Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Г. Перельман, Вывод формулы Ито для функции с разрывом первой производной по кривой, а также с разрывом самой функции, используя дискретный аналог, *Теория вероятн. и ее примен.*, 2010, том 55, выпуск 3, 618

DOI: <https://doi.org/10.4213/tvp4271>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.81.137.203

26 апреля 2023 г., 12:51:38

3. Ulyanov V. V., Zubov V. N. Refinement on the convergence of one family of goodness-of-fit statistics to chi-squared distribution. — Hiroshima Math. J., 2009, v. 39, № 1, p. 133–161.

Перельман Г. (МГУ; *e-mail*: glebperelman@gmail.com). **Вывод формулы Ито для функции с разрывом первой производной по кривой, а также с разрывом самой функции, используя дискретный аналог.** С помощью дискретной формулы Ито и приближения броуновского движения случайным блужданием получены аналоги известной формулы Ито для следующих функций:

$$F(t, x) = \begin{cases} f(t, x) & \text{на } \{x < g(t)\}, \\ \phi(t, x) & \text{на } \{x > g(t)\} \end{cases}$$

(где $g(t) \in C^1(\mathbf{R}^+)$, $f(t, x) \in C^{1,2}(x \leq g(t))$, $\phi(t, x) \in C^{1,2}(x \geq g(t))$) в двух случаях:

- 1) $f(t, x) = \phi(t, x)$ на $x = g(t)$;
- 2) $f(t, x) \neq \phi(t, x)$ на $x = g(t)$, но $g(t)$ монотонна.

В первом случае формула имеет вид:

$$\begin{aligned} F(t, W_t) - F(0, 0) &= \int_0^t \frac{\partial F}{\partial t}(s, W_s) I(W_s \neq g(s)) ds \\ &+ \int_0^t \frac{\partial F}{\partial x}(s, W_s) I(W_s \neq g(s)) dW_s + \frac{1}{2} \int_0^t \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}(s, W_s) I(W_s \neq g(s)) ds \\ &+ \lim_{\varepsilon \downarrow 0} \frac{1}{2\varepsilon} \int_0^t \frac{F'_{x+}(s, g(s)) - F'_{x-}(s, g(s))}{2} I(|W_s - g(s)| < \varepsilon) ds, \end{aligned}$$

где $F'_{x+}(s, g(s)) = \lim_{t \rightarrow s+0} F'_x(t, g(s))$, $F'_{x-}(s, g(s)) = \lim_{t \rightarrow s-0} F'_x(t, g(s))$.

Во втором случае к правой части добавятся два новых слагаемых

$$\begin{aligned} &\lim_{\varepsilon \downarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \left(F_{(+)}(s, g(s)) - F_{(-)}(s, g(s)) \right) I(0 \leq s - g^{-1}(W_s) < \varepsilon) ds \\ &+ \lim_{\varepsilon \downarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \frac{F_+(s, g(s)) - F_-(s, g(s))}{2} I(|W_s - g(s)| < \varepsilon) dW_s, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} F_+(s, g(s)) &= \lim_{t \rightarrow s+0} F(t, g(s)), & F_-(s, g(s)) &= \lim_{t \rightarrow s-0} F(t, g(s)), \\ F_{(+)}(s, g(s)) &= \lim_{x \rightarrow g(s)+0} F(s, x), & F_{(-)}(s, g(s)) &= \lim_{x \rightarrow g(s)-0} F(s, x). \end{aligned}$$

Шапошников А. В. (МГУ; *e-mail*: shallt7@mail.ru). **О дифференцируемости мер по Скороходу.** Пусть X — локально выпуклое пространство, $\mathcal{B}(X)$ — его борелевская σ -алгебра и $\mathcal{M}(X)$ — пространство всех вещественных радоновских мер на X . Сдвиг меры μ на вектор $h \in X$ обозначается символом μ_h и задается формулой $\mu_h(A) = \mu(A + h)$. Мера μ называется дифференцируемой вдоль вектора h по Скороходу, если отображение $t \mapsto \mu_{th}$ из $\mathbf{R}^1$ в $\mathcal{M}(X)$ дифференцируемо при наделении пространства мер $\mathcal{M}(X)$ слабой топологией. Это равносильно дифференцируемости в нуле функций

$$t \mapsto \int_X f(x - th) \mu(dx)$$

для всех ограниченных непрерывных функций f на X . Если же отображение $t \mapsto \mu_{th}$ дифференцируемо при наделении $\mathcal{M}(X)$ вариационной нормой, то μ называется дифференцируемой вдоль h по Фомину. В случае $X = \mathbf{R}^1$ дифференцируемость Скорохода равносильна тому, что μ имеет плотность ϱ ограниченной вариации, а дифференцируемость Фомина равносильна существованию абсолютно непрерывной плотности ϱ с