Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Информация о студенческой олимпиаде по теории вероятностей, *Теория вероятн. и ее примен.*, 2001, том 46, выпуск 4, 823–824

DOI: <https://doi.org/10.4213/tvp3834>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.209.52.79

26 апреля 2023 г., 02:58:06

3 октября — **В. Н. Тутубалин, Е. Г. Угер** (Москва). *Оценка возможности внедрения «русского опциона» на фондовом рынке.*

10 октября — **Ф. Н. Еникеева** (Москва). Доклад-представление кандидатской диссертации: *Асимптотически минимаксное оценивание в задаче Вискелла.* Научные руководители: профессор [В. В. Калашников] и профессор Г. К. Голубев; **А. В. Топчий** (Москва). Доклад-представление кандидатской диссертации: *Многомерный непараметрический анализ линейных моделей.* Научный руководитель: профессор Ю. Н. Тюрин.

17 октября — **А. С. Черный, А. Н. Ширяев** (Москва). *Принцип инвариантности для горизонтально-вертикального блуждания на плоскости.*

24 октября — Разбор задач студенческой олимпиады и вручение призов.

31 октября — Заседание, посвященное памяти доктора физико-математических наук профессора **Александра Дмитриевича Соловьева.**

Координаторы семинара:

проф. Е. В. Булинская,

проф. В. И. Питербарг,

проф. А. А. Гуцин

Уч. секр.: А. С. Черный, М. А. Урусов

ИНФОРМАЦИЯ О СТУДЕНЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЕ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Кафедра теории вероятностей механико-математического факультета Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова при поддержке Франко-русского центра им. А. М. Ляпунова провела первую «Колмогоровскую студенческую олимпиаду по теории вероятностей».

В оргкомитет по проведению олимпиады вошли заведующий кафедрой теории вероятностей член-корреспондент РАН, профессор А. Н. Ширяев (председатель оргкомитета), ассистенты кафедры теории вероятностей П. А. Виленкин и А. С. Черный, аспиранты кафедры теории вероятностей Ю. А. Кузнецов и М. А. Урусов.

Олимпиада была проведена 20 октября 2001 г. (продолжительность — 4 часа). Оргкомитет констатирует, что в олимпиаде приняли участие 23 студента III–V курсов механико-математического факультета и факультета ВМиК.

Задачи олимпиады. (Число в скобках после номера задачи указывает количество студентов, решивших данную задачу.)

Задача 1. (18) Пусть $X = (X^1, X^2)$ — двумерная случайная величина, являющаяся непрерывной, т.е. $\mathbf{P}\{X = x\} = 0$ для любого $x \in \mathbf{R}^2$. Верно ли, что ее функция распределения $F(x^1, x^2) = \mathbf{P}\{X^1 \leq x^1, X^2 \leq x^2\}$ непрерывна?

Задача 2. (9) Пусть $(X_n)_{n=1}^\infty$ — последовательность независимых случайных величин, сходящаяся по вероятности (при $n \rightarrow \infty$) к случайной величине X . Доказать, что X является вырожденной случайной величиной, т.е. существует $x \in \mathbf{R}$ такое, что $X = x$ п.н.

Задача 3. (7) Привести пример четырех зависимых случайных событий A_1, A_2, A_3, A_4 таких, что любые три из них взаимно независимы.

Задача 4. а) (9) Пусть X, Y — случайные величины с $\mathbf{E}X^2 < \infty, \mathbf{E}Y^2 < \infty$ такие, что $\mathbf{E}(X | Y) = Y, \mathbf{E}(Y | X) = X$. Доказать, что $X = Y$ п.н.

б) (0) Пусть X, Y — случайные величины с $\mathbf{E}|X| < \infty, \mathbf{E}|Y| < \infty$ такие, что $\mathbf{E}(X | Y) \geq Y, \mathbf{E}(Y | X) \geq X$. Доказать, что $X = Y$ п.н.

Задача 5. (7) Пусть $(\mathbf{P}_n)_{n=1}^\infty$ — последовательность вероятностных мер на вещественной прямой такая, что для любого рационального числа λ

$$\int_{\mathbf{R}} e^{i\lambda x} \mathbf{P}_n(dx) \rightarrow 1, \quad n \rightarrow \infty.$$

Следует ли отсюда слабая сходимость $\mathbf{P}_n \xrightarrow{w} \delta_0$, $n \rightarrow \infty$, где δ_0 — дельта-мера, сосредоточенная в нуле?

Задача 6. (3) Пусть $\mathbf{P}, \mathbf{Q}$ — две неотрицательные конечные меры на $\mathbf{R}$, не имеющие атома в нуле (т.е. $\mathbf{P}(\{0\}) = 0$, $\mathbf{Q}(\{0\}) = 0$). Известно, что

$$\forall \lambda \in \mathbf{R} \quad \int_{\mathbf{R}} (e^{i\lambda x} - 1) \mathbf{P}(dx) = \int_{\mathbf{R}} (e^{i\lambda x} - 1) \mathbf{Q}(dx).$$

Следует ли отсюда, что $\mathbf{P} = \mathbf{Q}$?

Задача 7. (1) Пусть X — ограниченная случайная величина на $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$. Пусть $\mathcal{F}_n \subseteq \mathcal{G}_n \subseteq \mathcal{H}_n$ — три последовательности σ -алгебр, принадлежащие $\mathcal{F}$. Известно, что существует случайная величина Y такая, что

$$\mathbf{E}(X | \mathcal{F}_n) \xrightarrow{\mathbf{P}} Y, \quad \mathbf{E}(X | \mathcal{H}_n) \xrightarrow{\mathbf{P}} Y, \quad n \rightarrow \infty.$$

Доказать, что $\mathbf{E}(X | \mathcal{G}_n) \xrightarrow{\mathbf{P}} Y$, $n \rightarrow \infty$.

Задача 8. (6) Случайная величина X называется безгранично делимой, если для любого $n \in \mathbf{N}$ найдутся независимые одинаково распределенные случайные величины $X_1^n, \dots, X_n^n$ такие, что $X_1^n + \dots + X_n^n$ совпадает по распределению с X . Доказать, что случайная величина с плотностью распределения $p(x) = |x| I(|x| \leq 1)$ не является безгранично делимой.

Победители олимпиады. Вручение дипломов и призов победителям, а также разбор задач проводились на Большом семинаре кафедры теории вероятностей 24 октября 2001 г. Все победители — студенты кафедры теории вероятностей.

Первая премия

Медведев Илья Николаевич

(IV курс, научный руководитель — А. Н. Ширяев), 6 решенных задач.

Вторая премия

Мищенко Андрей Сергеевич

(V курс, научный руководитель — А. Н. Ширяев), 5 решенных задач.

Шашкин Алексей Павлович

(V курс, научный руководитель — А. В. Булинский), 5 решенных задач.

Третья премия

Гаас Валерий Владимирович

(III курс, научный руководитель — А. М. Зубков), 4 решенных задачи.

Дильман Степан Валерьевич

(IV курс, научный руководитель — А. В. Булинский), 4 решенных задачи.

Письмо в редакцию

В журнале «Теория вероятностей и ее применения» т. 46, в. 3 был опубликован авторский указатель содержания томов 41–45. К сожалению, было пропущено имя составителя — Д. В. Рогачевой. Пользуясь случаем, выражаю Д. В. Рогачевой благодарность.

2 ноября 2001 г.

Гл. редактор
Ю. В. Прохоров