Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Р. Фаталов, Исправления к статье, опубликованной
в т. 41, в. 3, с. 682–689, *Теория вероятн. и ее примен.*,
2006, том 51, выпуск 3, 634–636

DOI: <https://doi.org/10.4213/tvp51>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru
подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглаше-
нием

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.197.217.227

26 апреля 2023 г., 17:24:23

© 2006 г.

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

Исправления к статье, опубликованной в
т. 41, в. 3, с. 682–689

Автором обнаружена неточность в работе [1]. Формула для асимптотики вероятности

$$\mathbf{P}\left\{\int_0^1 |w_0(t)|^p dt > u^p\right\}$$

из [1, теорема 3, п.(ii)] содержит ошибочную константу. Эта ошибочная константа была перенесена в работы [2, формула (1.9)], [3, теорема 2], [4, теорема 3.10, п.(ii)], [5, теорема 1, п.(ii)].

Ниже приведены исправленные варианты соответствующих утверждений из статей [1]–[3]. Обозначения и нумерация, по-возможности, сохранены.

1. Правильный вариант теоремы 3 работы [1] имеет следующий вид.

Теорема 3. Пусть W и W_0 — распределения винеровского процесса $w(t)$ и броуновского моста $w_0(t) = w(t) - tw(1)$ в L^p , $p \geq 2$ (W и W_0 , как известно, сосредоточены на подпространстве $C[0, 1]$ непрерывных на $[0, 1]$ функций). Тогда:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad \mathbf{P}\left\{\left(\int_0^1 |w(t)|^p dt\right)^{1/p} > u\right\} &= W\{x \in L^p: \|x\|_{L^p} > u\} \\ &= \exp\left\{-\frac{u^2}{2\sigma_2}\right\} \frac{2\sigma}{u} \pi^{-3/4} \left(\frac{\Gamma(\frac{1}{2} + 1/p)}{\Gamma(1 + 1/p)}\right)^{1/2} (1 + o(1)), \quad u \rightarrow \infty, \end{aligned}$$

где

$$\sigma = \left[\frac{2}{\pi p}\right]^{1/2} \left(1 + \frac{p}{2}\right)^{(p-2)/(2p)} \frac{\Gamma(\frac{1}{2} + 1/p)}{\Gamma(1 + 1/p)},$$

$\Gamma(\cdot)$ — гамма-функция,

$$\|x\|_{L^p} = \left(\int_0^1 |x(t)|^p dt\right)^{1/p};$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad \mathbf{P}\left\{\left(\int_0^1 |w_0(t)|^p dt\right)^{1/p} > u\right\} &= W_0\{x \in L^p: \|x\|_{L^p} > u\} \\ &= \exp\left\{-\frac{2u^2}{\sigma_2}\right\} \frac{\sigma\sqrt{p}}{u\sqrt{2\pi}} (1 + o(1)), \quad u \rightarrow \infty, \end{aligned}$$

где σ то же, что и в п. (i).

Автором доказано, что оба утверждения теоремы 3 имеют место и при $0 < p < 2$, см. [5, теорема 1, п.(i)]. В частности, справедливы следующие утверждения.

Следствие 1 (случай $p = 1$). При $u \rightarrow \infty$ справедливы соотношения

$$\mathbf{P}\left\{\int_0^1 |w(t)| dt > u\right\} = \exp\left\{-\frac{3u^2}{2}\right\} \frac{\sqrt{2}}{u\sqrt{3\pi}} (1 + o(1)), \quad (1)$$

$$\mathbf{P}\left\{\int_0^1 |w_0(t)| dt > u\right\} = \exp\{-6u^2\} \frac{1}{u\sqrt{6\pi}} (1 + o(1)). \quad (2)$$

Отметим, что формула (2) получена также в работе [6, теорема 5].

Следствие 2 (случай $p = 2$). При $u \rightarrow \infty$ справедливы соотношения

$$P\left\{\int_0^1 w^2(t) dt > u^2\right\} = \exp\left\{-\frac{\pi^2 u^2}{8}\right\} \frac{4\sqrt{2}}{u\pi^2} (1 + o(1)), \quad (3)$$

$$P\left\{\int_0^1 w_0^2(t) dt > u^2\right\} = \exp\frac{\pi^2 u^2}{2} \frac{2}{u\pi^{3/2}} (1 + o(1)). \quad (4)$$

Формулы (3), (4) проверены при помощи результата В. М. Золотарева, см. [7] или теорему 3.8 при $r = 1$ в [4].

2. Правильный вариант замечания 2 работы [2] имеет следующий вид.

З а м е ч а н и е 2. В работе [14] (см. также [13]) вычислена точная асимптотика при $r \rightarrow \infty$ для гауссовой меры из формулы (1.8) при $p \geq 2$:

$$P\left\{\int_0^1 |w^0(t)|^p dt > r^p\right\} = \exp\left\{-\frac{2r^2}{\sigma^2}\right\} \frac{\sigma\sqrt{p}}{r\sqrt{2\pi}} (1 + o(1)),$$

где

$$\sigma = \left(\frac{2}{p\pi}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{p}{2}\right)^{(p-2)/(2p)} \frac{\Gamma(\frac{1}{2} + 1/p)}{\Gamma(1 + 1/p)}.$$

3. Правильный вариант теоремы 2 работы [3] имеет следующий вид.

Пусть N — множество натуральных чисел, положим

$$\mathcal{K} = N^n \setminus \{1, \dots, 1\} \quad \text{и} \quad k = (k_1, \dots, k_n).$$

Обозначим

$$\tilde{D}_n = \prod_{k \in \mathcal{K}} (1 - 2^n(p-1)\gamma_{k_1} \cdots \gamma_{k_n}), \quad \gamma_k = \frac{1}{k(kp + 2 - p)}, \quad k = 1, 2, \dots$$

Теорема 2. Пусть $1 < p \leq 2$. Тогда при $u \rightarrow \infty$ имеет место соотношение

$$P\left\{\left(\int_{K^n} |W^0(t)|^p dt\right)^{1/p} > u\right\} = \exp\left\{-\frac{4^n u^2}{2\sigma^2}\right\} \frac{\sqrt{2}\sigma}{u2^n\sqrt{n}} \tilde{D}_n^{-1/2} (1 + o(1)),$$

где

$$\sigma^2 = \left[\left(\frac{2}{p\pi}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{p}{2}\right)^{(p-2)/(2p)} \frac{\Gamma(\frac{1}{2} + 1/p)}{\Gamma(1 + 1/p)}\right]^{2n}.$$

Автором доказано, что утверждения теорем 1 и 2 из [3] имеют место и при $p = 1$. Справедливо следующее предложение.

Предложение 1 (случай $p = 1$). При $u \rightarrow \infty$ справедливы соотношения

$$P\left\{\int_{K^n} |W^0(t)|^p dt > u\right\} = \exp\left\{-\frac{3^n u^2}{2}\right\} \frac{\sqrt{2}}{u3^{n/2}\sqrt{n}} (1 + o(1)),$$

$$P\left\{\int_{K^n} |W^0(t)| dt > u\right\} = \exp\left\{-\frac{12^n u^2}{2}\right\} \frac{\sqrt{2}}{u2^n 3^{n/2}\sqrt{\pi}} (1 + o(1)).$$

4. Укажем также, что утверждения п.(ii) теоремы 3.10 из [4] и п.(ii) теоремы 1 из [5] нужно исправить согласно приведенному выше исправленному варианту п.(ii) теоремы 3 из [1].

Подробные доказательства приведенных выше утверждений представлены автором в редакцию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фаталов В. Р. Большие отклонения гауссовских мер в пространствах l^p и L^p , $p \geq 2$. — Теория вероятн. и ее примен., 1996, т. 41, в. 3, с. 682–689.
2. Фаталов В. Р. Точные асимптотики типа Лапласа для умеренных отклонений распределений сумм независимых банаховозначных случайных элементов. — Теория вероятн. и ее примен., 2003, т. 48, в. 4, с. 720–744.
3. Фаталов В. Р. Асимптотики больших отклонений винеровских полей в L^p -норме, нелинейные уравнения Хаммерштейна и гиперболические краевые задачи высокого порядка. — Теория вероятн. и ее примен., 2002, т. 47, в. 4, с. 710–726.
4. Питербарг В. И., Фаталов В. Р. Метод Лапласа для вероятностных мер в банаховых пространствах. — Успехи матем. наук, 1995, т. 50, № 6, с. 57–150.
5. Фаталов В. Р. Асимптотики больших отклонений гауссовских процессов типа винеровского для L^p -функционалов, $p > 0$, и гипергеометрическая функция. — Матем. сб., 2003, т. 194, № 3, с. 61–82.
6. Tolmatz L. Asymptotics of the distribution of the integral of the absolute value of the Brownian bridge for large arguments. — Ann. Probab., 2000, v. 28, № 1, p. 132–139.
7. Золотарев В. М. Об одной вероятностной задаче. — Теория вероятн. и ее примен., 1961, т. 6, в. 2, с. 219–222.

В. Р. Фаталов