Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Г. М. Фельдман, Теорема Скитовича–Дармуа для компактных групп, *Теория вероятн. и ее примен.*, 1996, том 41, выпуск 4, 901–906

DOI: <https://doi.org/10.4213/tvp3244>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.73.92

26 апреля 2023 г., 13:51:57

© 1996 г.

ФЕЛЬДМАН Г. М.*

ТЕОРЕМА СКИТОВИЧА–ДАРМУА
ДЛЯ КОМПАКТНЫХ ГРУПП¹⁾

Пусть X — компактная абелева группа, ξ_j — независимые случайные величины со значениями в X , α_j и β_j — топологические автоморфизмы X , $L_1 = \alpha_1(\xi_1) + \dots + \alpha_s(\xi_s)$, $L_2 = \beta_1(\xi_1) + \dots + \beta_s(\xi_s)$. В работе дано полное описание групп X , на которых из независимости линейных форм L_1 и L_2 следует, что все ξ_j имеют идемпотентные распределения. Эта теорема является групповым аналогом классических результатов Скитовича–Дармуа и Гурье–Олкина.

Ключевые слова и фразы: компактная абелева группа, случайная величина со значениями в группе, независимые линейные статистики.

Пусть X — локально компактная сепарабельная абелева метрическая группа, $Y = X^*$ — ее группа характеров, (x, y) — значение характера $y \in Y$ на элементе $x \in X$. Обозначим $\mathcal{M}^1(X)$ множество вероятностных распределений на группе X . Через $\hat{\mu}(y)$ обозначим характеристическую функцию распределения $\mu \in \mathcal{M}^1(X)$. Обозначим через $\Gamma(X)$ множество гауссовских распределений на группе X , а через $I(X)$ — множество идемпотентных распределений на группе X , т.е. множество сдвигов распределений Хаара m_K компактных подгрупп K группы X .

Пусть $\mathcal{G}(X)$ — группа всех топологических автоморфизмов группы X . Предположим, что ξ_j — независимые случайные величины со значениями в группе X и с распределениями μ_j . Рассмотрим линейные формы $L_1 = \alpha_1(\xi_1) + \dots + \alpha_s(\xi_s)$, $L_2 = \beta_1(\xi_1) + \dots + \beta_s(\xi_s)$, где $\alpha_j, \beta_j \in \mathcal{G}(X)$, и сформулируем следующую задачу.

Дать полное описание групп X , которые обладают тем свойством, что из независимости линейных форм L_1 и L_2 следует, что все распределения $\mu_j \in I(X) * \Gamma(X)$. (Отметим, что если распределение $\mu \in I(X) * \Gamma(X)$, то μ инвариантно относительно некоторой компактной подгруппы $K \subset X$, при естественном гомоморфизме $X \rightarrow X/K$ μ индуцирует на фактор-группе X/K гауссовское распределение.)

Скитовичем и Дармуа было впервые обнаружено, что этим свойством обладает группа вещественных чисел $\mathbf{R}$. Затем аналогичный результат для группы $\mathbf{R}^n$, $n > 1$, был установлен Гурье и Олкиным (см. [1, гл. 3]). В [2] сформулированная задача была решена для конечных абелевых групп.

Целью настоящей работы является решение этой задачи в классе компактных абелевых групп.

Условимся о некоторых обозначениях. Если H — замкнутая подгруппа группы Y , то обозначим через $A(X, H) = \{x \in X: (x, y) = 1 \forall y \in H\}$ ее аннулятор. Через S_X обозначим компоненту нуля группы X . Пусть n — целое число. Обозначим $f_n: X \rightarrow X$ гомоморфизм, определяемый формулой $f_n(x) = nx$. Положим $X^{(n)} = f_n(X)$. Если $\alpha \in \mathcal{G}(X)$, то сопряженный автоморфизм $\tilde{\alpha} \in \mathcal{G}(Y)$ определяется равенством $(x, \tilde{\alpha}(y)) = (\alpha(x), y)$ для любых $x \in X$, $y \in Y$. Отметим, что $\tilde{\tilde{\alpha}} = \alpha$. Подгруппа G группы X , которая отображается в себя при всяком автоморфизме $\alpha \in \mathcal{G}(X)$, называется характеристической подгруппой группы X . Через I_X обозначим тождественный автоморфизм группы X . Через $Z(m)$ обозначим конечную циклическую группу из m элементов $Z(m) = \{0, 1, \dots, m-1\}$ с операцией сложения по модулю m . Отметим, что $(Z(m))^* \approx Z(m)$.

*Физико-технический институт низких температур АН Украины, просп. Ленина, 47, 310164 Харьков, Украина.

¹⁾Работа выполнена при частичной поддержке Международного научного фонда, грант U9S000.

Пусть p — простое число. Через $Z(p^\infty)$ обозначим рассматриваемую в дискретной топологии мультипликативную группу корней степени p^n из единицы, где n пробегает все неотрицательные целые числа. Нам понадобится также описание группы p -адических целых чисел Δ_p . Группа Δ_p как множество совпадает с множеством последовательностей $x = (x_0, x_1, \dots)$, где $x_j \in \{0, 1, \dots, p-1\}$, а сумма $z = x + y$, $x, y \in \Delta_p$, определяется следующим образом. Пусть $x_0 + y_0 = pt_0 + z_0$, где $z_0 \in \{0, 1, \dots, p-1\}$, $t_0 \in \mathbb{Z}$. Предположим, что числа $z_0, z_1, \dots, z_k, t_0, t_1, \dots, t_k$ уже определены. Тогда положим $x_{k+1} + y_{k+1} + t_k = pt_{k+1} + z_{k+1}$, где $z_{k+1} \in \{0, 1, \dots, p-1\}$, $t_{k+1} \in \mathbb{Z}$. Тем самым по индукции определена последовательность $z = (z_0, z_1, \dots) \in \Delta_p$. Рассматриваемая в тихоновской топологии, группа Δ_p компактна, абелева и вполне несвязна. Группы $Z(p^\infty)$ и Δ_p являются группами характеров одна другой:

$$(x, y) = \exp \left\{ \frac{2\pi i k}{p^n} (y_0 + y_1 p + \dots + y_{n-1} p^{n-1}) \right\},$$

где $x = \exp\{2\pi i k/p^n\} \in Z(p^\infty)$, $y = (y_0, y_1, \dots) \in \Delta_p$ (см. [3, § 10]).

Пусть $\{X_i, i \in I\}$ — семейство групп. Обозначим через $P_{i \in I} X_i$ — прямое произведение групп X_i , а через $P_{i \in I}^* X_i$ — слабое прямое произведение групп X_i (напомним, что $x = (x_1, \dots, x_i, \dots) \in P_{i \in I}^* X_i$, если $x_i \neq 0$ лишь для конечного числа индексов $i \in I$).

Периодическая группа X называется p -примарной, если порядок любого ее элемента есть степень простого числа p . Группа X называется делимой, если $X^{(n)} = X$ для любого $n = 2, 3, \dots$. Группа X называется редуцированной, если она не имеет ненулевых делимых подгрупп.

Обозначим через E_x вырожденное распределение, сосредоточенное в точке $x \in X$, а через $D(X)$ — множество вырожденных распределений на группе X . Через $\sigma(\mu)$ обозначим носитель распределения μ , а через $\bar{\mu}$ — распределение, определяемое формулой $\bar{\mu}(E) = \mu(-E)$ для любого борелевского множества $E \subset X$. Отметим, что $\bar{\mu}(y) = \bar{\mu}(y)$. Заметим также, что если группа X вполне несвязна, то $\Gamma(X) = D(X)$ [4].

Для удобства ссылок сформулируем в виде лемм следующие хорошо известные утверждения.

Лемма 1. Если H — замкнутая подгруппа группы Y , $\mu \in \mathcal{M}^1(X)$ и $\bar{\mu}(y) \equiv 1$ на H , то $\sigma(\mu) \subset A(X, H)$.

Лемма 2. Пусть G — борелевская подгруппа в X . Если $\mu = \mu_1 * \mu_2$, $\mu \in \mathcal{M}^1(X)$ и распределение μ сосредоточено на G , то распределения μ_j можно так заменить их сдвигами $\mu'_j = \mu_j * E_{x_j}$, что $\mu = \mu'_1 * \mu'_2$, и распределения μ'_j сосредоточены на G .

Отметим следующий факт. Так же как и в классическом случае, условие независимости линейных форм $L_1 = \xi_1 + \dots + \xi_s$ и $L_2 = \delta_1(\xi_1) + \dots + \delta_s(\xi_s)$, где ξ_j — независимые случайные величины со значениями в группе X и с распределениями μ_j , а $\delta_j \in \mathcal{G}(X)$, равносильно тому, что характеристические функции $\bar{\mu}_j(y)$ удовлетворяют уравнению

$$\prod_{j=1}^s \bar{\mu}_j(u + \bar{\delta}_j(v)) = \prod_{j=1}^s \bar{\mu}_j(u) \prod_{j=1}^s \bar{\mu}_j(\bar{\delta}(v)), \quad u, v \in Y, \quad (1)$$

где $\bar{\delta}_j$ — сопряженные к δ_j автоморфизмы.

Условимся о следующем. Нас будут интересовать решения уравнения (1) на группе Y . Ясно, что при этом группу Y можно заменить топологически изоморфной группой. Это позволяет, например, в ситуации, когда $X = \Delta_p$, а $Y \approx Z(p^\infty)$, считать, что $Y = Z(p^\infty)$, или, в ситуации, когда $X = F \times G$, а следовательно, и $Y \approx F^* \times G^*$, считать, что $Y = F^* \times G^*$, и т.п. Отметим, что если X — компактная группа, то Y — счетная дискретная группа.

Теорема 1. Пусть ξ_j — независимые случайные величины со значениями в компактной группе X и с распределениями μ_j , $L_1 = \alpha_1(\xi_1) + \dots + \alpha_s(\xi_s)$, $L_2 =$

$\beta_1(\xi_1) + \dots + \beta_s(\xi_s)$, где $\alpha_j, \beta_j \in \mathfrak{S}(X)$. Предположим, что линейные формы L_1 и L_2 независимы. Тогда

(I) если группа X топологически изоморфна одной из групп:

$$(a) \quad Z(2^{m_1}) \times \dots \times Z(2^{m_n}), \quad 0 \leq m_1 < \dots < m_n,$$

$$(b) \quad \Delta_2 \times Z(2^{m_1}) \times \dots \times Z(2^{m_n}), \quad 0 \leq m_1 < \dots < m_n,$$

то все $\mu_j \in D(X)$;

(II) если группа X топологически изоморфна группе $Z(3) \times G$, где G — одна из групп вида (a) или (b), то либо все $\mu_j \in D(X)$, либо распределения μ_j можно так заменить их сдвигами μ'_j , что $\mu'_{j_1} = \mu'_{j_2} = m_{Z(3)}$, по крайней мере, для двух распределений μ'_{j_1} и μ'_{j_2} , а остальные μ'_j произвольны, причем все носители $\sigma(\mu'_j) \subset Z(3)$, $j = 1, 2, \dots, s$.

Теорема 1 точна в следующем смысле.

Теорема 2. Пусть компактная группа X топологически не изоморфна группам, перечисленным в теореме 1. Тогда существуют такие независимые случайные величины ξ_j со значениями в группе X и с распределениями μ_j и автоморфизмы $\delta_j \in \mathfrak{S}(X)$, что линейные формы $L_1 = \xi_1 + \dots + \xi_s$ и $L_2 = \delta_1(\xi_1) + \dots + \delta_s(\xi_s)$ независимы, а все распределения $\mu_j \notin I(X) * \Gamma(X)$.

Для доказательства теоремы 1 нам понадобится

Лемма 3 [2]. Пусть $X = Z(3)$, ξ_j — независимые случайные величины со значениями в группе X и с распределениями μ_j , $\alpha_j, \beta_j \in \mathfrak{S}(X)$. Тогда из независимости линейных форм $L_1 = \alpha_1(\xi_1) + \dots + \alpha_s(\xi_s)$ и $L_2 = \beta_1(\xi_1) + \dots + \beta_s(\xi_s)$ вытекает, что либо все $\mu_j \in D(X)$, либо $\mu_{j_1} = \mu_{j_2} = m_X$, по крайней мере, для двух распределений μ_{j_1} и μ_{j_2} , а остальные распределения μ_j произвольны.

Доказательство теоремы 1. Полагая $\eta_j = \alpha_j(\xi_j)$, $j = 1, 2, \dots, s$, мы сведем доказательство к случаю, когда линейные формы имеют вид $L_1 = \xi_1 + \dots + \xi_s$ и $L_2 = \delta_1(\xi_1) + \dots + \delta_s(\xi_s)$, где $\delta_j \in \mathfrak{S}(X)$.

Докажем (I). Положим $\nu_j = \mu_j * \bar{\mu}_j$. Тогда $\hat{\nu}_j(y) = |\hat{\mu}_j(y)|^2 \geq 0$. Так как характеристические функции $\bar{\mu}_j(y)$ удовлетворяют уравнению (1), то уравнению (1) будут удовлетворять и характеристические функции $\hat{\nu}_j(y)$. Это позволяет с самого начала считать, что все $\hat{\mu}_j(y) \geq 0$. Теорема будет доказана, если мы установим, что при этом предположении $\mu_j = E_0$, $j = 1, 2, \dots, s$. Утверждение (Ia) доказано в [2]. Докажем (Ib). Предположим вначале, что $X = \Delta_2$. Тогда $Y = Z(2^\infty)$ и имеют место вложения

$$Z(2) \subset Z(4) \subset \dots \subset Z(2^n) \subset \dots \subset Z(2^\infty).$$

Очевидно, что $Z(2^n)$ является характеристической подгруппой группы $Z(2^\infty)$ при любом натуральном n . Рассмотрим сужение уравнения (1) на подгруппу $Z(2^n)$ и воспользуемся (Ia). Имеем $\hat{\mu}_j(y) \equiv 1$, $y \in Z(2^n)$, а значит, $\hat{\mu}_j(y) \equiv 1$, $y \in Z(2^\infty)$, т.е., $\mu_j = E_0$, $j = 1, 2, \dots, s$.

Пусть

$$X = \Delta_2 \times Z(2^{m_1}) \times \dots \times Z(2^{m_n}), \quad 0 \leq m_1 < \dots < m_n.$$

Тогда

$$Y = Z(2^\infty) \times Z(2^{m_1}) \times \dots \times Z(2^{m_n}).$$

Поскольку $Z(2^\infty)$ — максимальная делимая подгруппа Y , то она является характеристической подгруппой. Рассмотрим сужение уравнения (1) на подгруппу $Z(2^\infty)$. Как отмечено выше, все $\hat{\mu}_j(y) \equiv 1$ при $y \in Z(2^\infty)$. Значит, по лемме 1,

$$\sigma(\mu_j) \subset A(X, Z(2^\infty)) = Z(2^{m_1}) \times \dots \times Z(2^{m_n}).$$

Так как подгруппа $Z(2^{m_1}) \times \dots \times Z(2^{m_n})$, очевидно, является характеристической подгруппой группы X , то доказательство, таким образом, сводится к уже рассмотренному случаю (Ia).

Докажем (II). Как и при доказательстве (I), положим $\nu_j = \mu_j * \bar{\mu}_j$. Тогда $\hat{\nu}_j(y) \geq 0$, и характеристические функции $\hat{\nu}_j(y)$ также удовлетворяют уравнению (1).

Пусть для определенности $X = Z(3) \times \Delta_2 \times Z(2^{m_1}) \times \dots \times Z(2^{m_n})$, $0 \leq m_1 < \dots < m_n$. Тогда $Y = Z(3) \times Z(2^\infty) \times Z(2^{m_1}) \times \dots \times Z(2^{m_n}) = Z(3) \times H$. Очевидно, что H — характеристическая подгруппа группы Y . Рассматривая сужение уравнения (1) для характеристических функций $\hat{\nu}_j(y)$ на подгруппу H и учитывая, что в случае (I) теорема уже доказана, заключаем, что все $\hat{\nu}_j(y) \equiv 1$ при $y \in H$. По лемме 1 имеет место включение $\sigma(\nu_j) \subset A(X, H) = Z(3)$. Поскольку $Z(3)$ — характеристическая подгруппа группы X , то, по лемме 3, либо все $\nu_j = E_0$, и тогда $\mu_j \in D(X)$, $j = 1, 2, \dots, s$, либо $\nu_{j_1} = \nu_{j_2} = m_{Z(3)}$ по крайней мере для двух распределений ν_{j_1} и ν_{j_2} , а остальные ν_j произвольны. Для завершения доказательства теорема остается сослаться на лемму 2.

Доказательство теоремы 2 опирается на следующие утверждения.

Предложение 1 [2]. Пусть K — ненулевая компактная подгруппа группы X , $K \not\cong Z(3)$, $L = K^*$. Предположим, что группа $\mathfrak{S}(K)$ содержит такое конечное подмножество A , что

- 1) любой топологический автоморфизм $\alpha \in A$ продолжается до топологического автоморфизма группы X ;
- 2) для любого $l \in L$, $l \neq 0$, существует такой топологический автоморфизм $\alpha \in A$, что $\bar{\alpha}(l) \neq l$.

Тогда существуют такие независимые случайные величины ξ_j со значениями в группе X и с распределениями μ_j и топологические автоморфизмы $\delta_j \in \mathfrak{S}(X)$, что линейные формы $L_1 = \xi_1 + \dots + \xi_s$ и $L_2 = \delta_1(\xi_1) + \dots + \delta_s(\xi_s)$ независимы, а все распределения $\mu_j \notin I(X) * \Gamma(X)$.

Лемма 4. Пусть группа X содержит такую ненулевую компактную подгруппу K , что $K \not\cong Z(3)$ и $K^{(2)} = K$. Положим $A = \{-I_K\}$. Тогда K и A удовлетворяют условиям 1) и 2) предложения 1.

Доказательство. Условие 1), очевидно, выполнено. Пусть $L = K^*$. Так как $K^{(2)} = K$, то $\{l \in L: 2l = 0\} = \{0\}$, т.е. $-l \neq l$ для любого $l \in L$, $l \neq 0$. Следовательно, условие 2) также выполнено.

Доказательство теоремы 2. Если $C_X \neq \{0\}$, то C_X — компактная подгруппа в группе X , $C_X \not\cong Z(3)$, и для любого натурального n выполнено $C_X^{(n)} = C_X$. Утверждение теоремы вытекает в этом случае из леммы 4 и предложения 1.

Предположим поэтому, что $C_X = \{0\}$. Тогда Y — счетная дискретная периодическая группа. Представим группу Y в виде слабого прямого произведения своих p -примарных подгрупп Y_p : $Y = \prod_{p \in \mathcal{P}}^* Y_p$, где $\mathcal{P}$ — множество всех простых чисел. Отсюда следует, что $X = \prod_{p \in \mathcal{P}} X_p$, где $X_p \approx Y_p^*$. Отметим, что при любом $p \geq 3$ выполнено равенство $X_p^{(2)} = X_p$. Поэтому, если $X_3 \neq \{0\}$ и $X_3 \not\cong Z(3)$ или $X_p \neq \{0\}$ хотя бы при одном $p > 3$, то утверждение теоремы вытекает из леммы 4 и предложения 1. Следовательно, в доказательстве нуждается лишь случай, когда $X = X_2 \times X_3$, где либо $X_3 = \{0\}$, либо $X_3 \cong Z(3)$.

Рассмотрим группу Y_2 . Представим ее в виде прямого произведения $Y_2 = D \times N$, где D — максимальная делимая подгруппа группы Y_2 , а N — редуцированная 2-примарная группа. Отметим, что группа D изоморфна слабому прямому произведению групп $Z(2^\infty)$, а группа N счетна.

Если группа N ограничена, т.е. порядки всех элементов группы N ограничены в совокупности, то по теореме Прюфера [5, с. 107] группа N является слабым прямым произведением циклических групп. Если же группа N неограничена, то группа N

имеет прямой сомножитель, являющийся неограниченным слабым прямым произведением циклических групп [6, с. 83].

Поскольку группа X топологически не изоморфна группам, перечисленным в теореме 1, то из сказанного выше следует, что группа X содержит в качестве топологического прямого сомножителя подгруппу K , топологически изоморфную одной из групп

- (a) $\Delta_2 \times \Delta_2$;
- (b) $\prod_{i=1}^{\infty} Z(2^{m_i}), \quad m_i < m_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots$;
- (c) $Z(2^k) \times Z(2^k)$.

Так как K — топологический прямой сомножитель в X , то любой топологический автоморфизм группы K продолжается до топологического автоморфизма группы X . Поэтому условие 1) предложения 1 выполнено для любого подмножества $A \subset \mathfrak{S}(K)$.

Проверим, что в каждом из случаев (a)–(c) можно построить такое конечное подмножество $B \subset \mathfrak{S}(L)$, $L = K^*$, что для любого $l \in L$, $l \neq 0$, существует автоморфизм $b \in B$, для которого $b(l) \neq l$. Тем самым будет доказано, что условие 2) предложения 1 выполнено для $A = \{a \in \mathfrak{S}(K): a = \tilde{b}, b \in B\}$.

(a) Имеем

$$L = Z(2^{\infty}) \times Z(2^{\infty}).$$

Элементы группы L будем обозначать через $l = (l_1, l_2)$, $l_i \in Z(2^{\infty})$. Рассмотрим автоморфизмы $b_1, b_2 \in \mathfrak{S}(L)$, определяемые формулами:

$$b_1(l_1, l_2) = (l_2, l_1), \quad b_2(l_1, l_2) = (l_1, l_1 + l_2), \quad l = (l_1, l_2) \in L.$$

Тогда, как легко видеть, можно положить $B = \{b_1, b_2\}$.

(b) Имеем

$$L = \prod_{i=1}^{\infty} Z(2^{m_i}), \quad m_i < m_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots$$

Элементы группы L будем обозначать $l = (l_1, \dots, l_i, \dots)$, $l_i \in Z(2^{m_i})$. Рассмотрим автоморфизмы $b_1, b_2 \in \mathfrak{S}(L)$, определяемые формулами:

$$\begin{aligned} b_1(l_1, \dots, l_i, \dots) &= (h_1, \dots, h_i, \dots), \quad \text{где } h_{2i-1} = l_{2i-1}, \\ h_{2i} &= (l_{2i-1} 2^{m_{2i} - m_{2i-1}} + l_{2i}) \pmod{2^{m_{2i}}}, \quad i = 1, 2, \dots, \\ b_2(l_1, \dots, l_i, \dots) &= (h_1, \dots, h_i, \dots), \quad \text{где } h_1 = l_1, \quad h_{2i} = l_{2i}, \\ h_{2i+1} &= (l_{2i} 2^{m_{2i+1} - m_{2i}} + l_{2i+1}) \pmod{2^{m_{2i+1}}}, \quad i = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

По построению $h = (h_1, \dots, h_i, \dots) \in L$. Проверим, что у автоморфизмов b_1 и b_2 нет отличных от нуля общих неподвижных точек. Действительно, пусть $b_1(l) = l$. Для нахождения l_i имеем систему

$$\begin{cases} l_1 = l_1 \\ l_1 2^{m_2 - m_1} + l_2 \equiv l_2 \pmod{2^{m_2}} \\ l_3 = l_3 \\ \dots \end{cases}$$

Отсюда следует, что $l = (0, l_2, 0, l_4, 0, \dots)$, где l_{2i} — произвольный элемент группы $Z(2^{m_{2i}})$. Аналогично получаем, что если $b_2(l) = l$, то $l = (l_1, 0, l_3, 0, \dots)$, где l_{2i-1} — произвольный элемент группы $Z(2^{m_{2i-1}})$. Ясно, что если $b_1(l) = b_2(l) = l$, то $l = 0$. Множество $B = \{b_1, b_2\}$ — искомое.

(с) Имеем $L = Z(2^k) \times Z(2^k)$. Положим $B = \{b_1, b_2\}$, где автоморфизмы b_1 и b_2 строятся так же, как и в случае (а).

Утверждение теоремы вытекает теперь из предложения 1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Казан А. М., Линник Ю. В., Рао С. Р. Характеризационные задачи математической статистики. М.: Наука, 1972, 656 с.
2. Фельдман Г. М. К теореме Скитовича–Дармуа на абелевых группах. — Теория вероятн. и ее примен., 1992, т. 37, в. 4, с. 695–708.
3. Хьюит Э., Росс К. Абстрактный гармонический анализ. Т.1. М.: Наука, 1975, 656 с.
4. Пармасарати К. Р., Ранга Рао Р., Варадхан С. Р. С. Распределения вероятностей на локально компактных абелевых группах. — Математика. Сб. переводов, 1965, т. 9, в. 2, с. 115–146.
5. Фукс Л. Бесконечные абелевы группы. Т. 1. М.: Мир, 1974, 336 с.
6. Фукс Л. Бесконечные абелевы группы. Т. 2. М.: Мир, 1977, 416 с.

Поступила в редакцию
28.II.1995

© 1996 г.

ФИЛИМОНОВ Е. В.*

ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ДЛЯ РЕШЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ СО СКАЧКАМИ

Получены неасимптотические экспоненциальные оценки сверху для «хвоста» функции распределения сильного решения стохастического дифференциального уравнения Ито с разрывным членом в виде интеграла по локальной мартингальной мере. Отдельно рассматриваются случаи ограниченных по совокупности переменных и неограниченно растущих коэффициентов исследуемого уравнения.

Ключевые слова и фразы: стохастическое дифференциальное уравнение, неасимптотическая оценка, целочисленная мера, стохастический интеграл, мартингал, формула Ито, случайный оператор, банахово пространство, неподвижная точка.

Изучение свойств сильных решений стохастических дифференциальных уравнений Ито (СДУ) представляет существенный интерес как с теоретической, так и с практической точек зрения. Соответствующие результаты могут найти широкое применение в статистике случайных процессов, в теории надежности, в теории автоматического управления и ряде других приложений.

В [7] автором рассматривался класс СДУ типа $d\xi_t = a(t, \xi_t) dt + b(t, \xi_t) dw_t$, для которого были получены верхние неасимптотические оценки «хвоста» функции распределения сильного решения. В настоящей работе подобные оценки выводятся для

*Обнинский институт атомной энергетики, Студенческий городок, 1, 249020 Обнинск, Калужская обл., Россия.