Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Я. Кузнецова, О смесях одновершинных распределений, *Теория вероятн. и ее примен.*, 2006, том 51, выпуск 3, 607–608

DOI: <https://doi.org/10.4213/tvp43>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.198.55.26

26 апреля 2023 г., 12:12:17

14. Rosenblatt M. A central limit theorem and a strong mixing condition. — Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 1956, v. 42, p. 43–47.
15. Веретенников А. Ю. Об оценках скорости перемешивания для стохастических уравнений. — Теория вероятн. и ее примен., 1987, т. 32, в. 2, с. 299–308.
16. Веретенников А. Ю. О полиномиальном перемешивании и скорости сходимости для стохастических дифференциальных и разностных уравнений. — Теория вероятн. и ее примен., 1999, т. 44, в. 2, с. 312–327.

Поступила в редакцию
14.X.2002

Исправленный вариант
23.V.2005

© 2006 г.

КУЗНЕЦОВА А. Я.*

О СМЕСЯХ ОДНОВЕРШИННЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

В работе отмечаются некоторые полезные свойства смесей одновершинных распределений.

Ключевые слова и фразы: одновершинные распределения, смеси распределений, отклонение распределений от равномерного.

Мы ограничимся здесь специальным подклассом класса одновершинных распределений.

По определению, плотность вероятности $p(x; X)$ случайной величины X принадлежит классу CU (Continuous Unimodal), если она непрерывна и ограничена и существует такое a , что она не убывает при $x < a$ и не возрастает при $x > a$.

Имеет место следующее утверждение.

Лемма 1. Пусть U — какая-либо случайная величина, плотность вероятности $p(x; U)$ которой входит в класс CU. Тогда плотность вероятности $p(x; \{U\})$ ее дробной части $\{U\}$ удовлетворяет неравенству: при любом $0 \leq x \leq 1$

$$|p(x; \{U\}) - 1| \leq 2 \max_x p(x; U)$$

(см. [1, пример 5, § 8, гл. II]).

Следствие 1. Пусть $\eta > 0$ — масштабный параметр. Тогда в условиях леммы 1

$$|p(x; \{\eta U\}) - 1| \leq \frac{2}{\eta} \max p(x; U).$$

Типичные примеры применения следствия 1 см. в [2] и [3].

Перейдем теперь к рассмотрению смесей (см. [1, § 5, гл. II]) плотностей класса CU.

Пусть $U_1, \dots, U_k$ — какие-либо случайные величины, плотность которых входит в класс CU, и $p(x; U) = \sum_{j=1}^k p(x; U_j) \lambda_j$, где $\lambda_j \geq 0$, $\sum_{j=1}^k \lambda_j = 1$.

Из следствия 1 с очевидностью вытекает

Следствие 2. При всех $0 \leq x \leq 1$

$$|p(x; \{\eta U\}) - 1| \leq \frac{2}{\eta} \sum_{j=1}^k \lambda_j \max p(x; U_j).$$

* Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, Ленинские горы, 119991 Москва, Россия.

Пример. Допустим, что U_j имеет нормальное распределение с параметрами a_j и σ_j^2 . Тогда правая часть неравенства в следствии 2 не превосходит величины $(2/\eta)[(\min_j \sigma_j)6\sqrt{2\pi}]^{-1}$.

Лемма 2. Пусть $Y_1, \dots, Y_n$ — независимые случайные величины, причем Y_j распределена равномерно на интервале (a_j, b_j) , $j = 1, \dots, n$.

Тогда сумма $Y_1 + \dots + Y_n$ имеет одновершинное распределение.

Доказательство следует из результата А. Винтнера (А. Wintner), цитированного в [4, с. 256], см. также [1, задачи 24 и 26, § 12, гл. V].

Теорема 1. Пусть $X_1, \dots, X_n$ — независимые случайные величины и плотность вероятности каждой из них входит в класс CU. Тогда плотность вероятности их суммы $S = X_1 + \dots + X_n$ является пределом конечных смесей одновершинных плотностей класса CU.

В доказательстве можно применить рассуждения, использованные в доказательстве теоремы Л. Шеппа [1, гл. V, между формулами (9.7) и (9.8)].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 2. М.: Мир, 1984, 752 с.
2. Куликова А. А., Прохоров Ю. В. Односторонние устойчивые распределения и закон Бенфорда. — Теория вероятн. и ее примен., 2004, т. 49, в. 1, с. 178–184.
3. Куликова А. А., Прохоров Ю. В., Хохлов В. И. H.F.D. (H-Function Distribution) и закон Бенфорда. — Теория вероятн. и ее примен., 2005, т. 50, в. 2, с. 366–372.
4. Gnedenko B. V., Kolmogorov A. N. Limit Distributions for Sums of Independent Random Variables. Reading, MA: Addison-Wesley, 1954.

Поступила в редакцию
15.XI.2005

© 2006 г.

РАДЧЕНКО В. Н.*

ХЕДЖИРОВАНИЕ НАИМЕНЬШЕЙ ВАРИАЦИИ В МОДЕЛИ СО СКАЧКАМИ В НЕСЛУЧАЙНЫЕ МОМЕНТЫ ВРЕМЕНИ¹⁾

Рассматривается модель, в которой цена акции управляется винеровским процессом и дополнительно имеет случайные изменения в некоторые заранее известные неслучайные моменты времени. Выводится в явном виде стратегия хеджирования наименьшей вариации для Европейского опциона колл. Вывод основан на разложении Фельмера–Швайцера функции платежа.

Ключевые слова и фразы: хеджирование наименьшей вариации, Европейский опцион колл, разложение Фельмера–Швайцера, модель цены акции со скачками, неслучайные моменты скачков, минимальная мартингальная мера.

* Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко, кафедра математического анализа, ул. Владимирская, 60, 01033 Киев, Украина; e-mail: vradchenko@univ.kiev.ua

¹⁾ Работа выполнена при поддержке фонда Александра фон Гумбольдта (грант 1074615).