Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Т. Абакирова, Аналогии неравенства Пуанкаре–Чернова и логарифмического неравенства Соболева для процессов с независимыми приращениями, *Теория вероятн. и ее примен.*, 2010, том 55, выпуск 3, 610

DOI: <https://doi.org/10.4213/tvp4260>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.89.56.158

26 апреля 2023 г., 13:39:00

Тезисы докладов российских участников

Абакирова А. Т. (МГУ; e-mail: abakirova@gmail.com). **Аналоги неравенства Пуанкаре–Чернова и логарифмического неравенства Соболева для процессов с независимыми приращениями.** Рассмотрим случайную величину $\xi = \xi(\omega)$, имеющую стандартное нормальное распределение, $\mathcal{N}(0, 1)$, и функцию $g = g(x)$ из пространства $C^1(\mathbf{R})$ такую, что $\mathbf{E} g^2(\xi) < \infty$. Тогда, согласно *неравенству Пуанкаре–Чернова*, $\mathbf{D}g(\xi) \leq \mathbf{E}(g'(\xi))^2$.

Предположим также, что $g' \in L_2(Q)$, где $Q = \text{Law } \xi$, $\xi \sim \mathcal{N}(0, 1)$. Тогда из *логарифмического неравенства Соболева*, впервые установленного Л. Гроссом, следует, что $g \in L_2 \ln L_2(Q)$ и $\text{Ent}_Q g^2 := \mathbf{E} g^2(\xi) \ln g^2(\xi) - \mathbf{E} g^2(\xi) \ln \mathbf{E} g^2(\xi) \leq 2\mathbf{E}(g'(\xi))^2$, причем константа 2 не улучшаема.

В 2006 г. А. Н. Ширяев предложил метод доказательства указанных неравенств, основанный на применении методов стохастического исчисления для броуновского движения и позволяющий сделать существенные обобщения.

Именно, пусть $(X_t)_{t \geq 0}$ — стохастический непрерывный процесс с независимыми приращениями, а случайная величина ξ — его маргинальное значение, $X_T = \xi$, $Q = \text{Law } \xi$. Относительно функции g будем предполагать, что $g \in C^2$ и g, g', g'' ограничены. Рассмотрим представление $X_t = X_0 + B(t) + X_t^c + \int_0^t \int_{\mathbf{R}} h(x) d(\mu - \nu) + \int_0^t \int_{\mathbf{R}} (x - h(x)) d\mu$, где $h(x)$ — функция урезания, $\mu(dt, dx, \omega)$ — мера скачков процесса X , $\nu(dt, dy) = \Pi_t(dy) dt$ — компенсатор μ , X_t^c — непрерывный процесс с квадратической характеристикой $\langle X^c \rangle_t = C(t)$.

Аналог *неравенства Пуанкаре–Чернова* имеет вид

$$\mathbf{D}g(\xi) \leq C(T)\mathbf{E}(g'(\xi))^2 + \int_0^T \int_{\mathbf{R}} \mathbf{E}(g(\xi + y) - g(\xi))^2 dv.$$

Логарифмическое неравенство Соболева обобщается следующим образом:

$$\text{Ent}_Q g^2 \leq 2C(T)\mathbf{E}(g'(\xi))^2 + \int_0^T \int_{\mathbf{R}} \mathbf{E} \frac{(g^2(\xi + y) - g^2(\xi))^2}{g^2(\xi)} dv.$$

Алиев А. Ф. (МГУ; e-mail: amiraliyev@gmail.com). **Арбитражные стратегии в моделях диффузионных процессов с возвратом к среднему.** В то время как современная теория финансовых рынков сосредоточена на моделях, подчиняющихся условию безарбитражности и эффективности, динамика многих активов зачастую нарушает эти постулаты. В литературе редко изучают, что именно происходит при нарушении этих постулатов, ограничиваясь общими рассуждениями про то, что подобные нарушения будут быстро устранены игроками. Но какой именно стратегии должны придерживаться участники рынка в этих случаях?

Мы сосредотачиваемся на двух простых примерах арбитража — случай известной заранее будущей цены актива и случай процесса с возвратом к экспоненциально взвешенному среднему. Первая модель допускает арбитраж в строгом смысле, вторая — так называемый статистический арбитраж, или просто прибыльную стратегию с положительным средним (но и с некоторым риском). Наша цель — дать описание в некотором смысле оптимальных стратегий арбитража в этих моделях.

Заметим, что, вообще говоря, стратегий арбитража типа бесплатного ленча в первой ситуации и стратегий с положительным средним во второй бесконечно много (например, продажа актива при превышении его ценой справедливого значения на некоторую величину). Однако эти стратегии разнятся как по чувствительности к транзакционным издержкам, так и по рискованности арбитража (при положительном среднем). В зависимости от модели могут иметь смысл различные приближения и постановки задачи.