Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. В. Ульянов, Асимптотические свойства почти квадратичных форм, *Теория вероятн. и ее примен.*, 2010, том 55, выпуск 3, 617–618

DOI: <https://doi.org/10.4213/tvp4270>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.224.60.19

26 апреля 2023 г., 05:33:45

Теорема 2. (i) Пусть дан сепарабельный однородный процесс с независимыми приращениями $\{X_t, t \in \mathbf{R}_+\}$. Предполагается, что $\mathbf{E} X_1 = 0$, если $\mathbf{E} |X_1|^\alpha < \infty$ для $\alpha \geq 1$. Тогда если $\mathbf{E} |X_1|^\alpha < \infty$ для некоторого $\alpha \in (0, 2)$, то

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sup_{0 \leq s \leq t} X_s}{t^{1/\alpha}} = 0 \quad \text{н.в.}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{E} \left(\frac{\sup_{0 \leq s \leq t} |X_s|}{t^{1/\alpha}} \right)^\alpha = 0.$$

(ii) Если $\lim_{t \rightarrow \infty} (X_t - ct)/t^{1/\alpha} = 0$ н.в. для некоторых постоянных $\alpha \in (0, 2)$ и $c \in \mathbf{R} = (-\infty, \infty)$, то $\mathbf{E} |X_1|^\alpha < \infty$ и $c = \mathbf{E} X_1$ для $\alpha \geq 1$.

Автором получено также новое обобщение теоремы Брунка–Прохорова для мартингалов с дискретным временем (см. [2] и [3]).

Автор выражает признательность профессору В. М. Круглову.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Show Y. S., Teicher H.* Probability Theory. New York: Springer-Verlag, 1988, 467 p.
2. *Fazekas I., Klesov O.* A general approach to the strong laws of large numbers. — Теория вероятн. и ее примен., 2000, т. 45, в. 3, с. 568–583.
3. *Круглов В. М.* Обобщение усиленного закона больших чисел Брунка–Прохорова. — Теория вероятн. и ее примен., 2002, т. 47, в. 2, с. 347–349.

Ульянов В. В. [совм. с Асылбековым Ж. А., Zubovым В. Н.]. **Асимптотические свойства почти квадратичных форм.** Пусть $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, Y_3)'$ — случайный вектор, имеющий мультиномиальное распределение $M_3(n, \boldsymbol{\pi})$. Для проверки гипотезы $H_0: \boldsymbol{\pi} = \mathbf{p}$, где $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3)'$, часто используется один из представителей семейства статистик, имеющего вид

$$T_\lambda(\mathbf{Y}) = \frac{2}{\lambda(\lambda+1)} \sum_{j=1}^3 Y_j \left[\left(\frac{Y_j}{np_j} \right)^\lambda - 1 \right], \quad \lambda \in \mathbf{R}.$$

При $\lambda = 0$ и $\lambda = -1$ статистику T_λ следует понимать как результат предельного перехода. Полагая $\lambda = 1$, $\lambda = 1/2$ и $\lambda = 0$, получаем статистику хи-квадрат, статистику Фримана–Тьюки и статистику логарифма отношения правдоподобия соответственно.

Теорема. При любом $\lambda \in \mathbf{R}$ и $c > 0$ справедлива асимптотика

$$\Pr(T_\lambda(\mathbf{Y}) < c) = G_2(c) + O\left(n^{-100/146} (\ln n)^{315/146}\right),$$

где $G_2(c)$ — функция распределения случайной величины хи-квадрат с двумя степенями свободы.

В доказательстве (см. [1]) используется теорема М. Н. Хаксли (1993) из [2] о приближении числа точек с целыми координатами, содержащихся в выпуклом множестве с гладкой замкнутой границей, объемом этого множества. Обобщение результата на случай мультиномиальных распределений $M_k(n, \boldsymbol{\pi})$ с $k > 3$ см. в [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Assylbekov Zh. A., Ulyanov V. V., Zubov V. N.* On approximation of goodness-of-fit statistics for discrete three-dimensional data. Technical report № 08-09, Hiroshima statistical research group, 2008; <http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/stat/TR/TR08/TR08-09.PDF>.
2. *Huxley M. N.* Exponential sums and lattice points. II. — Proc. Lond. Math. Soc. (3), 1993, v. 66, p. 279–301.

3. Ulyanov V. V., Zubov V. N. Refinement on the convergence of one family of goodness-of-fit statistics to chi-squared distribution. — Hiroshima Math. J., 2009, v. 39, № 1, p. 133–161.

Перельман Г. (МГУ; *e-mail*: glebperelman@gmail.com). **Вывод формулы Ито для функции с разрывом первой производной по кривой, а также с разрывом самой функции, используя дискретный аналог.** С помощью дискретной формулы Ито и приближения броуновского движения случайным блужданием получены аналоги известной формулы Ито для следующих функций:

$$F(t, x) = \begin{cases} f(t, x) & \text{на } \{x < g(t)\}, \\ \phi(t, x) & \text{на } \{x > g(t)\} \end{cases}$$

(где $g(t) \in C^1(\mathbf{R}^+)$, $f(t, x) \in C^{1,2}(x \leq g(t))$, $\phi(t, x) \in C^{1,2}(x \geq g(t))$) в двух случаях:

- 1) $f(t, x) = \phi(t, x)$ на $x = g(t)$;
- 2) $f(t, x) \neq \phi(t, x)$ на $x = g(t)$, но $g(t)$ монотонна.

В первом случае формула имеет вид:

$$\begin{aligned} F(t, W_t) - F(0, 0) &= \int_0^t \frac{\partial F}{\partial t}(s, W_s) I(W_s \neq g(s)) ds \\ &+ \int_0^t \frac{\partial F}{\partial x}(s, W_s) I(W_s \neq g(s)) dW_s + \frac{1}{2} \int_0^t \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}(s, W_s) I(W_s \neq g(s)) ds \\ &+ \lim_{\varepsilon \downarrow 0} \frac{1}{2\varepsilon} \int_0^t \frac{F'_{x+}(s, g(s)) - F'_{x-}(s, g(s))}{2} I(|W_s - g(s)| < \varepsilon) ds, \end{aligned}$$

где $F'_{x+}(s, g(s)) = \lim_{t \rightarrow s+0} F'_x(t, g(s))$, $F'_{x-}(s, g(s)) = \lim_{t \rightarrow s-0} F'_x(t, g(s))$.

Во втором случае к правой части добавятся два новых слагаемых

$$\begin{aligned} &\lim_{\varepsilon \downarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \left(F_{(+)}(s, g(s)) - F_{(-)}(s, g(s)) \right) I(0 \leq s - g^{-1}(W_s) < \varepsilon) ds \\ &+ \lim_{\varepsilon \downarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \frac{F_+(s, g(s)) - F_-(s, g(s))}{2} I(|W_s - g(s)| < \varepsilon) dW_s, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} F_+(s, g(s)) &= \lim_{t \rightarrow s+0} F(t, g(s)), & F_-(s, g(s)) &= \lim_{t \rightarrow s-0} F(t, g(s)), \\ F_{(+)}(s, g(s)) &= \lim_{x \rightarrow g(s)+0} F(s, x), & F_{(-)}(s, g(s)) &= \lim_{x \rightarrow g(s)-0} F(s, x). \end{aligned}$$

Шапошников А. В. (МГУ; *e-mail*: shallt7@mail.ru). **О дифференцируемости мер по Скороходу.** Пусть X — локально выпуклое пространство, $\mathcal{B}(X)$ — его борелевская σ -алгебра и $\mathcal{M}(X)$ — пространство всех вещественных радоновских мер на X . Сдвиг меры μ на вектор $h \in X$ обозначается символом μ_h и задается формулой $\mu_h(A) = \mu(A + h)$. Мера μ называется дифференцируемой вдоль вектора h по Скороходу, если отображение $t \mapsto \mu_{th}$ из $\mathbf{R}^1$ в $\mathcal{M}(X)$ дифференцируемо при наделении пространства мер $\mathcal{M}(X)$ слабой топологией. Это равносильно дифференцируемости в нуле функций

$$t \mapsto \int_X f(x - th) \mu(dx)$$

для всех ограниченных непрерывных функций f на X . Если же отображение $t \mapsto \mu_{th}$ дифференцируемо при наделении $\mathcal{M}(X)$ вариационной нормой, то μ называется дифференцируемой вдоль h по Фомину. В случае $X = \mathbf{R}^1$ дифференцируемость Скорохода равносильна тому, что μ имеет плотность ϱ ограниченной вариации, а дифференцируемость Фомина равносильна существованию абсолютно непрерывной плотности ϱ с