Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. А. Ватутин, Рецензия на книги Jacobs K. “Discrete Stochastics”, Resnick S. “Adventures in Stochastic Processes”, *Теория вероятн. и ее примен.*, 1996, том 41, выпуск 3, 711–714

DOI: <https://doi.org/10.4213/tvp3189>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.197.130.99

26 апреля 2023 г., 14:00:56

КРИТИКА И БИБЛИОГРАФИЯ

Jacobs Konrad. *Discrete Stochastics*. Basel-Boston-Berlin: Birkhäuser, 1991, 283 p.

Resnick Sidney. *Adventures in Stochastic Processes*. Boston-Basel-Berlin: Birkhäuser, 1992, 626 p.

Относительно недавно издательство Birkhäuser выпустило практически одновременно два новых учебника по основам теории вероятностей и теории случайных процессов. Наверное, наивно было бы думать, что издательство опубликовало книги, которые будут конкурировать друг с другом. И действительно, даже с первого взгляда ясно, что изложение материала в этих учебниках базируется на различных принципах, отражающих два существующих в настоящее время подхода к преподаванию теории вероятностей: в книге Якобса исповедуется классически строгий, систематический и моментами даже слишком педантичный способ изложения основ «дискретной» теории вероятностей, в то время как учебник Резника сразу намекает на возможность относительно легкого изучения теории случайных процессов (чего стоит одно название «Приключения в случайных процессах»). Каждый из упомянутых подходов имеет своих поклонников и противников, но, как мне кажется, и преподаватели-«пуритане» и вероятностники-«жизнелюбы» найдут в рецензируемых учебниках немало интересного. Надеюсь, что мне удалось хотя бы немного заинтриговать читателей, и последующее относительно подробное изложение содержания рассматриваемых книг не покажется чересчур длинным.

Учебник Якобса (в вольном переводе имеющий название «Вероятность на дискретных пространствах») начинается необычным введением: в нем читателю предлагается решить 15 вероятностных задач, в число которых входят такие известные задачи как задача шевалье де Мере о бросании костей, задача Кардано и Галилея о вероятности того, что сумма очков, выпавшая на 3 костях, будет равна девяти или десяти, задача о бросании монеты на квадратную решетку и т.д. Понимая, что не все из этих задач могут быть решены правильно, автор сразу раскрывает карты и приводит подробные, но неформальные решения сформулированных задач, подводя к мысли, что при решении дискретных вероятностных задач нужно прежде всего аккуратно перечислить все имеющиеся возможности. Тут бы кажется и нужно перейти к определению вероятностного пространства. Однако нет, читателя, уже знакомого с теорией вероятностей, ждет еще один сюрприз: встреча во второй главе с марковскими динамическими системами, которые описываются на языке произведений стохастических матриц. Такой подход не требует привлечения вероятностных понятий и дает возможность доказать эргодическую теорему для сумм степеней стохастических матриц, а также исследовать асимптотические свойства степеней таких матриц.

Третья глава книги носит название «Дискретные вероятностные пространства» и содержит достаточно подробные обсуждения таких понятий как дискретное вероятностное пространство, марковские вероятностные распределения и независимость. Любопытно отметить, при обсуждении понятия независимости автор привлекает, наряду с обычным понятием σ -алгебры событий пространства Ω , понятие алгебры по Дынкину как системы событий D , для которой

1) $\Omega \in D$;

2) если $E, F \in D$ и $F \subseteq E$, то $E \setminus F \in D$;

3) если $E_1, E_2, \dots \in D$, $E_j \cap E_k = \emptyset$ ($j \neq k$), то $E_1 \cup E_2 \cup \dots \in D$.

Главы 4–6 содержат стандартный учебный материал. Так, в главе 4 «Независимые и одинаково распределенные случайные величины» содержатся определения математического ожидания, дисперсии, а также доказаны закон больших чисел, центральная предельная теорема (при выполнении условия Линдберга), теорема Пуассона и закон повторного логарифма. В главе 5, озаглавленной «Статистика», на 16 страницах дается понятие об основополагающих статистических идеях (включая проверку статистических гипотез и доказательство леммы Неймана–Пирсона). В главе 6, названной «Марковские процессы», изложены принципы построения и элементарные свойства цепей Маркова.

Главы 7–10, завершающие изложение основ дискретной теории вероятностей в версии Якобса, придают учебнику определенную оригинальность. Так, в главе 7 читателю предлагается ознакомиться с элементами теории информации, в частности, с началами комбинаторной и алгебраической теории кодирования (бинарные каналы, префиксные коды, неравенство Крафта, коды, исправляющие ошибки, граница Варшамова для размерности линейного кода, исправляющего данное число ошибок), а также с вероятностными понятиями теории информации (энтропия, ее связь с кодированием, каналы с шумом, количество информации, максимальные и случайные коды). Глава 8 явится приятным подарком любителям комбинаторной теории вероятностей, поскольку в ней доказываются (весьма подробно и с большим числом пояснений и рисунков) закон арксинуса, принцип эквивалентности для симметрично распределенных случайных величин, принцип отражения, а также формула Андерсена–Спитцера, касающаяся времени, проведенного случайным блужданием на положительной полуоси. Глава 9 («Оптимальные стратегии в казино: черное и белое») даст пищу для размышлений студентам, желающим заработать начальный капитал игрой в рулетку, ибо в ней детально анализируется оптимальная стратегия поведения человека, имеющего один доллар в кармане, которому необходимо заработать к следующему утру 1 000 000\$. Последняя, десятая, глава книги («Проблемы обоснования») имеет, в определенном смысле, философский характер, поскольку в ней затрагиваются вопросы, связанные с выбором и определением понятия случайности (коллективная вероятность по фон-Мизесу, подход А. Н. Колмогорова, базирующийся на понятии сложности, идеи П. Мартин-Лефа, использующие тесты на случайность). Здесь же содержится ряд результатов, относящихся к теории субъективной вероятности.

Приведенный выше краткий обзор содержания книги Якобса, наверное, убедил читателя в том, что в ней имеется немало интересных находок методического характера, однако я бы не осмелился рекомендовать ее в качестве базового учебника при изучении теории вероятностей, поскольку форма подачи материала в ней рассчитана скорее на искушенного слушателя, чем на студента, начинающего знакомиться с предметом.

В отличие от книги Якобса, курс случайных процессов Резника, несомненно, будет популярен как среди студентов, так и среди преподавателей. Этому способствует не только легкая, с элементами юмора, манера изложения, но и широта материала, включенного в учебник.

Книга начинается знакомством с ее главным героем Гарри, владельцем ресторана вблизи университетского кампуса, который в дальнейшем то и дело сталкивается с различными вероятностными задачами, возникающими при ведении бизнеса и даже на отдыхе. Поначалу его появление вызывает недоумение и даже легкую неприязнь, однако уже через несколько примеров Гарри становится близким знакомым и, по крайней мере так было со мной, ты уже ждешь с любопытством встречи с очередной проблемой, которую поставит автор перед своим героем. А простор для приключений у Гарри весьма обширен, ибо в книгу Резника включены разделы, которые суммарно могут быть основой по крайней мере четырех полугодовых спецкурсов по таким разделам теории случайных процессов как цепи Маркова, точечные процессы, теория

восстановления, случайные блуждания и броуновское движение.

Появление Гарри на страницах книги безусловно оживляет изучение предмета, но не избавляет студентов от необходимости при ее чтении использовать знание некоторых разделов теории вероятностей (предварительное знакомство с которыми обязательно для успешного усвоения содержания книги), и поэтому первая глава учебника является беглым напоминанием ряда основных понятий теории вероятностей, в число которых входят неотрицательные целочисленные случайные величины, свертки, производящие функции, ветвящиеся процессы, случайные блуждания, моменты остановки.

Вторая и пятая главы книги посвящены цепям Маркова с дискретным и непрерывным временем, соответственно. В первой из них, наряду со стандартными результатами о цепях Маркова (разложение пространства состояний на классы эквивалентных состояний, возвратность и невозвратность, свойства вероятностей поглощения, инвариантные меры и стационарные распределения), обсуждаются методы проверки того, является ли неприводимая цепь с бесконечным числом состояний положительно возвратной, нуль возвратной или невозвратной. Во второй из рассматриваемых глав для цепей Маркова с непрерывным временем затрагиваются вопросы отсутствия явления взрыва, обсуждается марковское свойство, выводится обратное уравнение Колмогорова для переходных вероятностей, анализируется проблема существования стационарных распределений, а также конструкция обращенных цепей Маркова (с упором на процессы рождения и гибели). Каждая глава завершается большим разделом упражнений и задач, относящихся к самым разным областям использования цепей Маркова, таким как теория массового обслуживания, точечные процессы, процессы рождения и гибели и т.д.

Третья глава содержит систематическое изложение теории восстановления. Наряду со стандартными сведениями (в духе известной книги В. Феллера) имеются разделы, затрагивающие теорию риска, а также теорию регенерирующих процессов. Изложение иллюстрируется примерами, относящимися, в основном, к теории массового обслуживания.

С. Резник хорошо известен как специалист по теории точечных процессов, и поэтому неудивительно, что глава 4 («Точечные процессы») является, на мой взгляд, лучшей главой учебника. В ней подробно обсуждаются свойства преобразований пуассоновских точечных процессов (однородных и неоднородных), задачи, связанные с маркировкой и прореживанием (в том числе и зависящим от положения точек на прямой), свойства порядковых статистик, дается общая конструкция пуассоновских процессов. Пятьдесят два упражнения, завершающие данную главу, служат органичным дополнением и комментарием к изложенному материалу и позволяют глубже понять идеи, лежащие в основе доказательств приведенных результатов.

Шестая глава учебника, «Броуновское движение», содержит, главным образом, стандартный материал: конструкцию броуновского движения, его простейшие свойства, доказательство принципа отражения, усиленный принцип отражения, выход из полосы, броуновское движение со сносом, броуновский мост и статистика Колмогорова–Смирнова (этот раздел содержит забавную опечатку, нехарактерную для в целом прекрасно изданной книги: на протяжении 7 страниц колоннотитулом раздела служит слово «Введение», вместо естественного названия «Броуновский мост»). Завершается глава анализом свойств траекторий броуновского движения и доказательством закона повторного логарифма.

В седьмой, последней, главе книги, озаглавленной «Общее случайное блуждание», затрагиваются вопросы возвратности и невозвратности произвольных случайных блужданий, обсуждается проблема дуальных пар моментов остановки, доказывается факторизация Винера–Хопфа, исследуется связь между случайными блужданиями и системами массового обслуживания. В основе этой главы лежат идеи, заложенные в работах [1]–[3].

Я с удовольствием ознакомился с учебником Резника и, как мне кажется, те, кто его прочитают, не будут сожалеть о проведенном над книгой времени.

В. А. Ватутин

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Greenwood P. Wiener-Hopf decomposition of random walks and Levy processes. — *Z. Wahrscheinlichkeitstheor. verw. Geb.*, 1976, v. 34, p. 193–198.
2. Greenwood P., Shaked M. Fluctuations of random walks in $\mathbb{R}^d$ and storage systems. — *Adv. Appl. Probab.*, 1977, v. 9, № 3, p. 566–587.
3. Greenwood P., Pitman J. Fluctuations identities for Levy processes and splitting at the maximum. — *Adv. Appl. Probab.*, 1980, v. 12, № 4, p. 893–902.

Hoffmann-Jorgensen J. *Probability with a view towards statistics*. New York, London: Chapman & Hall, 1994, v. 1, xl+589 p., v. 2, xii+533 p.

Обширное двухтомное руководство Хоффмана-Йоргенсена предназначено студентам старших курсов и аспирантам, специализирующимся по теории вероятностей и математической статистике. Первый том содержит подробное изложение основ теории вероятностей, второй том посвящен в основном теоретико-вероятностным аспектам математической статистики. Основное изложение в книге предваряется историческим очерком развития теории вероятностей и статистики. Автор предполагает, что читатель знаком с каким-нибудь элементарным курсом теории вероятностей, а также с элементами линейной алгебры и анализа, включая метрические пространства (например, в объеме книги У. Рудина «Основы математического анализа», М.: Мир, 1966 г.).

Схема расположения излагаемого материала в книге напоминает изданную в 1946 г. книгу Г. Крамера «Математические методы статистики» (русский перевод 1948 г.), в которой было три части: математическое введение (точечные множества, теория меры и интегрирования в евклидовых пространствах, некоторые вопросы алгебры и анализа) (часть 1); случайные величины и распределения вероятностей (часть 2); статистические выводы (часть 3). Современное подробное изложение вероятностных основ статистики потребовало от автора увеличения объема материала вдвое по сравнению с книгой Г. Крамера. Первый том содержит 7 глав: теория меры (гл. 1), вероятностные меры (гл. 2), интегрирование (гл. 3), математическое ожидание и моменты (гл. 4), сходимость по распределению (гл. 5), условное математическое ожидание (гл. 6), мартингалы (гл. 7). Второй том состоит из следующих семи глав: случайные векторы и их плотности (гл. 8), стохастические процессы (гл. 9), регулярные условные вероятности (гл. 10), оптимальные остановки (гл. 11), экспоненциальные семейства (гл. 12), состоятельность оценок максимального правдоподобия (гл. 13), асимптотическая нормальность (гл. 14). Кроме того в обоих томах имеются небольшие приложения, в которых кратко излагаются некоторые необходимые предварительные сведения из теории множеств, математического анализа, алгебры, а также элементы основания математики. В конце каждой главы имеются краткие обзоры литературы и упражнения, некоторые из которых снабжены указаниями.

Перейдем к более подробному обзору содержания книги. Глава 1 начинается с детального описания различных классов множеств, устойчивых относительно каких-либо операций над множествами. Далее излагается теория меры, которая составляет фундамент любого современного серьезного курса теории вероятностей и математической статистики. В главе 2 рассматриваются вероятностные меры.