Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Е. Б. Яровая, Критерии экспоненциального роста числа частиц в моделях ветвящихся блужданий по $\mathbf{Z}^d$, *Теория вероятн. и ее примен.*, 2010, том 55, выпуск 3, 621–622

DOI: <https://doi.org/10.4213/tvp4275>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.6.47.48

26 апреля 2023 г., 18:19:11

2. Осипов Л. В., Петров В. В. Об оценке остаточного члена в центральной предельной теореме. — Теория вероятн. и ее примен., 1967, т. 12, в. 2, с. 322–329.
3. Чистяков Г. П. Новое асимптотическое разложение и асимптотически наилучшие постоянные в теореме Ляпунова. I, II, III. — Теория вероятн. и ее примен., 2001, т. 46, в. 2, с. 326–344; т. 46, в. 3, с. 573–579; 2002, т. 47, в. 3, с. 475–497.
4. Bentkus V. On the asymptotical behaviour of the constant in the Berry–Esseen inequality. Preprint 91-078, Universität Bielefeld, 1991.
5. Bentkus V. On the asymptotical behaviour of the constant in the Berry–Esseen inequality. — J. Theoret. Probab., 1994, v. 7, № 2, p. 211–224.
6. Esseen C.-G. A moment inequality with an application to the central limit theorem. — Skand. Aktuarietidskr., 1956, v. 39, p. 160–170.
7. Prawitz H. On the remainder in the central limit theorem. I. — Scand. Actuar. J., 1975, № 3, p. 145–156.

Ширяев А. Н. (Математический институт им. В. А. Стеклова РАН; *e-mail*: albertsh@mi.ras.ru). **Концепция случайности: эволюция понятий.** В своем докладе «О логических основаниях теории вероятностей», сделанном в 1982 г. на Четвертом Советско-японском симпозиуме по теории вероятностей, А. Н. Колмогоров так говорил о понятии «случайности»: «В повседневной речи мы называем *случайными* те явления, где мы не находим регулярности, которая позволила бы точно предсказать их результаты. Вообще говоря, нет оснований считать, что случайное явление должно обладать какой-либо определенной вероятностью. Следовательно, мы должны были бы различать *собственно* случайность (как отсутствие регулярности) и *стохастическую* случайность (которая является объектом теории вероятностей)».

В настоящем докладе прослеживается эволюция понятия «собственно случайность». Основные подходы к этому понятию случайности отражены в следующих концепциях: частотоустойчивость, типичность, сложноустроенность, непредсказуемость. Эти концепции привели, в частности, к созданию нового — «алгоритмического» — направления в теории вероятностей, открывшего возможности применения методов теории вероятностей и в тех областях, которые не имеют прямого отношения к «стохастической случайности». (Русскую версию доклада см. на сайте МИАНА, Общеинститутский семинар, 26.11.2009.)

Яровая Е. Б. (МГУ; *e-mail*: yarovaya@mech.math.msu.su). **Критерии экспоненциального роста числа частиц в моделях ветвящихся блужданий по $\mathbf{Z}^d$.** В работе сравниваются две модели ветвящегося случайного блуждания с непрерывным временем по $\mathbf{Z}^d$ с размножением и гибелью частиц в одном из узлов решетки (источнике ветвления). В обеих моделях исследуется эволюция системы частиц, состояние которой описывается числом частиц в момент времени t в каждом узле решетки, а также общим размером популяции частиц на всей решетке, в предположении, что в начальный момент времени система состоит из одной частицы, находящейся в узле x . Частицы совершают случайное блуждание по решетке, причем, попадая в источник ветвления, частицы могут к тому же давать произвольное потомство или исчезать. В первой из рассматриваемых моделей генератор случайного блуждания предполагается симметричным на всей решетке, что существенно влияет на выбор методов анализа данного процесса [1].

Основное различие между моделями определяется свойствами ветвящегося блуждания. Во второй модели с целью «искусственного» усиления степени преобладания свойства ветвления или блуждания в источнике вводится дополнительный параметр [2], что приводит к нарушению симметричности генератора случайного блуждания и, как результат, — к невозможности непосредственного использования методов анализа, развитых в [1], существенно использовавших симметричность случайного блуждания. Несмотря на близкое по сути описание эволюции ансамблей частиц в обеих моделях и получающиеся сходные результаты [2], [3], сравнение свойств этих

моделей вызывает затруднения. В связи с этим одной из целей исследования явилась разработка единого описания для изучаемых моделей и построение на основе этих описаний однотипных эволюционных уравнений для производящих функций численностей частиц как в произвольном узле решетки, так и на всей решетке. На основе предложенного подхода удалось показать, что эволюция средних численностей частиц во второй модели определяется структурой спектра линейного оператора $\bar{H} = \bar{A} + \bar{\beta}\Delta_0$, где генератор случайного блуждания $\bar{A}$ является ограниченным и, в отличие от первой модели, несамосопряженным оператором в $\mathbf{Z}^d$, а слагаемое $\bar{\beta}\Delta_0$, как и в первой модели, характеризует механизм ветвления в источнике. Ключевым в данном подходе является тот факт, что, несмотря на потерю случайным блужданием свойства симметричности, удастся установить необходимые и достаточные условия существования собственного значения $\lambda > 0$ в спектре оператора $\bar{H}$, при которых наблюдается экспоненциальный рост n -х моментов численностей частиц как в произвольном узле, так и на всей решетке. Экспоненциальный рост этих моментов при $t \rightarrow \infty$ с параметром $n\lambda$, в свою очередь, влечет экспоненциальный рост самих численностей частиц с параметром λ .

Методы, предложенные для исследования этих моделей, по-видимому, могут быть распространены на случай ветвящихся блужданий с конечным числом источников ветвления.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 10-01-00266-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Яровая Е. Б. Ветвящиеся случайные блуждания в неоднородной среде. ЦПИ при мехмате МГУ, М., 2007.
2. Vatutin V. A., Topchii V. A., Yarovaya E. B. Catalytic branching random walk and queueing systems with random number of independent servers. — *Teoriya Imovirnos-tej ta Matematichna Statistika*, 2003, v. 69, p. 158–172.
3. Яровая Е. Б. Критические ветвящиеся случайные блуждания по решеткам низких размерностей. — *Дискрет. матем.*, 2009, т. 21, № 1, с. 117–138.