Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ю. В. Прохоров, А. Н. Ширяев, К 75-летию выхода
в свет монографии А. Н. Колмогорова, *Теория веро-
ятн. и ее примен.*, 2008, том 53, выпуск 2, 209–212

DOI: <https://doi.org/10.4213/tvp2428>

Использование Общероссийского математического портала Math-
Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским
соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.205.19.152

26 апреля 2023 г., 12:17:11

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ

Основан в январе 1956 г.

Выходит 4 раза в год

Москва • Наука

Том 53

Выпуск 2, 2008 год

апрель, май, июнь

© 2008 г.

К 75-ЛЕТИЮ ВЫХОДА В СВЕТ МОНОГРАФИИ А. Н. КОЛМОГорова

Семьдесят пять лет назад, в 1933 г., в издательстве Springer вышла на немецком языке монография Андрея Николаевича Колмогорова «Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung», переведенная на русский язык в 1936 г. («Основные понятия теории вероятностей», ОНТИ).

В этой небольшой, восьмидесятистраничной книге была предложена поразительная своей концептуальной простотой и естественностью схема логического обоснования («аксиоматика») теории вероятностей, превратившая ее в самостоятельный раздел чистой математики — и

дававшая решение 6-й проблемы Д. Гильберта (в части, касающейся теории вероятностей как одной из физических дисциплин, в которых математика играет доминирующую роль).

Принципиально важным было то, что несмотря на абстрактность, неизбежную при всякой «математизации», эта аксиоматика оказалась удачной и гибкой для широкого применения вероятностных моделей и вероятностных методов в самых разнообразных областях естественных, технических и гуманитарных наук.

Помимо собственно аксиоматики, в монографии были предложены новые концепции и понятия, повсеместно используемые в теории вероятностей: условные вероятности как случайные величины, общее определение условного математического ожидания, вероятности в бесконечномерных пространствах и «основная теорема» об их построении по системе конечномерных распределений, закон «нуля или единицы» и др.

Тридцать лет спустя в предисловии ко второму русскому изданию «Основных понятий» (1974 г.) А. Н. Колмогоров писал: «Намеченные в § 2 первой главы взгляды на пути обоснования применимости аксиоматической теории вероятностей к реальным задачам были развиты мною в [1]¹⁾. Но и здесь оставались невыясненными причины того, почему мы так часто встречаемся на практике с устойчивостью частот. Новый подход к этому вопросу был мною намечен в [2] и [3]²⁾».

Введенное в [2] и [3] понятие сложности, алгоритмической случайности породило целое направление, именуемое «колмогоровской сложностью» и нашедшее применение в самых разнообразных областях математики и ее приложений. В самой же теории вероятностей эти новые понятия дали начало большому циклу работ по выяснению того, для каких «алгоритмически случайных» последовательностей выполняются те или иные вероятностно-статистические закономерности, открывая тем самым возможности для применения методов теории вероятностей и ее результатов и в тех областях, которые, как отмечает А. Н. Колмогоров во введении к первой главе «Основных понятий», не имеют прямого «отношения к понятиям случая и вероятности в собственном смысле этого слова».

Открыв семьдесят пять лет назад новую эру в становлении и развитии теории вероятностей, монография А. Н. Колмогорова и по сей день является классическим образцом ее изложения.

¹⁾ Колмогоров А. Н. Теория вероятностей. — Математика, ее содержание, методы и значение, т. 2. М.: Изд-во АН СССР, 1956. с. 252–284, — *Здесь и далее примечания редактора.*

²⁾ Имеются в виду работы: Колмогоров А. Н. Три подхода к определению понятия «количество информации». — Проблемы передачи информации, 1965, т. 1, в. 1, с. 3–11; Колмогоров А. Н. К логическим основам теории информации и теории вероятностей. — Проблемы передачи информации, 1969, т. 5, в. 3, с. 232–237.

К истории создания «Основных понятий»

К концу XIX в. четко стали видны связи теории вероятностей с чистой математикой. Это привело Д. Гильберта в его программном докладе 8 августа 1900 г. на Втором математическом конгрессе в Париже к постановке (шестой) проблемы аксиоматизации ряда физических дисциплин, к которым он отнес и теорию вероятностей.

Вскоре после доклада Гильберта было предпринято несколько попыток в построении математической теории вероятностей с привлечением элементов теории множеств и теории меры (R. Laemmel, 1904; U. Broggi, 1907). В «Основных понятиях» А. Н. Колмогоров отмечает «системы аксиоматического построения теории вероятностей, а именно такие, в которых понятие вероятности не относится к числу основных понятий, а само выражается через другие понятия» (R. von Mises, 1919; С. Н. Бернштейн, 1917).

Одной из первых работ А. Н. Колмогорова относительно возможности «построения некоторой весьма *общей и чисто математической* теории, формулы которой могут быть применены как к исчислению вероятностей, так и ко многим другим областям чистой и прикладной математики», была его работа «Общая теория меры и исчисление вероятностей», опубликованная в Трудах Коммунистической академии (разд. матем., 1929, т. 1, с. 18–21; см. также: *Колмогоров А. Н. Избранные труды*, т. 2: Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Наука, 2005, с. 51–62).

В предисловии к этой статье Колмогоров пишет: «Чтобы наметить содержание такой теории, достаточно выделить из изложения теории вероятностей те элементы, которые обуславливают ее внутреннюю логическую структуру и совершенно не связаны с конкретным значением теории».

Говоря о замысле «Основных понятий», А. Н. Колмогоров в письме П. С. Александрову от 26 октября 1932 г. (из Москвы в Гёттинген) пишет: «Взялся, наконец, сегодня за «Ergebnisse» (серия «Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete» издательства Springer, в которой планировалась публикация «Основных понятий»). Написано введение и параграф 1-й — Axiome. Конечно, к этому нужны несколько подстрочных примечаний, длины, превышающей сам параграф. Параграф 2-й, «Empirische Begründung der Axiome», будет переписан из конспекта моих днепропетровских лекций и будет много длиннее. Вообще же, вся глава I («Die elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung») довольно точно будет совпадать с этим конспектом». (См.: Колмогоров. Юбилейное издание. Книга вторая: Этих строк бегущих тесьма. Избранные места из переписки А. Н. Колмогорова и П. С. Александрова. М.: Физматлит, 2003).

Через несколько дней, 15 ноября 1936 г. (со станции Клязьма в Гёттинген) А. Н. Колмогоров пишет П. С. Александрову: «Написаны из первой главы (“Die elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung”):

Введение.

§ 1. Axiome. (Аксиомы.)

§ 2. Das Verhältnis zur Erfahrungswelt. (Отношение к данным опыта.)

§ 3. Terminologische Vorbemerkungen. (Терминологические замечания.)

§ 4. Unmittelbare Folgerungen aus den Axiomen, bedingte Wahrscheinlichkeiten, der Satz von Bayes. (Непосредственные следствия из аксиом, условные вероятности, теорема Байеса.)

§ 5. Unabhängigkeit. (Независимость.)

Особенно долго я возился с § 5, и все-таки он выглядит очень страшно. Но к этому понятию, действительно, принято слишком легкомысленно относиться. Вообще же, строгое изложение оказывается несколько более длинным, чем я думал, и я боюсь, что все 80 страниц придется потратить на разъяснение основных понятий (предполагалось же еще поместить закон больших чисел со всеми его обобщениями!).

Зато § 1, § 2 и § 4 мне самому нравятся. В частности, § 3 содержит просто табличку для перевода с языка теории вероятностей на язык теории множеств и обратно. Еще будут два параграфа к первой главе и потом основная новинка — глава II “Unendliche Wahrscheinlichkeitsfelder” (Бесконечные поля вероятностей)».

Из этих писем и содержания работы 1929 г. следует, что представленное в монографии 1933 г. (в предисловии читаем: «Kljasma bei Moskau, Ostern, 1933») изложение основных понятий теории вероятностей полностью сложилось у Андрея Николаевича в 1929–1932 гг.

Ю. В. Прохоров, А. Н. Ширяев