Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. К. Малиновский, Asmussen S. “Ruin Probabilities”, *Теория вероятн. и ее примен.*, 2002, том 47, выпуск 1, 202–204

DOI: <https://doi.org/10.4213/tvp3529>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.208.226.222

26 апреля 2023 г., 08:06:55

результаты для стационарных процессов авторегрессии $AR(p)$ и скользящего среднего $MA(q)$. Подробно обсуждаются некоторые частные случаи.

В главе 6 изучается взятое со знаком минус квазигауссовское логарифмическое правдоподобие $\mathcal{L}_n(\beta, \sigma^2)$ для параметров стационарного процесса $ARMA(p, q)$ с нулевым средним. Это правдоподобие раскладывается в сумму его математического ожидания $M_n(\beta, \sigma^2)$ и флуктуации $\mathcal{F}_n(\beta, \sigma^2)$. Поведение $\mathcal{L}_n(\beta, \sigma^2)$, его математического ожидания и флуктуации рассматривается на компактном множестве K_ε , $\varepsilon > 0$, где

$$K_\varepsilon = \{\beta = (\phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q) : \text{нули } \phi(z) \text{ и } \theta(z) \text{ заключены в замкнутом кольце } 1 + \varepsilon \leq |z| \leq \varepsilon^{-1}\}.$$

Заметим, что в этом случае x_t — $ARMA(p, q)$ -процесс минимальной фазы. В случае негауссовости процесса x_t оценки, полученные максимизацией $\mathcal{L}_n(\beta, \sigma^2)$, неэффективны, а если при этом x_t является еще и процессом неминимальной фазы, то эти оценки оказываются даже несостоятельными. Доказывается сходимость $\sqrt{n}\mathcal{F}_n(\cdot)$ при $n \rightarrow \infty$ по распределению (на K_ε) к соответствующему гауссовскому процессу $\mathcal{F}(\cdot)$.

В главе 7 обсуждаются проблемы, связанные с определением случайных полей на счетном множестве, например на $\mathbf{Z}^d$, с особым вниманием к марковским случайным полям и марковским цепям.

В главе 8 рассматривается задача оценивания параметров стационарных моделей $AR(p)$ и $ARMA(p, q)$, но в отличие от главы 6 здесь уже не требуется, чтобы это были модели с минимальной фазой. Соответственно, здесь приходится строить другие оценки параметров указанных моделей, основанные на максимизации аппроксимативных логарифмических правдоподобий (оценки минимального контраста). При некоторых условиях на плотность случайной величины ξ_n доказывается состоятельность и асимптотическая нормальность этих оценок. Кроме того в этой главе излагается метод оценивания коэффициентов авторегрессионной схемы конечного порядка на решетке $\mathbf{Z}^d$, основанный на использовании кумулянтов. Если $E|\xi^{2\nu+2}| < \infty$ для $\nu > 2$, то оценка, получаемая этим методом, также состоятельна и асимптотически нормальна.

В тексте на обложке книга представлена как учебник для «graduate» студентов, специализирующихся в статистике, математике, инженерных дисциплинах, естественных науках и экономике, предполагающий начальные знания теории вероятностей и математической статистики. Представляется, однако, что чтение этой книги требует достаточно высокой математической подготовки и интересно, в первую очередь, специалистам в области теории случайных процессов и полей.

В. П. Носко

A s m u s s e n S. **Ruin Probabilities**. Singapore etc.: World Scientific, 2000, xii+385 p.

Настоящая книга посвящена важной составной части математической теории риска, задаче о разорении. Результаты, полученные в рамках этой теории, применяются для углубленного исследования реальных задач страхового регулирования и страховой практики, таких, как расчет рискованного резерва и разработка тарифной политики. Развиваясь, теория риска ставит перед исследователями все более сложные математические задачи.

Автор является одним из ведущих представителей известной скандинавской школы, основателями которой были Филипп Лундберг и Гаральд Крамер. Появление

ние книги, описывающей достижения и перспективные исследования второй половины XX в. в этой области¹⁾, давно ожидалось заинтересованными читателями.

Акцент в книге делается на математических проблемах теории риска, возникающих при различных усложнениях традиционных моделей. Монография состоит из 11 глав и пяти приложений. По словам автора, изложение строится, исходя как «из модели», так и «из метода»: в главах 3–7 вводятся модели и описываются их основные свойства; в главах 9–10 углубляются некоторые специфические методы анализа этих моделей.

В первой, вводной, главе описываются процесс рискового резерва, распределения величин страховых выплат, дается сводка основных результатов и методов (двойственность с прочими разделами прикладной теории вероятностей, точные решения, численные методы, приближения). Во второй главе вводятся основные технические средства, такие, как мартингалы, процедура замены меры, двойственность с теорией массового обслуживания и с теорией запасов, случайные блуждания, аддитивные марковские процессы и лестничные величины.

Тема третьей главы — сложная пуассоновская модель. Результаты этой главы классические; их обобщения содержатся в главах 4–6. Вероятность разорения за бесконечное время $\psi(u)$ выражается формулой Поллячека–Хинчина (формулой Бекмана), первым следствием которой в специальном случае экспоненциальных выплат является точная формула для $\psi(u)$. Далее, после введения уравнения Лундберга и коэффициента Лундберга, изложен ряд результатов, среди которых — неравенство Лундберга и приближение Крамера–Лундберга для вероятности $\psi(u)$, оценки сверху и снизу и приближения для коэффициента Лундберга, уточнения неравенства Лундберга, различные виды приближений (Бекмана–Бауэrsa, Де Вильдера, «высокой нагрузки» и «низкой нагрузки») для $\psi(u)$, оценка влияния выбора распределения на величину $\psi(u)$ (оценки чувствительности), вопросы статистического оценивания коэффициента Лундберга.

В главе 4 рассматриваются вероятности разорения за конечное время $\psi(u, T)$ для сложной пуассоновской модели. В частном случае экспоненциальных выплат получена точная формула для $\psi(u, T)$, расчеты по которой сводятся к численному интегрированию. Далее описывается ряд подходов к получению приближений (нормальное приближение Сегердала, метод седловой точки, диффузионная аппроксимация, уточненная диффузионная аппроксимация).

В последующих главах 5–9 вводятся усложнения моделей, рассматривавшихся ранее. В главе 5 процессом поступления страховых случаев является процесс восстановления.

В главе 6 теория риска развивается в марковской среде: моменты поступления страховых случаев неоднородны по времени и определяются марковским процессом с непрерывным временем и с конечным пространством состояний. Усложнение модели в главе 7 заключается в том, что премиальные выплаты зависят от текущей величины рискового резерва. В главе 8 методами матричной алгебры рассматриваются модели фазовых переходов. Глава 9 посвящена вероятностям разорения для распределений страховых выплат с тяжелыми хвостами (для субэкспоненциальных распределений).

В главе 10 описывается техника имитационного моделирования в задаче о разорении (с использованием формулы Поллячека–Хинчина, методом «importance sampling», на основе регенерации).

В главе 11 рассматриваются различные вопросы, такие, как задача о разорении с двумя границами, дальнейшее использование мартингалов, большие отклонения, рас-

¹⁾ Итоги исследований первой половины XX в. в этой области подводятся в книге *Cramér H. Collective Risk Theory, A Survey of the Theory From the Point of View of the Theory of Stochastic Processes*. Stockholm: Nordiska Bokhandeln, 1955, 92 p.

пределение агрегированных страховых выплат, принципы расчета перестраховочных премий.

В пяти приложениях собраны сведения из теории восстановления (прил. 1), из теории Винера–Хопфа (прил. 2), сведения о матричных экспонентах (прил. 3), сведения из линейной алгебры (прил. 4) и сведения о распределениях фазового перехода (прил. 5).

Список литературы содержит 384 наименования. Краткие историко-библиографические справки приведены к большинству разделов книги. Это делает книгу полезным справочным пособием в океане журнальных статей, посвященных различным вопросам, примыкающим к проблематике вероятностей разорения.

Книга содержит богатый фактический материал, в ней содержатся постановки продиктованных практикой сложных математических задач. К достоинствам книги следует отнести также то, что она написана на основе лекций и в расчете на использование при подготовке курсов лекций о вероятностях разорения для студентов университетов математических специальностей.

В. К. Малиновский

Письмо в редакцию

В нашей статье «Точная константа в неравенстве Розенталя для случайных величин с нулевым средним» («Теория вероятн. и ее примен.», 2001, т. 46, в. 1, с. 134–138) вместо ссылки [11] (с. 134, строка 5 снизу) следует читать [18], вместо [2]–[11] (с. 134, строка 7 снизу) следует читать [2]–[11], [18]. В списке литературы на с. 138 под номером [18] должна быть ссылка на работу *Figiel T., Hitczenko P., Johnson W.B., Schechtman G., Zinn J.* Extremal properties of Rademacher functions with applications to the Khintchine and Rosenthal inequalities. — Trans. Amer. Math. Soc., 1997, v. 349, p. 997–1027.

23.VIII.2001 г.

Р. Ибрагимов, Ш. Шарахметов