Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. М. Круглов, Якимив А. Л. **Вероятностные приложения тауберовых теорем**, *Теория вероятн. и ее примен.*, 2006, том 51, выпуск 4, 822–824

DOI: <https://doi.org/10.4213/tvp31>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.90.164.192

26 апреля 2023 г., 18:26:12

© 2006 г.

КРИТИКА И БИБЛИОГРАФИЯ

Я к и м и в А. Л. **Вероятностные приложения тауберовых теорем.** М.: Физматлит, 2005, 256 с.

Y a k i m i v A. L. **Probabilistic Applications of Tauberian Theorems.** Leiden: Brill Academic Pub./VSP, 2005, 226 p.

Рецензируемая монография одновременно вышла на русском и английском языках. Она представляет собой обзор главным образом личных исследований автора. Главный объект — многомерные тауберовы теоремы выступают как предмет исследований и как инструмент исследований. Исследования других авторов излагаются по большей части только, если они непосредственно примыкают к исследованиям автора. Вместе с тем все наиболее важные исследования прокомментированы и снабжены необходимыми литературными ссылками. Главы со второй по пятую посвящены применениям тауберовых теорем к задачам теории вероятностей. По этой причине можно считать, что монография адресуется главным образом специалистам по теории вероятностей. Тауберовы теоремы широко используются в теории вероятностей, но относящийся сюда материал был разбросан по журнальным статьям. Монография А. Л. Якимыва поможет заинтересованным читателям составить общее представление о роли тауберовых теорем в теории вероятностей и ее приложениях. Она несомненно привлечет внимание специалистов по теории вероятностей.

Содержание монографии довольно точно отражается в заголовках глав. (Страницы указаны по изданию на русском языке.)

Введение, с. 4–6.

Гл. 1. Тауберовы теоремы, с. 7–105.

Гл. 2. Приложения к ветвящимся процессам, с. 106–131.

Гл. 3. Случайные A -перестановки, с. 132–190.

Гл. 4. Безгранично делимые распределения, с. 191–224.

Гл. 5. Предельные теоремы в схеме рекордов, с. 225–239.

Список литературы, с. 240–255.

Во введении приведен краткий исторический комментарий о развитии теории тауберовых теорем и об их приложениях.

Первая глава наряду с вводным материалом содержит доказательство основных теорем типа тауберовых теорем для функций и мер, определенных на конусах, лежащих в евклидовом пространстве конечной размерности. Кроме собственных исследований автор излагает ряд тауберовых теорем, принадлежащих В. С. Владимирову, Ю. Н. Дрожжинову и Б. И. Завьялову. Они имели ввиду приложения своих теорем за пределами теории вероятностей, в частности, в теории обобщенных функций. Автор монографии полагает, что они могут оказаться полезными также в теории вероятностей. Большинство необходимых понятий вводится по аналогии с одномерной теорией тауберовых теорем. Среди большого числа привлекаемых понятий следует выделить понятие слабо осциллирующей функции, принадлежащее автору. Класс таких функций обладает целым рядом свойств, напоминающих свойства правильно меняющихся функций одного переменного. В частности, показано, что слабо осциллирующая функция допускает интегральное представление, аналогичное представлению Карамата правильно меняющихся функций одного переменного. Заинтересованный читатель

может обратиться к монографии [1] с целью подробнее ознакомиться с тауберовыми теоремами и их применениями за пределами теории вероятностей.

Во второй главе указаны применения тауберовых теорем к различным классам ветвящихся процессов. Здесь доказаны теоремы автора о частицах-долгожителях и о сходимости условных конечномерных распределений критического ветвящегося процесса Беллмана–Харриса. Теорема о частицах-долгожителях, вольно выражаясь, утверждает, что процесс заканчивается не за счет появления новых частиц, а за счет наличия долго живущих частиц. Доказана теорема Севастьянова об асимптотическом поведении одномерного однородного (по времени) ограниченного снизу марковского ветвящегося процесса. Ряд свойств процесса Беллмана–Харриса обсуждается в теории Ватутина. Приведены комментарии большого числа результатов, сформулированных без доказательств.

Глава 3 посвящена исследованиям различных характеристик конечных случайных подстановок некоторых символов. Автор сосредотачивает свое внимание на случайных подстановках, длины циклов которых принадлежат данному подмножеству A натуральных чисел. Такие подстановки называются A -подстановками. Вероятностные свойства случайных A -подстановок существенно зависят от плотности множества A в множестве всех натуральных чисел. Если плотность множества A положительна, то распределение общего числа циклов случайной A -подстановки, надлежащим образом нормированное и центрированное, слабо сходится к стандартному нормальному распределению при неограниченном увеличении числа переставляемых символов. Доказано также, что распределение числа циклов фиксированной длины m случайной A -подстановки слабо сходится к пуассоновскому распределению с параметром $1/m$. Среди прочего указана точная асимптотика числа всех A -подстановок. Автор также изучает случайные A -подстановки, когда само множество A также является случайным. Здесь мы не останавливаемся на определении понятия случайного множества. Упоминаются родственные утверждения принадлежащие другим специалистам, в частности, В. Ф. Колчину и А. И. Павлову.

Главным объектом, обсуждаемым в четвертой главе, является асимптотика безгранично делимого распределения. В этом направлении автору принадлежат глубокие утверждения. Все они получены с помощью применения различных вариантов тауберовых теорем из первой главы. Многочисленные результаты других авторов прокомментированы, но точные формулировки по большей части не приведены. К упомянутой литературе следовало бы добавить монографию [3], в которой содержится обширный материал о безгранично делимых распределениях вообще и, в частности, об их асимптотических свойствах.

Основное содержание пятой главы составляют исследования автора монографии об асимптотическом поведении распределений межрекордных времен и рекордных моментов (точнее k -рекордных моментов). Впервые понятие рекорда было введено в статье А. Реньи [4]. Позже различными авторами были предложены более общие понятия, также названные рекордами с различными эпитетами. Литература о рекордах, построенных по последовательностям независимых одинаково распределенных случайных величин, довольно обширна. Большинство источников упомянуто в списке литературы. Автор не приводит причин, по которым рекорды следует изучать. Это понятно, так как монография предназначена для специалистов. Имея ввиду начинающего читателя, можно порекомендовать книгу [5], по которой можно познакомиться с начальными сведениями о рекордах и отчасти представить их место в общих исследованиях асимптотических свойств сумм случайных величин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Харди Г. Расходящиеся ряды. М.: ИЛ, 1951, 504 с.

2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 2. М.: Мир, 1984, 752 с.
3. Rossberg H.-J., Jesiak B., Siegel G. Analitic Methods of Probability Theory. Berlin: Akademie-Verlag, 1985, 311 p.
4. Rényi A. On the extreme elements of observations. M.T.A. III, Oszt. Közl, vol. 12, 1962, p. 105–121.
5. Невзоров В. Б. Рекорды. Математическая теория. М.: Фазис, 2000, 242 с.

В. М. Круглов

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

**Исправление к статье, опубликованной в
т. 49, в. 4, с. 791–794**

В моей статье «Максимумы независимых сумм в случае тяжелых хвостов», допущена опечатка в формуле (2). Правильная формула имеет вид:

$$\mathbf{P}\{a_m(n^{-1/2} Y_{mn} - b_m) \leq x\} \longrightarrow \exp\{-e^{-x}\}$$

А. В. Лебедев