Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Информация о шестой Колмогоровской студенческой олимпиаде по теории вероятностей, *Теория вероятн. и ее примен.*, 2007, том 52, выпуск 3, 619–622

DOI: <https://doi.org/10.4213/tvp84>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.6.47.48

26 апреля 2023 г., 09:01:25

Стохастические потоки со сложным фазовым пространством (по материалам докторской диссертации).

8 ноября — **А. В. Булинский** (Московского государственного университета, Москва). *Сопоставление преподавания теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов на механико-математическом факультете Московского государственного университета и в ведущих зарубежных учебно-научных центрах.*

15 ноября — **А. Ф. Алиев** (Московского государственного университета, Москва). *Простое доказательство частного случая неравенства о гауссовской корреляции. О принципе гладкого склеивания в задачах оптимальной остановки для многомерных марковских процессов.*

22 ноября — **М. А. Урусов** (Московского государственного университета, Москва). *О классе задач об оптимальной остановке для диффузий с разрывными коэффициентами.*

29 ноября — **А. В. Степанов** (Калининградский государственный технический университет). *Предельные теоремы для рекордеров.*

6 декабря — **В. М. Круглов** (Московского государственного университета, Москва). *Об эквивалентности достаточных условий сходимости мартингалов.*

13 декабря — **Е. Б. Яровая** (Московского государственного университета, Москва), **Д. Долгопят** (Университет Мэриленда, Колледж-Парк). *Две модели ветвящегося случайного блуждания на прямой и плоскости.*

20 декабря — **С. А. Молчанов** (Университет Северной Каролины, Шарлотт). *Фазовые переходы в гомополимерах.*

27 декабря — **О. В. Лепский** (Университет Прованса, Марсель). *Оракульные неравенства и непараметрическое оценивание.*

Координатор семинара в осеннем семестре 2006 г.

профессор Л. Г. Афанасьева

Ученый секретарь семинара в осеннем семестре 2006 г.

А. Е. Ершов

ИНФОРМАЦИЯ О ШЕСТОЙ КОЛМОГОРОВСКОЙ СТУДЕНЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЕ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

В ознаменование дня рождения Андрея Николаевича Колмогорова кафедра теории вероятностей механико-математического факультета Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова при финансовой поддержке инвестиционного банка «Barclays Capital» провела шестую Колмогоровскую студенческую олимпиаду по теории вероятностей (информацию о предыдущих олимпиадах см.: Теория вероятн. и ее примен., 2001, т. 46, в. 4, с. 823–824; 2003, т. 48, в. 2, с. 428–430; 2004, т. 49, в. 3, с. 621–623; 2005, т. 50, в. 2, с. 411–413; 2006, т. 51, в. 3, с. 631–633. Информация о всех олимпиадах содержится также на сайте кафедры теории вероятностей (<http://mech.math.msu.su/probab>).

Олимпиада была проведена 14 апреля 2007 г. отдельно для I–II и III–V курсов (продолжительность — 5 часов). Оргкомитет констатирует, что в олимпиаде приняли участие 58 студентов I–II курсов и 41 студент III–V курсов механико-математического факультета и факультета ВМиК Московского государственного университета, а также математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета, механико-математического факультета Самарского государственного университета, факультета прикладной матема-

тики и компьютерных технологий Вологодского государственного педагогического университета, механико-математического факультета Киевского национального университета, физико-технического факультета Киевского политехнического института.

Предлагавшиеся на олимпиаде задачи

В скобках после номера задачи указываются курсы, на которых предлагалась данная задача, затем число решивших ее студентов I–II и/или III–V курсов.

Задача 1. (I–V; 46, 28) В корзине M зеленых яблок и N красных. Выбираем по одному яблоку без возвращения, до тех пор пока не достанем все зеленые. Чему равна вероятность, что после этого ни одного яблока в корзине не останется?

Задача 2. а) (I–V; 33, 34) Пусть X и Y — случайные величины на одном вероятностном пространстве и распределения величин $X+Y$ и X совпадают. Следует ли отсюда, что $Y = 0$ п.н.?

б) (I–V; 9, 11) Тот же вопрос, если известно, что $Y \geq 0$.

в) (III–V; 3) Тот же вопрос, что в а), если известно, что X и Y независимы.

Задача 3. а) (I–II; 40) Пусть A_1, A_2, A_3, A_4 — такие события, что $P(A_j) = \frac{1}{2}$, $j = 1, 2, 3, 4$. Доказать, что $\max_{1 \leq j, k \leq 4, j \neq k} P(A_j A_k) \geq \frac{1}{6}$.

б) (I–II; 45) Доказать, что оценка в предыдущем пункте неумлучшаема.

в) (III–V; 9) Пусть $(\xi_n)_{n \in \mathbb{N}}$ — последовательность случайных величин, не сходящаяся к нулю п.н. при $n \rightarrow \infty$. Доказать, что существуют $\varepsilon > 0$, строго возрастающая последовательность натуральных чисел $(n_k)_{k \in \mathbb{N}}$ и последовательность событий $(A_k)_{k \in \mathbb{N}}$ такие, что $A_k \supseteq A_{k+1}$, $P(A_k) > 0$ ($k \in \mathbb{N}$) и $|\xi_n(\omega)| \geq \varepsilon$ при $\omega \in A_k$, $k \in \mathbb{N}$.

Задача 4. а) (I–II; 14) Имеются два случайных вектора (X, Y) и (Z, U) , принимающие конечное число значений, причем распределения случайных величин Y и Z совпадают. Доказать, что на некотором вероятностном пространстве существует случайный вектор (ξ_1, ξ_2, ξ_3) такой, что совместное распределение первых двух его компонент такое же, как у случайного вектора (X, Y) , а последних двух — такое же, как у (Z, U) .

б) (III–V; 1) Та же задача, что в пункте а), без предположения, что векторы принимают конечное число значений.

Задача 5. (I–V; 25, 26) Пусть $\xi \sim \mathcal{N}(0, 1)$. Доказать, что $P\{|\xi| \geq x\} \leq e^{-x^2/2}$ для любого $x \geq 0$.

Задача 6. (I–V; 2, 3) 100 паровозов выехали из города по однопутной железной дороге, каждый с постоянной скоростью. Когда движение установилось, то из-за того, что быстрые догнали идущих впереди более медленных, образовалось несколько караванов (групп, движущихся рядом со скоростью лидера каравана). Найти среднее и дисперсию их числа. Скорости различных паровозов независимы и одинаково распределены, а функция распределения скорости непрерывна.

Задача 7. (I–V; 5, 9) Двадцать человек сидят за круглым столом. Перед одним из них стоит тарелка. Он выбирает (равновероятно) одного из двух своих соседей и передает ему тарелку. Затем тот так же выбирает своего соседа, передает ему тарелку и т.д. (на каждом шаге соседи выбираются независимо). Для каждого сидящего за столом существует вероятность, что он окажется последним, кто получит тарелку. Найти множество тех людей, для которых эта вероятность максимальна.

Задача 8. (I–V; 0, 2) В целых точках прямой расположены планеты, на которых существуют цивилизации. Каждый день между любыми двумя цивилизациями с вероятностью p_n происходит межпланетный конфликт (p_n зависит только от расстояния между точками расположения планет и все конфликты случаются независимо). Назовем участок прямой (интервал, соединяющий две соседние целые точки) безопасным, если по разные стороны от него нет пары цивилизаций в состоянии конфликта. Доказать, что с вероятностью единица безопасных участков либо нет, либо их бесконечное число.

Задача 9. (III–V; 2) Пусть $X_1, \dots, X_n$ — независимые одинаково распределенные случайные величины, имеющие распределение Коши со сдвигом $a \in \mathbf{R}$ и растяжением $\sigma > 0$ (т.е. $\mathbf{E}e^{itX_1} = e^{iat - \sigma|t|}$, $t \in \mathbf{R}$). Построить состоятельные по вероятности (при $n \rightarrow \infty$) оценки параметров a и σ .

Победители олимпиады

Разбор задач и награждение победителей проводились на Большом семинаре кафедры теории вероятностей 18 апреля 2007 г.

Победители среди студентов I–II курсов

Первая премия

Трепалин Андрей Сергеевич — студент II курса механико-математического факультета Московского государственного университета (7.5 решенных задач).

Вторая премия

Воробьев Александр Леонидович — студент II курса механико-математического факультета Московского государственного университета (7 решенных задач).

Муравлев Алексей Анатольевич — студент II курса механико-математического факультета Московского государственного университета (7 решенных задач).

Смирнов Сергей Николаевич — студент II курса механико-математического факультета Московского государственного университета (7 решенных задач).

Третья премия

Девятков Ростислав Андреевич — студент I курса механико-математического факультета Московского государственного университета (6.5 решенных задач).

Житлухин Михаил Валентинович — студент II курса механико-математического факультета Московского государственного университета (6.5 решенных задач).

Штейнер Сергей Михайлович — студент II курса механико-математического факультета Московского государственного университета (6.5 решенных задач).

Победители среди студентов III–V курсов

Первая премия

Алиев Амир Фикрет оглы — студент III курса механико-математического факультета Московского государственного университета, научный руководитель — А. Н. Ширяев (7.5 решенных задач).

Вторая премия

Раскин Михаил Александрович — студент IV курса механико-математического факультета Московского государственного университета, научный руководитель — Н. К. Верещагин (6.5 решенных задач).

Третья премия

Бутковский Олег Александрович — студент III курса механико-математического факультета Московского государственного университета, научный руководитель — А. В. Булинский (6 решенных задач).

Карташов Юрий Николаевич — студент V курса механико-математического факультета Киевского национального университета, научный руководитель — А. М. Кулик (6 решенных задач).

Леонов Глеб Михайлович — студент IV курса математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета, научный руководитель — И. А. Ибрагимов (6 решенных задач).

Мешин Юрий Сергеевич — студент III курса механико-математического факультета Московского государственного университета, научный руководитель — Ю. Н. Тюрин (6 решенных задач).

19 апреля 2007 г.

*Оргкомитет шестой
Колмогоровской студенческой олимпиады
по теории вероятностей:
член-корр. РАН, профессор А. Н. Ширяев
(председатель),
к.ф.-м.н., П. А. Виленкин,
к.ф.-м.н. С. В. Дильман,
к.ф.-м.н., А. П. Шашкин,
аспиранты Н. Ю. Крыжановская,
А. В. Куликов, М. М. Мусин,
С. П. Прохоренков, Ф. А. Устинов.*

Письмо в редакцию

В заметке С. Ю. Новака «О самонормированных суммах случайных величин и статистике Стюдента» (Теория вероятн. и ее примен., 2004, т. 49, в. 2, с. 365–373) под одним номером [17] объединены моя статья в *Siberian Adv. Math.* и предшествующий ей препринт. Тексты этих публикаций близки, но не вполне идентичны. В частности, лемма 2.7 в моей статье является исправленным вариантом леммы 2.7 из препринта. В статье соответствующим образом изменена формулировка теоремы 1. В статье С. Ю. Новака приводится формулировка теоремы 1 из препринта и говорится, что «однако, ключевая лемма 2.7 в препринте [17] неверна», но ничего не сказано о том, что в статье внесены все необходимые изменения. Кроме того, С. Ю. Новак не отмечает, что в моей статье рассматривается абсолютная константа, справедливая при всех значениях n , а в его заметке изучаются константы, справедливые при достаточно больших n .

С. В. Нагаев