left(g(u_k^B, v_\ell^C) + \frac{\kappa_1}{\kappa_3 h(v_\ell^C, u_k^B)} \right) t(v_\ell^C, u_j^C) \frac{h(v_\ell^C, \bar{u}^C)}{h(v_\ell^C, \bar{u}^B)} \frac{g(v_\ell^C, \bar{v}^C)}{g(v_\ell^C, \bar{v}^B)} \left(1 - \frac{\kappa_2}{\kappa_3} \frac{f(v_\ell^C, \bar{u}^C)}{f(v_\ell^C, \bar{u}^B)} \right)^{-1}. \end{aligned}$$

Введем контурный интеграл вокруг бесконечно удаленной точки:

$$\begin{aligned} I_{jk} &= \frac{\kappa_2}{\kappa_1} h(u_k^B, \bar{u}^B) \frac{g(u_k^B, \bar{v}^B)}{g(u_k^B, \bar{v}^C)} \frac{1}{2\pi i c} \times \\ &\times \oint_{|z| \rightarrow \infty} \left(g(u_k^B, z) + \frac{\kappa_1}{\kappa_3 h(z, u_k^B)} \right) t(z, u_j^C) \frac{h(z, \bar{u}^C)}{h(z, \bar{u}^B)} \frac{g(z, \bar{v}^C)}{g(z, \bar{v}^B)} \left(1 - \frac{\kappa_2}{\kappa_3} \frac{f(z, \bar{u}^C)}{f(z, \bar{u}^B)} \right)^{-1}. \end{aligned}$$

Очевидно, этот интеграл равен нулю. С другой стороны, он равен сумме вычетов внутри контура интегрирования.

Имеются четыре типа таких вкладов:

- вклад полюсов $z = v_\ell^C$, $\ell = 1, \dots, b$, очевидно, что он совпадает с F_{jk} ;
- вклад полюсов $z = u_k^B$, обозначим его через $P_{jk}^{(1)}$;
- вклад полюсов $z = u_k^B - c$, обозначим его через $P_{jk}^{(2)}$;
- вклад полюсов, расположенных в корнях z_i , $i = 1, \dots, 2a$, уравнения (3.2), обозначим его через $P_{jk}^{(3)}$.

Отсюда имеем

$$0 = F_{jk} + P_{jk}^{(1)} + P_{jk}^{(2)} + P_{jk}^{(3)}. \quad (3.14)$$

Явное вычисление показывает, что $P_{jk}^{(1)} + P_{jk}^{(2)} = -A_{jk}$. Подставляя это равенство в (3.12), мы приходим к формуле

$$\det_{a+b} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \det_b D \det_a P_{jk}^{(3)}, \quad (3.15)$$

где

$$P_{jk}^{(3)} = \frac{\kappa_3}{\kappa_1} h(u_k^B, \bar{u}^B) \frac{g(\bar{v}^B, u_k^B)}{g(\bar{v}^C, u_k^B)} \sum_{i=1}^{2a} \alpha_i t(z_i, u_j^C) \left(g(u_k^B, z_i) + \frac{\kappa_1}{\kappa_3 h(z_i, u_k^B)} \right), \quad (3.16)$$

а α_i заданы равенством (3.3). Подставляя сюда $\det_b D$, мы немедленно воспроизводим представление (3.4).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной работе мы получили новое детерминантное представление для скалярного произведения твистованного и обычного on-shell векторов Бете в моделях с $\mathfrak{gl}(2|1)$ -симметрией. Отметим, что данное представление содержит детерминант матрицы размера $a \times a$, в то время как представление, полученное в работе [20], содержит детерминант матрицы размера $(a+b) \times (a+b)$. Таким образом, новое представление является более удобным для численного анализа формфакторов и корреляционных функций.

Также заслуживает внимания новое представление (3.8) для скалярного произведения в моделях с $\mathfrak{gl}(2)$ -симметрией. Как известно [30], коэффициенты асимптотического разложения корреляционных функций выражаются через скалярное произведение (3.8). Однако для этого следует вычислить термодинамический предел, в котором $\#\bar{u}^C = \#\bar{u}^B \rightarrow \infty$. Формула (3.8) открывает новые возможности в этом направлении.

Список литературы

- [1] Е. К. Склянин, Л. А. Тахтаджян, Л. Д. Фаддеев, “Квантовый метод обратной задачи. I”, *ТМФ*, **40:2** (1979), 194–220.
- [2] V. E. Korepin, N. M. Bogoliubov, A. G. Izergin, *Quantum Inverse Scattering Method and Correlation Functions*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1993.
- [3] L. D. Faddeev, “How the algebraic Bethe ansatz works for integrable models”, *Symmetries quantiques [Quantum Symmetries]*, Proceedings of the Les Houches Summer School, Session LXIV (Les Houches, France, August 1 – September 8, 1995), eds. A. Connes, K. Gawedzki, J. Zinn-Justin, North-Holland, Amsterdam, 1998, 149–219.

- [4] V. E. Korepin, “Calculation of norms of Bethe wave functions”, *Commun. Math. Phys.*, **86**:3 (1982), 391–418.
- [5] A. G. Izergin, V. E. Korepin, “The quantum inverse scattering method approach to correlation functions”, *Commun. Math. Phys.*, **94**:1 (1984), 67–92.
- [6] А. Г. Изергин, “Статистическая сумма шестивершинной модели в конечном объеме”, *Докл. АН СССР*, **297**:2 (1987), 331–333.
- [7] Н. А. Славнов, “Вычисление скалярных произведений волновых функций и формфакторов в рамках алгебраического анзаца Бете”, *ТМФ*, **79**:2 (1989), 232–240.
- [8] N. Kitanine, J. M. Maillet, V. Terras, “Correlation functions of the XXZ Heisenberg spin-1/2 chain in a magnetic field”, *Nucl. Phys. B*, **567**:3 (2000), 554–582, arXiv: math-ph/9907019.
- [9] N. Kitanine, J. M. Maillet, N. A. Slavnov, V. Terras, “Spin-spin correlation functions of the XXZ -1/2 Heisenberg chain in a magnetic field”, *Nucl. Phys. B*, **641**:3 (2002), 487–518, arXiv: hep-th/0201045.
- [10] N. Kitanine, K. K. Kozłowski, J. M. Maillet, N. A. Slavnov, V. Terras, “Algebraic Bethe ansatz approach to the asymptotic behavior of correlation functions”, *J. Stat. Mech.*, **2009**:4 (2009), P04003, 66 pp., arXiv: 0808.0227.
- [11] F. Göhmann, A. Klümper, A. Seel, “Integral representations for correlation functions of the XXZ chain at finite temperature”, *J. Phys. A: Math. Gen.*, **37**:31 (2004), 7625–7652, arXiv: hep-th/0405089.
- [12] F. Göhmann, A. Klümper, A. Seel, “Integral representation of the density matrix of the XXZ chain at finite temperatures”, *J. Phys. A: Math. Gen.*, **38**:9 (2005), 1833–1841, arXiv: cond-mat/0412062.
- [13] A. Seel, T. Bhattacharyya, F. Göhmann, A. Klümper, “A note on the spin-1/2 XXZ chain concerning its relation to the Bose gas”, *J. Stat. Mech.*, **2007**:8 (2007), P08030, 10 pp., arXiv: 0705.3569.
- [14] J. S. Caux, J. M. Maillet, “Computation of dynamical correlation functions of Heisenberg chains in a magnetic field”, *Phys. Rev. Lett.*, **95**:7 (2005), 077201, 3 pp., arXiv: cond-mat/0502365.
- [15] R. G. Pereira, J. Sirker, J. S. Caux, R. Hagemans, J. M. Maillet, S. R. White, I. Affleck, “Dynamical spin structure factor for the anisotropic spin-1/2 Heisenberg chain”, *Phys. Rev. Lett.*, **96**:25 (2006), 257202, 4 pp., arXiv: cond-mat/0603681.
- [16] R. G. Pereira, J. Sirker, J. S. Caux, R. Hagemans, J. M. Maillet, S. R. White, I. Affleck, “Dynamical structure factor at small q for the XXZ spin-1/2 chain”, *J. Stat. Mech.*, **2007**:8 (2007), P08022, 64 pp., arXiv: 0706.4327.
- [17] J. S. Caux, P. Calabrese, N. A. Slavnov, “One-particle dynamical correlations in the one-dimensional Bose gas”, *J. Stat. Mech.*, **2007**:1 (2007), P01008, arXiv: cond-mat/0611321.
- [18] S. Belliard, S. Pakuliak, E. Ragoucy, N. A. Slavnov, “The algebraic Bethe ansatz for scalar products in $SU(3)$ -invariant integrable models”, *J. Stat. Mech.*, **2012**:10 (2012), P10017, 25 pp., arXiv: 1207.0956.
- [19] N. A. Slavnov, “Scalar products in $GL(3)$ -based models with trigonometric R -matrix. Determinant representation”, *J. Stat. Mech.*, **2015**:3 (2015), P03019, 25 pp., arXiv: 1501.06253.
- [20] A. Hutsalyuk, A. Lyashik, S. Pakuliak, E. Ragoucy, N. A. Slavnov, “Scalar products of Bethe vectors in models with $gl(2|1)$ symmetry 2. Determinant representation”, *J. Phys. A*, **50**:3 (2017), 034004, 22 pp., arXiv: 1605.09189.
- [21] B. Pozsgay, W.-V. van G. Oei, M. Kormos, “On form factors in nested Bethe Ansatz systems”, *J. Phys. A: Math. Gen.*, **2012**:46, 465007, 34 pp., arXiv: 1204.4037.
- [22] S. Belliard, S. Pakuliak, E. Ragoucy, N. A. Slavnov, “Form factors in $SU(3)$ -invariant integrable models”, *J. Stat. Mech.*, **2013**:4 (2013), P04033, 16 pp., arXiv: 1211.3968.
- [23] S. Pakuliak, E. Ragoucy, N. A. Slavnov, “Form factors in quantum integrable models with $GL(3)$ -invariant R -matrix”, *Nucl. Phys. B*, **881** (2014), 343–368, arXiv: 1312.1488.

- [24] S. Pakuliak, E. Ragoucy, N. A. Slavnov, “Zero modes method and form factors in quantum integrable models”, *Nucl. Phys. B*, **893** (2015), 459–481, arXiv: 1412.6037.
- [25] S. Pakuliak, E. Ragoucy, N. A. Slavnov, “GL(3)-based quantum integrable composite models. II. Form factors of local operators”, *SIGMA*, **11** (2015), 064, 18 pp., arXiv: 1502.01966.
- [26] A. Hustalyuk, A. Liashyk, S. Z. Pakulyak, E. Ragoucy, N. A. Slavnov, “Form factors of the monodromy matrix entries in $\mathfrak{gl}(2|1)$ -invariant integrable models”, *Nucl. Phys. B*, **911** (2016), 902–927, arXiv: 1607.04978.
- [27] J. Fuksa, N. A. Slavnov, “Form factors of local operators in supersymmetric quantum integrable models”, *J. Stat. Mech.*, **2017**:4 (2017), 043106, 21 pp., arXiv: 1701.05866.
- [28] П. П. Кулиш, Е. К. Склянин, “О решениях уравнения Янга–Бакстера”, *Зап. научн. сем. ЛОМИ*, **95** (1980), 129–160.
- [29] S. Pakuliak, E. Ragoucy, N. A. Slavnov, “Bethe vectors for models based on super-Yangian $Y(\mathfrak{gl}(m|n))$ ”, *J. Integrab. Syst.*, **2**:1 (2017), 1–31, arXiv: 1604.02311.
- [30] A. Hutsalyuk, A. Lyashik, S. Pakuliak, E. Ragoucy, N. A. Slavnov, “Multiple actions of the monodromy matrix in $\mathfrak{gl}(2|1)$ -invariant integrable models”, *SIGMA*, **12** (2016), 099, 22 pp., arXiv: 1605.06419.
- [31] N. Kitanine, K. K. Kozlowski, J. M. Maillet, N. A. Slavnov, V. Terras, “A form factor approach to the asymptotic behavior of correlation functions”, *J. Stat. Mech.*, **2011**:12 (2011), P12010, 28 pp., arXiv: 1110.0803.

Поступила в редакцию 23.08.2018