Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. А. Ватутин, Рецензия на книгу Maitra P. A., Sudderth D. William, “Discrete Gambling and Stochastic Games”, *Теория вероятн. и ее примен.*, 1997, том 42, выпуск 4, 846–847

DOI: <https://doi.org/10.4213/tvp2621>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.229.45.116

26 апреля 2023 г., 11:34:38

КРИТИКА И БИБЛИОГРАФИЯ

Maitra P. Ashok, Sudderth D. William. **Discrete Gambling and Stochastic Games**. New-York et al.: Springer-Verlag, 1996, 244 p.

Многим читателям журнала «Теория вероятностей и ее применения» хорошо известны книги издательства «Шпрингер», выходящие в серии «Приложения математики: Стохастическое моделирование и прикладная теория вероятностей» (Applications of Mathematics: Stochastic Modeling and Applied Probability). Так, в этой серии были изданы монографии Хида «Броуновское движение» (1980), Каллианпура «Стохастическая теория фильтрации» и ряд других. Как правило, книги этой серии отличаются ясностью изложения, обилием хорошо продуманных примеров (не всегда «совсем» прикладных, но, по крайней мере, содержащих намеки на возможные приложения). Не стала исключением и рецензируемая книга, посвященная (в основном) играм со счетным множеством стратегий. Ее содержание можно условно разделить на две части. Первые четыре главы являются упрощенным изложением теории, развитой в классической книге [1]. Заключительные три главы знакомят читателей (снова в несколько упрощенной ситуации) со стационарными семействами стратегий, аппроксимационными теоремами и стохастическими играми.

Остановимся на содержании книги несколько подробнее.

После короткой «технической» главы 1, авторы вводят в главе 2 основные понятия теории игр, такие как игра, стратегия, моменты остановки, правила остановки, и обсуждают их простейшие свойства. Здесь же вскользь затрагивается вопрос о возможности использования трансфинитной индукции при решении задач теории игр. Поскольку одной из главных целей написания книги явилось желание ее авторов ознакомить с теорией игр как можно более широкий круг читателей, основное внимание в этой (и последующих главах) уделяется играм (счетно-аддитивным мерам), определенным на счетном пространстве состояний, хотя в качестве примеров иногда используются пространства состояний более общей природы (например, отрезки действительной прямой).

Глава 3 посвящена конечным играм, точнее, играм, в которых игрок имеет право прекратить игру в любой момент. Обсуждаются свойства функции полезности, описываются оптимальные стратегии остановки (при использовании которых математическое ожидание функции полезности будет максимальным) и подробно (на примерах) рассматривается ряд задач динамического программирования. Ясно, что при анализе таких проблем невозможно обойтись без теории мартингалов, элементы которой естественным образом вкраплены в канву изложения данной главы.

В главе 4 рассматриваются проблемы, связанные с бесконечными играми. В такой ситуации в качестве стратегий поведения выбираются стратегии, которые являются в определенном смысле оптимальными (или «почти» оптимальными) в пределе. Указываются отличия такого рода стратегий от стратегий для конечных игр и приводятся критерии, обеспечивающие оптимальность тех или иных классов стратегий.

Глава 5 затрагивает вопросы, связанные со стационарными семействами стратегий. Основной вопрос, на который дается ответ в данной главе, звучит следующим образом: когда игрок может игнорировать сведения о результатах предшествующих игр и получать оптимальный результат, опираясь лишь на информацию об исходе последней игры? Описаны условия, при выполнении которых игрок действительно может игнорировать прошлое без потери оптимальности, приведены примеры, ко-

гда такого рода поведение приводит к потере оптимальности, вскользь упоминаются задачи, относящиеся к неоднородным марковским семействам стратегий.

В отличие от глав 3 и 4, в которых решались проблемы поиска стратегий, максимизирующих функции полезности, определенные на множестве элементарных исходов одного шага игры, в главе 6, озаглавленной «Теоремы аппроксимации», рассматриваются вопросы построения оптимальных стратегий для оптимизации функций полезности, определенных на пространстве подмножеств множества всех бесконечных последовательностей исходов отдельных игр (history space).

В круг такого рода проблем входят, в частности, ситуации, когда игрок желает максимизировать вероятность постоянного нахождения в фиксированном подмножестве пространства выигрышей, или когда максимизации подлежит вероятность посещения некоторого подмножества состояний бесконечное число раз. Основная цель данной главы — показать, что решение такого рода задач может быть получено путем аппроксимации подходящими последовательностями задач, рассматривавшихся в главах 3 и 4.

Глава 7, название которой совпадает со второй частью названия всей книги, «Стохастические игры», содержит довольно подробный анализ свойств стохастических игр двух лиц с нулевой суммой. Приведены условия, обеспечивающие существование значения игры, описаны семейства оптимальных стратегий для конечных игр, для ряда конкретных игр проведено построение оптимальных стратегий, указаны «хорошие» стратегии для бесконечных игр и в качестве примеров разобраны рекурсивные матричные игры, игры на разорение, игра «большой матч» (в терминологии книги [2]) и игра с тремя исходами: выигрыш, ничья или проигрыш.

В целом книга оставляет приятное впечатление и является прекрасным дополнением к монографиям [2]–[3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dubins L. E., Savage L. G. How to Gamble if You Must: Inequalities for Stochastic Processes. New York: McGraw-Hill, 1965.
2. Пармхасарампи Т., Рагхаван Т. Некоторые вопросы теории игр двух лиц. М.: Мир, 1974, 296 с.
3. Оуэн Г. Теория игр. М.: Мир, 1971, 230 с.

17.II.1997 г.

В. А. Ватутин

Vaart Aad W. van der, Wellner Jon A. **Weak Convergence and Empirical Processes, with Applications to Statistics.** New York et al.: Springer-Verlag, 1996, xi+508 pp.

Рецензируемая монография состоит из трех основных частей.

В первой, относительно небольшой, части «Стохастическая сходимость» рассматриваются различные виды сходимости, используемые в теории вероятностей (по распределению, по вероятности, почти наверное), причем особое внимание уделяется разработанным в последнее время понятиям и результатам, позволяющим рассматривать случайные величины, которые не измеримы относительно обычного борелевского σ -поля. Необходимость в рассмотрении таких случайных величин возникает, например, при изучении эмпирических распределений и процессов, рассматриваемых как отображения в пространство Скорохода $D[0, 1]$ непрерывных справа функций, имеющих пределы слева, с равномерной метрикой. Борелевская σ -алгебра в таком