Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Информация о седьмой Колмогоровской студенческой олимпиаде по теории вероятностей, *Теория вероятн. и ее примен.*, 2008, том 53, выпуск 2, 411–413

DOI: <https://doi.org/10.4213/tvp2426>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.82.47.9

26 апреля 2023 г., 16:52:12

© 2008 г.

ИНФОРМАЦИЯ О НАУЧНОЙ ЖИЗНИ

ИНФОРМАЦИЯ О СЕДЬМОЙ КОЛМОГОРОВСКОЙ СТУДЕНЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЕ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

В ознаменование 105-летия со дня рождения Андрея Николаевича Колмогорова и 75-летия со дня публикации его монографии «Основные понятия теории вероятностей» кафедра теории вероятностей механико-математического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова провела седьмую Колмогоровскую студенческую олимпиаду по теории вероятностей. Информацию о предыдущих олимпиадах можно найти на сайте кафедры теории вероятностей (<http://mech.math.msu.su/probab>), см. также предыдущие выпуски журнала.

Олимпиада была проведена 19 апреля 2008 г. раздельно для I–II и III–V курсов (продолжительность — 5 часов). Оргкомитет констатирует, что в олимпиаде приняли участие 51 студент I–II курсов и 39 студентов III–V курсов механико-математического факультета, факультета ВМиК и факультета наук о материалах Московского государственного университета, а также государственного университета «Высшая школа экономики», физико-технического факультета Киевского политехнического института, механико-математического факультета Киевского национального университета, математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета, факультета прикладной математики и компьютерных технологий Вологодского государственного педагогического университета.

Предлагавшиеся на олимпиаде задачи

В скобках после номера задачи указываются курсы, на которых предлагалась данная задача, затем число решивших ее студентов I–II курса, и, наконец, число студентов III–V курса, решивших эту задачу.

Задача 1. а) (I–II; 37) Пусть события A и B независимы. Верно ли, что $P(AB|C) = P(A|C)P(B|C)$, где C — некоторое событие?

б) (III–V; 21) Пусть случайные величины X и Y независимы и интегрируемы, а $\mathcal{A}$ — некоторая сигма-алгебра. Верно ли, что $E(XY|\mathcal{A}) = E(X|\mathcal{A})E(Y|\mathcal{A})$ п.н.?

Задача 2. (I–V; 5, 8) Пусть случайные величины X, Y, Z независимы и строго положительны. Доказать, что тогда для любого числа $x > 0$ верна оценка $P\{X/Z < x, Y/Z < x\} \geq P\{X/Z < x\}P\{Y/Z < x\}$.

Задача 3. (I–V; 15, 14) Пете каждый день нужно принести домой ведро воды объема 1. Зачерпнув из колодца полное ведро, он по дороге домой разливает долю воды, равномерно распределенную на отрезке $[0, 1]$. Сколько в среднем раз в день ему приходится ходить за водой?

Задача 4. а) (I–II, 7) Пусть случайные величины X и Y интегрируемы, причем для некоторого $z > 0$ справедливы неравенства $EX^+/EX^- \geq z$ и $EY^+/EY^- \geq z$. Верно ли, что тогда $E(X+Y)^+/E(X+Y)^- \geq z$? Здесь, как обычно, $t^+ = \max\{t, 0\}$ и $t^- = (-t)^+$.

б) (III–V, 7) Та же задача, что в п. а), но в предположении, что X и Y независимы.

Задача 5. (I–V; 3, 4) Пусть $(X_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ — стационарная в широком смысле последовательность случайных величин. Предположим, что $\text{cov}(X_0, X_j) \leq 0$ для каждого $j \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$. Может ли ряд $\sum_{j=0}^{\infty} \text{cov}(X_0, X_j)$ расходиться?

Задача 6. (I-V; 10, 5) Доказать, что существует квадратная матрица A порядка 11, у которой все элементы равны 1 либо -1 , а $\det A > 4000$.

Задача 7. (I-V; 7, 12) Пусть случайные величины $X_1, \dots, X_{100}$ независимы и равномерно распределены на отрезке $[-1, 1]$, а $X_{(k)}$, $k = 1, \dots, 100$, — их значения, расположенные в порядке возрастания. Найти $EX_{(17)}$.

Задача 8. а) (I-V; 1, 0) Случайная величина X , имеющая характеристическую функцию $Ee^{itX} = 1/\sqrt{1+t^2}$, распределена как произведение двух независимых случайных величин, обладающих плотностями. Найти эти плотности.

б) (I-V; 0, 0) Тот же вопрос, но для характеристической функции $1/(1+|t|)$.

Задача 9. (I-V; 6, 17) Пусть матрицы $A = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ и $B = (b_{ij})_{i,j=1}^n$ симметричны и неотрицательно определены. Доказать, что матрица $C = (c_{ij})_{i,j=1}^n$, где $c_{ij} = a_{ij}b_{ij}$, $i, j \in \{1, \dots, n\}$, обладает теми же свойствами.

Задача 10. (III-V; 3) Делается одно наблюдение случайной величины $\xi \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, оба параметра неизвестны. Указать для параметра σ^2 доверительный интервал, уровень значимости которого не превышает $\frac{1}{100}$.

Победители олимпиады

Разбор задач и награждение победителей проводились на Большом семинаре кафедры теории вероятностей 23 апреля 2008 г.

Победители среди студентов I–II курсов

Первая премия

Баранов Дмитрий Владимирович — студент II курса механико-математического факультета Московского государственного университета (7 решенных задач).

Шамов Александр Александрович — студент I курса механико-математического факультета Киевского национального университета (7 решенных задач).

Вторая премия

Девятков Ростислав Андреевич — студент II курса механико-математического факультета Московского государственного университета (6 решенных задач).

Третья премия

Буфетов Алексей Игоревич — студент II курса механико-математического факультета Московского государственного университета (5.5 решенных задач).

Победители среди студентов III–V курсов

Первая премия

Каменов Андрей Александрович — студент IV курса механико-математического факультета Московского государственного университета, научный руководитель — А. Н. Ширяев (7.5 решенных задач).

Вторая премия

Алиев Амир Фикрет оглы — студент IV курса механико-математического факультета Московского государственного университета, научный руководитель — А. Н. Ширяев (6.5 решенных задач).

Третья премия

Бутковский Олег Александрович — студент IV курса механико-математического факультета Московского государственного университета, научный руководитель — А. В. Булинский (5 решенных задач).

Леонов Глеб Михайлович — студент V курса математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета, научный руководитель — И. А. Ибрагимов (5 решенных задач).

Орлов Дмитрий Владимирович — студент IV курса механико-математического факультета Московского государственного университета, научный руководитель — А. С. Черный (5 решенных задач).

Трепалин Андрей Сергеевич — студент III курса механико-математического факультета Московского государственного университета, научный руководитель — Ю. Г. Прохоров (5 решенных задач).

25 апреля 2008 г.

Оргкомитет седьмой
Колмогоровской студенческой олимпиады
по теории вероятностей:
член-корр. РАН, профессор А. Н. Ширяев,
к.ф.-м.н., ст. преп. В. В. Козлов,
к.ф.-м.н., ст. преп. А. В. Селиванов,
к.ф.-м.н., ассистент Д. А. Шабанов,
к.ф.-м.н., ассистент А. П. Шашкин,
аспиранты Н. Ю. Крыжановская,
А. В. Куликов, М. М. Мусин,
С. П. Прохоренков, Ф. А. Устинов,
П. А. Яськов.

Письмо в редакцию

В заметке И. Ф. Пинелиса и А. И. Саханенко «Замечания о неравенствах для вероятностей больших отклонений», опубликованной в журнале *Теория вероятн. и ее примен.*, 1985, т. 30, в. 1, с. 127–131, имеется опечатка: в первой оценке сверху (после неравенства (7)) для $\Psi(x, y, B)$ должно быть B^2 вместо B ; т.е. оценка должна иметь вид $(eB^2/xy)^{x/y}$ вместо $(eB/xy)^{x/y}$.

И. Пинелис