Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Н. Тутубалин, Рецензия на книгу А. Н. Ширяева “Основы стохастической финансовой математики”, т. I Факты. Модели; т. II Теория., *Теория вероятн. и ее примен.*, 1999, том 44, выпуск 4, 887–894

DOI: <https://doi.org/10.4213/tvp1078>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.198.187.58

26 апреля 2023 г., 10:49:40

d не существует основных состояний, отличных от констант. Здесь справедливость этой гипотезы доказана для случая $d = 2$.

Во второй части рассматриваются сильно неупорядоченные системы, в которых независимые одинаково распределенные взаимодействия $J_{\{x,y\}}^{\Lambda}$ имеют симметричные распределения, а распределения $|J_{\{x,y\}}^{\Lambda}|$ существенно зависят от Λ . В двумерном случае единственность пары основных состояний выводится из известных результатов о структуре графа процесса просачивания, однако при $d \geq 3$ имеются лишь частные результаты такого рода.

В третьей части с помощью представления процессом просачивания доказано, что при достаточно высоких температурах распределение Гиббса единственно. В последней части, посвященной неупорядоченным системам при низких температурах, обсуждаются различные понятия и гипотезы, встречающиеся в физической литературе по спиновым стеклам, разрабатывается их математическая формализация, изучаются способы сходимости к термодинамическому пределу (когда $\Lambda \rightarrow \mathbb{Z}^d$) в системах, которые могут иметь много сложных основных состояний. Здесь же приводится постановка ряда нерешенных задач, представляющих интерес для развития этой теории.

Книга завершается двумя дополнениями («Бесконечные геодезические и измеримость» и «Неупорядоченные системы и метасостояния»), списком библиографии на 100 названий и предметным указателем.

Курс лекций Ч. Ньюмена полезен как интересным методическим подходом к изучаемым задачам, так и тем, что он позволяет специалистам-вероятностникам получить представление о специфическом круге задач теории неупорядоченных систем и об их связях с процессами просачивания.

А. М. Зубков

Ш и р я е в А. Н. Основы стохастической финансовой математики. Том I. Факты. Модели. Стр. I–XXI, 1–489. Том II. Теория. Стр. XXII–XXXVII, 490–1017. М.: ФАЗИС, 1998.

Мое мнение об этой книге может быть сформулировано как

Теорема. Книга имеет существенное историческое значение.

Теорему, конечно, полагається опровергнуть доказательством; впрочем, доказательства теорем часто нужны не столько для того, чтобы удостовериться в их истинности, сколько для того, чтобы объяснить, что же именно утверждается в теореме. Мне не удалось найти короткого доказательства высказанной теоремы — настолько, что сразу приходится извиниться перед возможным читателем за превышение общепринятого объема журнальной рецензии. Но отчасти меня реабилитирует то обстоятельство, что в объявленной теореме утверждается (как мне кажется) довольно много. Квасиматематическая форма изложения в виде «теорем» и «лемм» (по ассоциации с «Этикой» Спинозы) позволяет в какой-то степени структурировать нижеследующий текст, для чего иной возможности я не вижу.

Итак, в монографии А. Н. Ширяева речь идет о математической теории финансовых рынков, и потому неудивительно, что доказательство начинается со следующей леммы.

Лемма 1 (социально-экономическая). *России необходим финансовый рынок.*

Аргументация пойдет от свойств денежной системы любого древнего или современного государства. Я ни в коей мере не являюсь специалистом в данном вопросе и рассуждаю в стиле дружеской беседы на кухне московской квартиры. Между прочим, из квартирной кухни видно не так уж мало. Например, из кухни видно, что никакое государство, в том числе и самое тоталитарное, никогда не было в силах отменить *денежную систему*. Наиболее знаменитая попытка — это железные деньги спартанского царя Ликурга. Впрочем, по мнению Бертрана Рассела, ни один из спартанцев не мог устоять перед взяткой, если он оказывался за границей, где его покупали за настоящие деньги.

Но денежные системы нестабильны по многим причинам: инфляция, банкротства, в том числе дефолты в государственном масштабе, и т.д. Одним из существенных источников нестабильности являются свободные денежные средства населения,

которые представляют опасность, если возникает какая-нибудь причина, которая заставляет население распоряжаться ими не стохастически, а согласованно. В Советском Союзе эти лишние деньги хранились в сберегательных кассах, причем объем вкладов был таков, что экономисты хором предупреждали, что если эти средства будут вдруг предъявлены для покупки товаров, то никаких товаров не хватит (при твердых, конечно, ценах) и произойдет полный крах. Это случилось в 1991 году — вспомните пустые полки продуктовых (и прочих) магазинов. Затем последовали свободные цены и гиперинфляция, которые решили проблему излишних денег, но, к сожалению, слишком успешно. Кризис 1998 года тоже в значительной мере связан со свободными рублевыми средствами населения: как только рубль пошатнулся по отношению к доллару, население бросилось к обменным пунктам, и рубль упал неразумно низко, где остается и сейчас. Впрочем, на этот раз полки магазинов не опустели: на улицах можно было наблюдать, как какие-то люди тащат мешки с мукой, сахаром, гречкой, продают их недешево; конечно, они неплохо при этом наживаются (ведь конверсия рубля в доллар все время сохранялась). Однако они избавили городское население — не от голодной смерти, которая ему и не грозила, но от смерти от страха перед голодной смертью.

Итак, хорошо бы найти цивилизованные средства для связывания свободных денег населения. Хорошо бы выманить у населения те многие десятки миллиардов долларов, которые хранятся без движения, и инвестировать их в реальную экономику. Кстати, из московской кухни видно, что кризис необеспеченности денег товарами, подобный кризису рубля 1991 года, не может случиться с американским долларом в отдельно взятой России: для мировой экономики в целом эти деньги — пустяк. Но не следует недооценивать опасности того, что доллар может пошатнуться в мировом масштабе, а уж тогда на России это отзовется с особой силой. Следовательно, неплохо было бы свободные доллары инвестировать во что-нибудь надежное. Что можно предложить для связывания свободных денег? Конечно, товары, услуги, недвижимость... Но все эти вещи не обладают достаточной ликвидностью, т.е. возможностью легкого превращения обратно в деньги без больших потерь. *Ценные бумаги* — это (после денег) важное человеческое изобретение. Конечно, как и демократия в области политической (другое важное изобретение), рынок ценных бумаг имеет массу недостатков — склонность к панике, кризисам, напрасные издержки и т.д. Но вообще-то эти кризисы разворачиваются в области биржи и аналогичных структур, а хлеб, сахар и водка при этом из магазинов не исчезают, а если дорожают, то сравнительно мягко. Как демократия, так и финансовый рынок — это не благо само по себе, а наименьшее зло, без которого может оказаться хуже.

А макроэкономически инвестиции в ценные бумаги — очевидное благо. В самом деле, представим себе преуспевающего специалиста в одной из западных стран, который заработал достаточно денег, чтобы купить себе все необходимое. Ему незачем дальше работать. А тут он вложил деньги в акции, свободных денег опять нет, надо их зарабатывать, и жизнь опять полна смысла. (А экономика развивается — якобы на эти инвестиции: мы не будем здесь заниматься критикой этой экономической идиллии.) Большой вопрос с точки зрения отдельного человека — стоит ли вести такую жизнь. Но макроэкономически, для развития экономики в целом — это просто прекрасно. Итак, увеличение устойчивости денежной системы плюс макроэкономическая активизация — этого, пожалуй, достаточно для доказательства леммы 1.

Речь идет, конечно, о заимствовании западных достижений, в данном случае в области макроэкономической технологии, — финансового рынка (как о заимствовании демократии в области технологии политической). На протяжении всей своей истории Россия охотно занималась тем, что импортировала и осваивала те или иные западные достижения. Назовем такие разнородные примеры, как строительство Кремля при Иване III, для которого приглашали итальянских архитекторов, создание Академии Наук в эпоху Петра Великого или производство ядерного оружия во времена Сталина и Берии. Излишне говорить, что это было не просто освоение, а создание чего-то своего, нового и оригинального — в хорошем или плохом смысле. В данном случае речь идет, к счастью, о вещи совершенно мирной — о *внедрении финансового рынка с целью развития экономики*.

Лемма 2 (научно-философская). *Для создания финансового рынка нужна стохастическая финансовая математика (которой и посвящена монография А. Н. Ширяева).*

Содержание этой тривиальной по формулировке леммы, которое и будет раскрыто в ее «доказательстве», не вполне тривиально, и даже, пожалуй, и не вполне приемлемо, если ориентироваться на расхожие взгляды некоторых наших западных коллег (начинает сказываться российская самобытность). Лемма названа *научно-философской*. Нужно пояснить, что под философией (в данном случае — философией науки) понимается совсем простая вещь — вопросы о том, что в данной науке хорошо или плохо, для каких целей ее методы и результаты пригодны, а для каких — непригодны, для чего данная наука нужна, а для чего бесполезна или даже вредна и т.д. Итак, зачем же нужна становящемуся в России финансовому рынку такая наука — финансовая математика?

Сама по себе математика в финансовых вопросах применяется с давних пор — еще когда римские императоры высчитывали в латинских цифрах свои сотни миллионов сестерциев, это было, вероятно, не совсем тривиально. Для подсчета сложных процентов уже нужно использовать логарифмы. В мемуарах С. Ю. Витте рассказывается случай, как тогдашний министр финансов России Вышнеградский (прекрасно владевший математикой) торговался с французскими банкирами по поводу очередного займа для России. Вышнеградский объявил, что он собственноручно будет высчитывать проценты, так как никому не доверяет. Но на этот раз он крупно ошибся и не в пользу России. Детерминированный расчет оптимального движения сложных потоков капитала в условиях, когда никаких непредсказуемых вмешательств нет, а все долги и проценты вовремя и сполна отдаются, может представлять собой сложную задачу, за решение которой профессиональный математик имеет право получать приличную зарплату. Но монография А. Н. Ширяева посвящена другой, более сложной проблеме — как следует думать и действовать в условиях неопределенности будущих банковских процентов, курсов валют, динамики стоимостей ценных бумаг и т.д. Такая финансовая математика называется стохастической, и возникают разные философские вопросы — что она может и чего не может. Для решения этих вопросов естественно обратиться к опыту страны, в которой и финансовый рынок, и стохастическая финансовая математика давно существуют, т.е. к опыту США в том, например, виде, в каком он изложен в книге П. Л. Бернштейна [1]. Книга эта, вообще, блистательна как по количеству и интересу фактической информации, так и в смысле литературных достоинств. К сожалению, в своих обобщениях автор держится канонов социалистического реализма, который, видимо, окончательно победил в американской литературе, в том числе и учебно-научной. Это проявляется в двух важных отношениях: 1) склонность выдавать желаемое за действительность, 2) установка на общедоступную тривиальность: стремление создать видимость понимания у массового и необразованного читателя. История «капитальных идей» в начальных главах книги подается так, что ряд мыслителей-теоретиков, сидя до поры до времени в башне из слоновой кости, придумали много важных финансово-экономических теорий (относящихся как раз к стохастической финансовой математике), а когда теории были готовы, вышли из башни и преобразовали американский и мировой финансовый рынок. Надо сказать, теории эти излагаются для массового потребителя столь путано и неясно, что и сам автор иногда допускает нелепые математические ошибки. Например, на с. 142 книги [1] утверждается, что вероятность одного события, связанного с некими бросаниями монеты, в 88 раз больше, чем вероятность некоторого другого события, в то время как на самом деле она лишь в 2 раза больше. Видимо, автор имел в виду иллюстрировать действие закона арксинуса, но легкомысленно сформулировал такую ситуацию, к которой этот закон отношения не имеет. Также не очень уместно суеверно-мистическое отношение автора к формуле Ито (см. [1, с. 215]). (Я прошу прощения за эти как бы ненужные подробности о книге [1], но они понадобятся при «доказательстве» леммы 3.)

Но, как бывает с хорошими книгами, просто реализм в конце концов одерживает победу над социалистическим реализмом. В чем же состоит просто реализм философской оценки тех математических и экономических идей, которые были выношены в башне из слоновой кости?

Ни одна из них в первоизданном виде не имела успешного практического применения. Диверсификация пакета ценных бумаг по Марковицу была вычислительно нереализуемой, да и корреляции между скоростями роста различных ценных бумаг, на которых основан метод, оказались неустойчивыми. Правда, Шарп упростил модель Марковица до возможности произвести вычисления, но когда его собственная мать попросила совета, в какие акции вложить деньги, вся диверсификация свелась к совету купить акции Ксерокса. (Совет не был исполнен, и зря: будущее показало, что выигрыш был бы огромным.) А в конце концов изучение диверсификации привело к тому, что лучше всего вложить деньги во весь рынок акций сразу, например, купив фьючерсы на индекс S&P500. Но ведь до последнего можно было бы додуматься и не сидя в башне из слоновой кости: как получить средний по рынку доход, брокеры знали спокон века. Выходит, что вся заслуга теоретиков лишь в том, что они доказали (а точнее — высказали гипотезу), что ничего лучшего, чем средний по рынку доход, получить нельзя, если заранее ограничить риск.

Как известно, древний Фалес Милетский тоже купил опцион, арендовав за небольшую плату все окрестные прессы для выжимки оливкового масла (согласно Аристотелю, он якобы сумел предугадать с помощью философии, что осенью будет большой урожай оливок). Фалес разбогател, став монополистом на прессы, но менее счастливы были Блэк, Мертон и Шоулс. Они обнаружили с помощью своей знаменитой формулы, что варранты некоей компании явно недооценены на рынке и купили их немалое количество. Дело в том, что компания была близка к крупным финансовым неприятностям, о чем финансовые дилеры знали (отсюда и низкие цены варрантов), а трое профессоров — не знали и потому проиграли, когда неприятности в самом деле наступили.

Леланд и Рубинштейн в компании с О'Брайеном (профессионалом финансового рынка) создали фирму LOR, которая занялась страхованием портфельных инвестиций. Во время роста рынка с 1980 по 1987 год фирма процветала, но 19 октября 1987 года («черный понедельник») процветание кончилось.

С другой стороны, нет никаких сомнений в том, что в несколько прошедших десятилетий действительно совершились крупнейшие преобразования американского и мирового финансового рынка, в которых очень важную роль сыграло широкое обсуждение ряда идей, выдвинутых теоретиками. Но это преобразование — дело далеко не одних теоретиков. Вообще все «фундаментальные» науки закладывают фундамент каких-либо практических дел в весьма специфическом смысле: они предлагают большое количество различных идей и возможных вариантов, лишь немногие из которых и сравнительно несомненно входят в конце концов в практику. Не составляет труда привести примеры подобного рода из любой области техники, энергетики или экономики. Но без такого рода фундамента практике не из чего было бы выбирать. Это как интеллигентские разговоры на кухне, из которых иногда проистекают большие последствия. Например, договор о запрещении ядерных испытаний (кроме подземных) 1963 года в значительной степени является творением А.Д. Сахарова, которому чисто интеллигентскими средствами удалось обуздать пыл военных и политиков обеих сверхдержав и среди них Н.С. Хрущева.

Книга А.Н. Ширяева закладывает более современный теоретический фундамент для будущего развития российского (а также и мирового) финансового рынка. Стохастическую финансовую математику можно определить как приложение вероятностных методов математики и математической физики к финансовому рынку. Волею судеб в России сложилась ситуация, тяжелая для экономики, но особенно благоприятная для внедрения в экономику физико-математических методов: попросту по той причине, что много людей, получивших физико-математическое образование, перешли к работе в той или иной области экономики — кто ради научного интереса, а кто и ради хлеба насущного (или того и другого вместе). Книги по финансовой математике должны оцениваться не столько по критерию их доступности (так или иначе, найдется немало людей, способных понять теорию любой сложности), сколько по критерию глубины и богатства содержащихся в них результатов. Полагаю, что по этому критерию книга А.Н. Ширяева не имеет себе равных в мире.

Лемма 3. *По математическому уровню, по богатству и глубине новых результатов монография «Основы стохастической финансовой математики» дале-*

ко превосходит другие книги в этой области.

Надо признаться, что у меня (как рецензента) с доказательством этой леммы имеются трудности. Я сам занимаюсь этой проблематикой недавно, с начала 1996 года под влиянием публикаций А. Н. Ширяева и его школы, которые предшествовали монографии, причем интересуюсь, главным образом, возможностями приложений. (Настоящих практических приложений, работая в Московском университете, разумеется, не сделаешь: для этого нужно каждый день сидеть на бирже или работать в фирме. Но принципиальную оценку практических возможностей сделать можно, и этот этап также необходим.) Таким образом, я не следил за постепенным развитием финансовой математики, и поэтому из самой монографии мне не всегда было легко понять, что именно является научным результатом А. Н. Ширяева или его ближайших коллег, а что принадлежит другим авторам. (Для более искушенных в финансовой математике специалистов, возможно, достаточно тех кратких указаний на авторство, которые имеются в книге.) Поэтому ограничусь вещами бесспорными, рискуя недооценить заслуги автора монографии.

Основа всего, конечно, российская и советская школа теории вероятностей от Чебышева до Колмогорова. Например, из книги [1] можно узнать, что в Америке как бы случайно открыли работы Башелье. А Колмогоров в «Аналитических методах теории вероятностей» цитирует Башелье и притом более полно, чем в книге [1]. Он указывает, что Башелье первый рассмотрел марковский процесс с непрерывным временем, хотя сделал это недостаточно строго. Последнее отчасти объясняет (хотя и не оправдывает) то несправедливое отношение, с которым Башелье сталкивался на протяжении своей научно-педагогической карьеры, по поводу которого столько недоумения выражает автор [1]. Когда в середине нашего века в математике (в частности, в финансовой) стала применяться формула Ито, то для наших специалистов, понятно, никаких трудностей не существовало. На с. 213 в [1] написано, что Блэк и Шоулс долго мучались с уравнением для цены опциона и наконец решили его в предположении риск-нейтральности (т.е. мартингальности дисконтированных цен акций). Но это уравнение — частный случай уравнения Колмогорова, и в логнормальном случае никаких трудностей с его решением нет, независимо от риск-нейтральности. Впрочем, от научно-популярной книги [1] перейдем к книге [2], претендующей быть учебником. Нельзя из этого учебника понять, что цена Блэка-Шоулса — это та наименьшая цена, которая позволяет осуществить хеджирование с нулевыми потерями для эмитента *без предположения риск-нейтральности*. Я лично понял это только из публикаций А. Н. Ширяева с соавторами. Пересказанный выше из книги [1] эпизод с неудачей Блэка, Шоулса и Мертонса наводит на странную мысль, будто бы эти специалисты не понимали, что цена хеджирования опциона и ожидаемый доход для покупателя — отнюдь не одно и то же (последний очень даже зависит от того, в какую сторону нарушается риск-нейтральность).

Впрочем, пожалуй, достаточно о сравнительно элементарном случае Блэка-Шоулса, так или иначе освоенном мировой финансовой математикой. Что имеется принципиально нового в монографии А. Н. Ширяева? В течение многих лет он принимал активное участие в создании современного стохастического анализа (см. [4]–[6]). Разработанная общая теория нашла свое естественное применение при создании цельной картины стохастической финансовой математики, в основе которой лежат модели, основанные на семимартингалах. Связь между отсутствием арбитража и существованием мартингальных мер в наиболее совершенном виде излагается в главах V и VII монографии. При изложении этих вопросов существенную роль играет конструкция мартингальных мер с помощью различных вариантов теоремы Гирсанова. Теоремы же о представимости мартингалов в виде сумм специального вида оказываются непосредственно связанными со стратегиями хеджирования. Так называемое «опциональное разложение» (§ 2d шестой главы монографии) в сочетании с результатами, ранее полученными в теории оптимальной остановки случайного процесса, приводит к общим результатам о цене и хеджировании для опционов Американского типа (§ 2 шестой главы). В той же шестой главе предлагается четкая формулировка концепции асимптотического арбитража, связанная с понятием континуальности (асимптотической эквивалентности) вероятностных мер.

Закончу доказательство леммы бюрократической формулировкой «об отноше-

нии к мировому уровню»: монография А. Н. Ширяева этот уровень значительно превосходит. Речь идет о произведении весьма высокой математической культуры, которую Россия не растеряла, несмотря на «утечку мозгов» в эмиграцию.

Лемма 4. *Кроме того, эта огромная книга (общий объем двух томов более тысячи страниц) содержит энциклопедическое руководство по достижениям тех западных ученых, которые задумались о проблемах финансовой математики задолго до того, как они стали актуальны в России.*

Эта лемма больше относится к первому тому монографии, который называется «Факты. Модели». Можно выписать наудачу несколько терминов из оглавления книги, чтобы дать понятие о широте охвата. Например, «концепция эффективного рынка» (с ее анализом и пересмотром) — § 2 гл. I, «нелинейные стохастические условно-гауссовские модели» — § 3 гл. II, «фрактальность, фрактальное броуновское движение» — § 2 гл. III, «стохастические процентные ставки» — § 4 гл. III. Вся глава IV посвящена детальному изложению разных подходов к статистическому анализу реальных финансовых данных. Текст монографии весьма тщательно продуман и не требует обращения к первоисточникам (которые нам в реальности малодоступны). Читатель может взять любую модель из энциклопедической части книги и попробовать применить ее к реальным данным того или иного сегмента российского (или зарубежного) финансового рынка. Можно гарантировать, что результаты будут весьма интересны и совершенно нетривиальны, а почему — о том нижеследующая лемма.

Лемма 5. *Исследования возможности практических применений, отправляющиеся от тех или иных концепций и результатов монографии, представляют собой увлекательную и совершенно нетривиальную задачу.*

Дело в том, что практические применения любых теоретических концепций всегда развиваются непредсказуемо. Например, давайте поверим тому выводу из книги [1] (выводу реалистическому, а не сопреалистическому), что гора в виде диверсификации Марковица и последующих теорий CAPM и APT родила мышь. (Об этих теориях см. § 2 гл. I монографии А. Н. Ширяева, а мышь состоит в том, что нужно вложить деньги сразу во весь рынок и на том успокоиться. Я лично не вполне верю в эту мышь на основании некоторых экспериментов.) Но даже если эта мышь и в самом деле лучшее, что можно сделать на практике, то и это не так уж плохо: можно ведь сэкономить, уволив всех финансовых аналитиков и крайне редко обращаясь к услугам брокеров.

Попытаемся на примерах проанализировать те коллизии, которые могут возникать при попытках практического приложения тех идей и выводов, которые содержатся в монографии А. Н. Ширяева. Первый пример — *неполные рынки*. В качестве границ для цены опциона на неполном рынке следует взять верхнюю и нижнюю грани математических ожиданий дохода покупателя, где математические ожидания берутся по всем мартингалным мерам, эквивалентным исходной. Рассмотрим попытку применения этого принципа к реальным данным, сделанную в работе [7]. Речь идет об объяснении реальных цен опционов на некоторых германских биржах. Основа подхода — так называемое «гиперболическое» распределение для ежедневных относительных приростов цен акций. (Это распределение тоже есть в энциклопедической части монографии — с. 261 и след.) Такой рынок неполон: мартингалных мер много. Авторы [7] дают понять, что их слишком много (с. 392 из [7]): интервал для цен получается слишком широким. Берется класс мартингалных мер, получаемых преобразованием Эшера (и тоже есть у А. Н. Ширяева: с. 539 и др.). Но если непредвзято взглянуть на результаты [7], то становится ясным, что никакого реального объяснения настоящих цен не достигнуто: результаты лишь немногим лучше, чем для более элементарной модели Блэка–Шоулса. Некоторые эксперименты с американским рынком акций наводят на мысль, что и на германском рынке, быть может, возможно простое объяснение этой (фактически) неудачи. Дело в том, что если рынок акций довольно долгое время растет и это осознается участниками рынка, то нет смысла навязывать ему какую-либо мартингалную меру или мартингалную стратегию хеджирования: тривиальная стратегия эмитента «прикрытый опцион» будет в среднем более дешевой, чем то, что предлагает финансовая математика, а тогда конкуренция не позволит брать за опцион теоретическую цену. (А еще знатоки говорят, что нет смысла прикрывать проданный опцион покупкой соответствующей

акции: нужно купить фьючерс на поставку этой самой акции.)

Вариации теоретических сценариев действий участников финансового рынка (например, покупка фьючерса вместо акции с целью хеджирования опциона) вообще имеют огромное практическое значение. Стохастическая финансовая математика, допускающая случайность, вообще должна ограничиваться лишь крайне упрощенными сценариями, потому что для расчета результатов сложных сценариев не хватит точности исходных данных (как и точности действия самих вероятностных моделей). Рассмотрим в качестве второго примера практических коллизий проблему Американского опциона. Что будет, если несколько изменить теоретический сценарий?

Нет никаких сомнений, что исследование этой задачи в монографии А. Н. Ширяева имеет большое теоретическое значение. Например, вдохновляющим является установление связи этой задачи с задачей Стефана из математической физики (с. 964 и след.). Ведь это — прямое указание на то, как математическая физика высокого теоретического уровня может с большой легкостью пережить нынешние тяжелые времена, когда во всем мире интерес к физике упал (и напрасно: вспомните энергетическую проблему!), а к финансам вырос. Но давайте изменим теоретический сценарий действий эмитента опциона и его покупателя (инвестора). Дело в том, что в обычные (некризисные) времена торгуемые на бирже опционы обладают высокой ликвидностью, т.е. их можно быстро продать, превратив в деньги. Но рыночная цена Американского опциона не может быть меньше той суммы, которую за него можно получить прямо сейчас, предъявив его к исполнению. Поэтому инвестору выгоднее продать опцион (разумеется, если не истек срок его действия), чем предъявить его к исполнению. Ну а если уж найдется такой инвестор, который все-таки будет исполнять опцион, то эмитенту, конечно, придется выложить следуемую сумму, но он тут же вернет ее с избытком, опять продав опцион. Итак, в нормальных условиях эмитент Американского опциона может хеджировать его, как Европейский. (Мы рассуждали без учета операционных расходов, но ими пренебрегает и вся теория опционов.)

Но вот если бы теория, изложенная у А. Н. Ширяева, натолкнула кого-то на мысль, как сделать Американский опцион-пут эффективным инструментом страхования также и в тяжелые времена, когда рынок опционов теряет ликвидность... (Так чтобы не случались такие неприятности, как с компанией LOR — Леланд, О'Брайен, Рубинштейн — см. выше доказательство леммы 2.) Тогда бы практический эффект теории превзошел все ожидания.

Теоретические результаты устроены таким образом, что их реальных применений нередко приходится долго ждать — ждать иных времен и иных исследователей. Ждал ведь закон Пуассона 60 лет, пока оказалось, что он является точной физической моделью радиоактивного распада. Ждала диверсификация Марковица что-нибудь лет 30–40, пока американские пенсионные фонды или фонды взаимных инвестиций стали вкладывать средства во весь рынок. А сколько лет ждали практического применения идеи Башелье? Поэтому неправы те, кто ждет слишком скорого результата от теории, и я закончу рецензию следующей леммой.

Лемма 6 (полемиическая). *Результаты монографии А. Н. Ширяева востребованы в настоящее время настолько, насколько это вообще возможно (в том числе и в России).*

Ну теперь объявленную в начале рецензии теорему можно считать доказанной. Более тысячи страниц тщательно продуманного текста — это, конечно, научный подвиг. И очень многие страницы представляют собой готовые постановки задач на тему — а что выйдет, если ту или иную математическую идею или модель сопоставить с реальностью. Несомненно, что этой книге суждена долгая жизнь — и как теоретическому фундаменту для того процесса коллективного творчества, который будет создавать и совершенствовать российский (а также мировой) финансовый рынок, и как источнику для постановки новых математических задач, и как средству для математики и математической физики, чтобы пережить тяжелые времена, да впрочем, всего и не перечислишь.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bernstein P. L.* Capital Ideas. New York: Free Press, 1992.
2. *Hull J. C.* Options, Futures, and Other Derivative Securities. New York: Prentice Hall, 1993.
3. *Макаревич Л.* Монография обобщила новейшие методы финансовой математики. (Рецензия.) — Финансовые известия, № 59 (509), 13 авг. 1998 г.
4. *Жакоб Ж., Ширяев А. Н.* Предельные теоремы для случайных процессов. Т. 1, 2. М.: Физматгиз, 1994.
5. *Лунцер Р. Ш., Ширяев А. Н.* Статистика случайных процессов. М.: Наука, 1974.
6. *Лунцер Р. Ш., Ширяев А. Н.* Теория мартингалов. М.: Наука, 1986.
7. *Eberlein E., Keller U., Prause K.* New insights into smile, mispricing, and value at risk: the hyperbolic model. — J. Business, 1998, v. 71, № 3, p. 371–405.

9.VIII.99 г.

В. Н. Тутубалин