Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Б. А. Севастьянов, Рецензия на книгу Hoffmann-Jorgensen J.
“Probability with a view towards stochastics”, *Теория вероятн.
и ее примен.*, 1996, том 41, выпуск 3, 714–716

DOI: <https://doi.org/10.4213/tvp3190>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.239.49.27

26 апреля 2023 г., 12:52:29

Я с удовольствием ознакомился с учебником Резника и, как мне кажется, те, кто его прочитают, не будут сожалеть о проведенном над книгой времени.

В. А. Ватутин

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Greenwood P.* Wiener-Hopf decomposition of random walks and Levy processes. — *Z. Wahrscheinlichkeitstheor. verw. Geb.*, 1976, v. 34, p. 193–198.
2. *Greenwood P., Shaked M.* Fluctuations of random walks in $\mathbb{R}^d$ and storage systems. — *Adv. Appl. Probab.*, 1977, v. 9, № 3, p. 566–587.
3. *Greenwood P., Pitman J.* Fluctuations identities for Levy processes and splitting at the maximum. — *Adv. Appl. Probab.*, 1980, v. 12, № 4, p. 893–902.

Hoffmann-Jorgensen J. *Probability with a view towards statistics*. New York, London: Chapman & Hall, 1994, v. 1, xl+589 p., v. 2, xii+533 p.

Обширное двухтомное руководство Хоффмана-Йоргенсена предназначено студентам старших курсов и аспирантам, специализирующимся по теории вероятностей и математической статистике. Первый том содержит подробное изложение основ теории вероятностей, второй том посвящен в основном теоретико-вероятностным аспектам математической статистики. Основное изложение в книге предваряется историческим очерком развития теории вероятностей и статистики. Автор предполагает, что читатель знаком с каким-нибудь элементарным курсом теории вероятностей, а также с элементами линейной алгебры и анализа, включая метрические пространства (например, в объеме книги У. Рудина «Основы математического анализа», М.: Мир, 1966 г.).

Схема расположения излагаемого материала в книге напоминает изданную в 1946 г. книгу Г. Крамера «Математические методы статистики» (русский перевод 1948 г.), в которой было три части: математическое введение (точечные множества, теория меры и интегрирования в евклидовых пространствах, некоторые вопросы алгебры и анализа) (часть 1); случайные величины и распределения вероятностей (часть 2); статистические выводы (часть 3). Современное подробное изложение вероятностных основ статистики потребовало от автора увеличения объема материала вдвое по сравнению с книгой Г. Крамера. Первый том содержит 7 глав: теория меры (гл. 1), вероятностные меры (гл. 2), интегрирование (гл. 3), математическое ожидание и моменты (гл. 4), сходимость по распределению (гл. 5), условное математическое ожидание (гл. 6), мартингалы (гл. 7). Второй том состоит из следующих семи глав: случайные векторы и их плотности (гл. 8), стохастические процессы (гл. 9), регулярные условные вероятности (гл. 10), оптимальные остановки (гл. 11), экспоненциальные семейства (гл. 12), состоятельность оценок максимального правдоподобия (гл. 13), асимптотическая нормальность (гл. 14). Кроме того в обоих томах имеются небольшие приложения, в которых кратко излагаются некоторые необходимые предварительные сведения из теории множеств, математического анализа, алгебры, а также элементы основания математики. В конце каждой главы имеются краткие обзоры литературы и упражнения, некоторые из которых снабжены указаниями.

Перейдем к более подробному обзору содержания книги. Глава 1 начинается с детального описания различных классов множеств, устойчивых относительно каких-либо операций над множествами. Далее излагается теория меры, которая составляет фундамент любого современного серьезного курса теории вероятностей и математической статистики. В главе 2 рассматриваются вероятностные меры.

Основное внимание уделено понятию независимости. Даны различные критерии независимости, доказаны некоторые утверждения типа «закона 0 и 1», в том числе классическая лемма Бореля–Кантелли. В главе 3 излагается теория интегрирования измеримых функций в пространствах с мерой, включая теоремы о сходимости, Тонелли–Фубини о перемене порядка интегрирования, Радона–Никодима о дифференцировании мер. Две главные темы главы 4 — это закон больших чисел и различные преобразования распределения вероятностей (характеристические и производящие функции, преобразования Лапласа, Меллина и др.). Обычный и усиленный закон больших чисел дается при различных условиях, наложенных на моменты, как для независимых случайных величин, так и при отсутствии условия независимости. Тема главы 5 — сходимость случайных величин по распределению. В ней доказываются теоремы о непрерывном соответствии множества характеристических и производящих функций и множества распределений вероятностей. Приведены аналогичные результаты для преобразований Лапласа и моментов. Конец главы посвящен центральной предельной теореме, устойчивым и безгранично делимым распределениям и их представлениям Леви–Хинчина. В главе 6 изучаются условные математические ожидания. Показано, что условные ожидания дают наилучшие оценки случайных величин при заданных условиях. Дано их применение к обычным цепям Маркова и U -статистикам. Глава 7 посвящена мартингалам с дискретным временем. Приведены примеры использования мартингаловых методов как теоретического (U -статистики, неотрицательные супермартингалы, гауссовские мартингалы), так и прикладного характера (задача о баллотировке, модели эпидемий, модели водохранилищ).

Второй том также содержит семь глав. Глава 8 посвящена изучению случайных векторов, вычислению плотностей преобразований случайных векторов и свойствам носителей их распределений. В главе 9 изучаются основные понятия случайных процессов (их версии, модификации, теорема Колмогорова о согласованных конечномерных распределениях). В частности, указан критерий существования непрерывной модификации случайного процесса. Доказан равномерный закон больших чисел, включающий в себя теорему Гливенко–Кантелли. Глава 10 содержит материал о регулярных условных распределениях, строго марковских процессах и случайных блужданиях. Глава 11 посвящена оптимальным остановкам мартингалов. Общая теория иллюстрирована несколькими примерами, в частности, задачей о разорении. В главе 12 изучаются аналитические свойства экспоненциальных семейств. Как известно, многие часто встречающиеся в приложениях распределения принадлежат к таким семействам. В этом случае существует нетривиальная система достаточных статистик, что позволяет получать глубокие общие результаты в теории проверки статистических гипотез и оценивания параметров. Глава 13 посвящена изучению состоятельности статистических оценок, основанных на максимуме статистик общего вида, в частности статистик, образованных с помощью логарифма функции правдоподобия. Подробно изучены асимптотические свойства таких оценок. В главе 14 изучается асимптотическая нормальность оценок максимального правдоподобия.

Содержание рецензируемого двухтомника предполагает, что читатель, имея лишь минимальные первоначальные знания по теории вероятностей, анализу и алгебре, может овладеть теми современными разделами теории вероятностей, которые позволяют ему применять их в математической статистике. Однако для того чтобы овладеть всем материалом, изложенным в книге, необходимо, чтобы читатель обладал высоким уровнем математического мышления, чего можно достичь лишь в том случае, если он уже изучал раньше (может и в меньшем объеме) теорию меры и интеграла Лебега.

Автор иногда чрезмерно увлекается общностью, что увеличивает и без того большой объем книги и затрудняет неискушенному читателю прохождение пути к содержательной сути самой математической статистики. Например, в первой главе при описании классов множеств он перечисляет 11 операций над множествами и опре-

деляет классы, устойчивые относительно различных сочетаний этих операций, хотя фактически далее используются только алгебры и σ -алгебры множеств.

Сжатый в основном стиль книги с многочисленными ссылками на ее предыдущие главы иногда нарушается разделами, носящими довольно эмоциональный характер. Например, в разделе 1.47 «The image catastrophe», где говорится о том, как молодой русский математик М. М. Суслин нашел противоречащий пример к одной теореме Лебега об измеримости проекции измеримого множества, автор восклицает: «Never trust your textbooks too much!»

Отметим одну курьезную ошибку. Автор в нескольких местах книги, упоминая великих русских математиков А. Н. Колмогорова, П. Л. Чебышева, А. А. Маркова, А. М. Ляпунова, С. Н. Бернштейна, Н. Н. Лузина, внесших большой вклад в развитие математики, в частности, теории вероятностей, уважительно выписывает латинскими буквами их фамилии, имена и отчества. При этом он упорно называет Пафнутия Львовича Чебышева либо Lvovich Pafnufty Chebyshev (введение), либо Lvovich Panufty Chebyshev (раздел 5.16), либо фамильярно Lvovich Chebyshev (раздел 3.9). Неправильно указаны годы жизни А. Н. Колмогорова: 1903–1989 вместо 1903–1987.

Двухтомное учебное руководство Хофмана-Йоргенсена содержит обширный материал по тем разделам теории вероятностей, которые необходимы для современной математической статистики. Это издание будет полезно интересующимся статистикой читателям, однако их предварительный математический багаж должен быть богаче, чем предполагает автор.

Б. А. Севастьянов