А. В. Стариков, Параметрическая идентификация линейных статических объектов управления,
Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2004, выпуск 27, 74–77

https://www.mathnet.ru/vsgtu276

УДК 621-52

А. В. Стариков

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ СТАТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрены теоретические основы параметрической идентификации линейных статических объектов управления при ступенчатом тестовом входном воздействии. Предложен метод определения порядка дифференциального уравнения, описывающего динамику объекта. Приведены аналитические выражения для расчета параметров объекта. Рассмотрен пример, иллюстрирующий предлагаемый подход к параметрической идентификации линейных статических объектов управления.

Задача математического моделирования объекта управления является одной из основных составляющих при синтезе автоматических систем. Известные методики синтеза систем управления обычно оперируют с линеаризованными математическими моделями объекта в виде передаточных функций, получаемых из линейных дифференциальных уравнений движения. При практической реализации систем управления для настройки регуляторов необходимо знать параметры объекта управления, которые определяются по исходным эмпирическим данным. Но в ряде случаев может потребоваться автоматическое вычисление параметров объекта управления, например, при автоматической самонастройке либо при изучении новых объектов управления, физические процессы в которых слабо изучены и не имеют достоверных уравнений, описывающих их движение.

Определение порядка и коэффициентов линейного дифференциального уравнения, описывающего динамику объекта управления, называют параметрической идентификацией. Идентификацию обычно производят посредством подачи типовых тестовых сигналов на вход объекта управления и регистрации поведения его выходной координаты.

Когда известен вид линейного дифференциального уравнения, которым описывается движение объекта, и порядок его невысок (в пределах третьего) коэффициенты дифференциального уравнения (или передаточной функции) могут быть определены по известным методикам [1] на основе анализа, например, переходных процессов, получаемых при подаче ступенчатого воздействия на вход объекта. В случаях, когда вид дифференциального уравнения неизвестен, порядок его высок и требуется автоматический расчет коэффициентов, можно предложить следующий подход к параметрической идентификации линейных статических объектов управления.

Пусть в самом общем виде движение линейного статического объекта управления описывается дифференциальным уравнением в нормализованной форме записи

$$\left(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \cdots + a_{\text{n-1}} p + 1\right) x(t) = k_{OУ} \left(b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \cdots + b_{\text{m-1}} p + 1\right) x_{BX}(t)\,, \qquad (1)$$

где $x_{BX}(t)$ и $x(t)$ - входная и выходная координаты объекта; $k_{OУ}$ - коэффициент передачи объекта; a_0, a_1,..., a_{n-1}, b_0, b_1,..., b_{m-1} - параметры (постоянные времени в степени равной порядку производной, при которой они фигурируют) дифференциального уравнения; p - оператор дифференцирования; t - время.

При подаче ступенчатого воздействия на вход объекта начальные условия, которые будут иметь место непосредственно после приложения воздействия (x_{+0}, $x_{+0}^{/}$, $x_{+0}^{//}$ и т. д.), связаны с начальными условиями, которые существовали в объекте до приложения воздействия (x_{-0}, $x_{-0}^{/}$, $x_{-0}^{//}$ и т. д.), следующими соотношениями [2]:

$$
\left.
\begin{aligned}
& x_{+0} = x_{-0}, \\
& x'_{+0} = x'_{-0}, \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots, \\
& x_{+0}^{(n-m-1)} = x_{-0}^{(n-m-1)}, \\
& x_{+0}^{(n-m)} = x_{-0}^{(n-m)} + \frac{b_0 k_{ОУ}}{a_0} x_{ВХ}, \\
& x_{+0}^{(n-m+1)} = x_{-0}^{(n-m+1)} + \frac{b_1 k_{ОУ}}{a_0} x_{ВХ} - \frac{a_1}{a_0}\left[x_{+0}^{(n-m)} - x_{-0}^{(n-m)}\right], \\
& x_{+0}^{(n-m+2)} = x_{-0}^{(n-m+2)} + \frac{b_2 k_{ОУ}}{a_0} x_{ВХ} - \frac{a_2}{a_0}\left[x_{+0}^{(n-m)} - x_{-0}^{(n-m)}\right] - \frac{a_1}{a_0}\left[x_{+0}^{(n-m+1)} - x_{-0}^{(n-m+1)}\right], \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\
& x_{+0}^{(n-1)} = x_{-0}^{(n-1)} + \frac{b_{m-1} k_{ОУ}}{a_0} x_{ВХ} - \frac{a_{m-1}}{a_0}\left[x_{+0}^{(n-m)} - x_{-0}^{(n-m)}\right] - \ldots - \frac{a_1}{a_0}\left[x_{+0}^{(n-2)} - x_{-0}^{(n-2)}\right], \\
& x_{+0}^{(n)} = x_{-0}^{(n)} + \frac{k_{ОУ}}{a_0} x_{ВХ} - \frac{1}{a_0}\left[x_{+0}^{(n-m)} - x_{-0}^{(n-m)}\right] - \ldots - \frac{a_1}{a_0}\left[x_{+0}^{(n-1)} - x_{-0}^{(n-1)}\right]
\end{aligned}
\right\}
\qquad (2)
$$

Анализ формул (2) показывает, что первые $n-m$ начальные условия (включая производную выходного сигнала $x^{(n-m-1)}$) сохраняются после приложения ступенчатого воздействия. Полагая, что начальные условия, которые существовали в системе до приложения входного воздействия при $t=-0$, были нулевыми, т. е. $x_{-0}=0$, $x'_{-0}=0,\ldots,$ $x_{-0}^{(n)}=0$, $x_{-0}^{(n+1)}=0$, можно сделать следующие выводы. Во-первых, производная $x^{(n-m)}$ изменяется скачком после приложения тестового сигнала. Во-вторых, производная $x^{(n-m+1)}$ для большинства сочетаний параметров становится отрицательной (при положительном знаке входного сигнала). Следовательно, измеряя выходную координату объекта после приложения ступенчатого воздействия и дифференцируя ее до тех пор, пока производная не станет отрицательной, можно определить порядок дифференциального уравнения, описывающего движение объекта:

$$n = (n-m+1)_{ИЗМ} + m - 1, \qquad (3)$$

где $(n-m+1)_{ИЗМ}$ - порядок производной, ставшей отрицательной после приложения тестового воздействия.

В реальных объектах управления порядок m правой части дифференциального уравнения, как правило, не превышает второго. Исходя из этого предположения, достаточно в процессе идентификации дифференцировать $\left[(n-m+1)_{ИЗМ}+1\right]$ раз выходную координату, чтобы определить параметры объекта, т. е. коэффициенты дифференциального уравнения. Действительно, в статических объектах управления установившееся значение выходной координаты при $t\to\infty$ имеет вид $x(\infty)=k_{ОУ}x_{ВХ}$. Отсюда можно найти $k_{ОУ}=\dfrac{x(\infty)}{x_{ВХ}}$. Учитывая, что все производные от ступенчатого воздействия при $t\to 0$ равны нулю, справедливо уравнение

$$\left(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + 1\right)x(t) = k_{ОУ} x_{ВХ}(t). \qquad (4)$$

Из (4) следует, что, измеряя выходную координату и ее n производных в моменты времени t_1, t_2, …, t_n, можно определить значения параметров a_0, a_1,…, a_{n-1} из системы уравнений

$$
\left.
\begin{aligned}
& a_0 x^{(n)}(t_1) + a_1 x^{(n-1)}(t_1) + \ldots + a_{n-1} x'(t_1) + x(t_1) = x(\infty) \\
& a_0 x^{(n)}(t_2) + a_1 x^{(n-1)}(t_2) + \ldots + a_{n-1} x'(t_2) + x(t_2) = x(\infty) \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
& a_0 x^{(n)}(t_n) + a_1 x^{(n-1)}(t_n) + \ldots + a_{n-1} x'(t_n) + x(t_n) = x(\infty)
\end{aligned}
\right\}.
$$

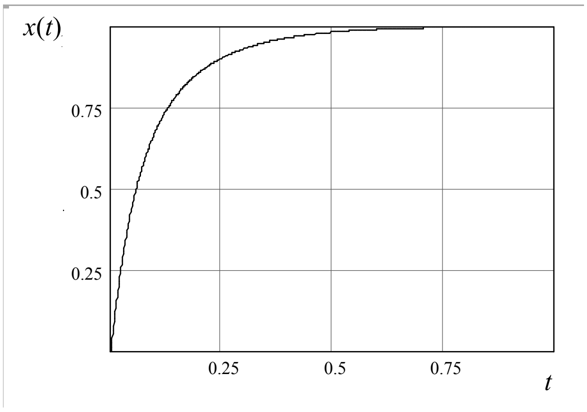
Параметры b_0 и b_1 вычисляются из (2) по измеренным значениям начальных условий, которые имеют место непосредственно после приложения тестового воздействия:

$$b_0 = \frac{a_0 x_{+0}^{(n-m)}}{x(\infty)}, \; b_1 = \frac{a_0 x_{+0}^{(n-m+1)} + a_1 x_{+0}^{(n-m)}}{x(\infty)}. \tag{5}$$

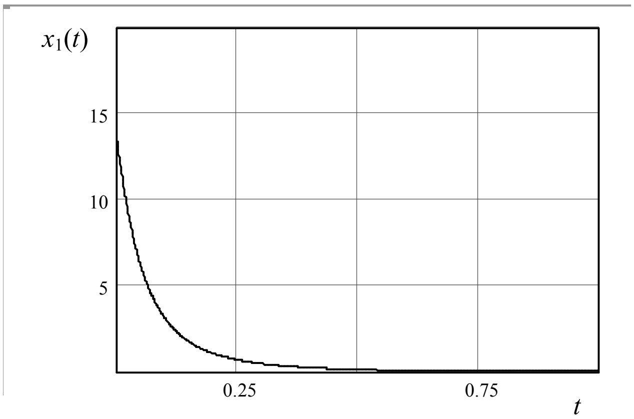
Проиллюстрируем предлагаемый подход к идентификации линейных статических объектов управления на простейшем примере, когда движение объекта описывается дифференциальным уравнением

$$\left(0{,}0075 p^2 + 0{,}2 p + 1\right) x(t) = \left(0{,}1 p + 1\right) x_{BX}(t).$$

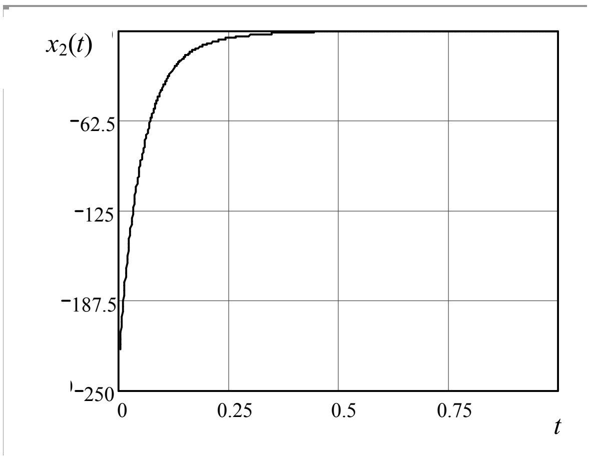
Здесь $n = 2$, $m = 1$, $a_0 = 0{,}0075$ с², $a_1 = 0{,}2$ с, $b_0 = 0{,}1$ с, $k_{OY} = 1$. Графики изменения выходной координаты $x(t)$ и ее первой $x^{/}(t)$, второй $x^{//}(t)$ и третьей $x^{///}(t)$ производных при единичном ступенчатом воздействии $x_{BX}(t) = 1(t)$ приведены соответственно на рис. 1 – 4.



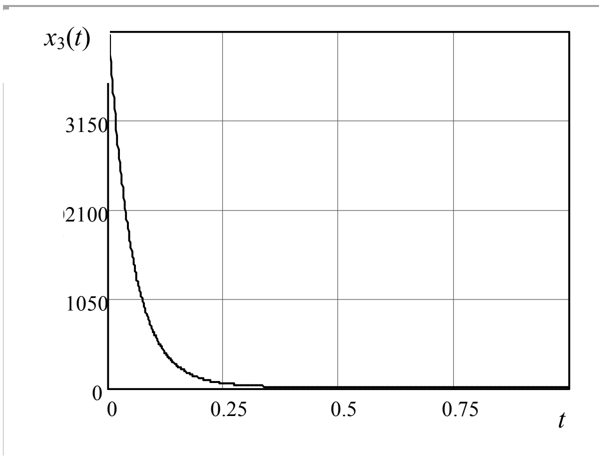
Р и с. 1. График изменения выходной координаты $x(t)$ объекта



Р и с. 2. График изменения первой производной $x^{/}(t)$



Р и с. 3. График изменения второй производной $x^{//}(t)$



Р и с. 4. График изменения третьей производной $x^{///}(t)$

Анализ приведенных графиков показывает, что вторая производная $x^{//}(t)$ становится отрицательной в начальный момент времени, поэтому $(n - m + 1)_{ИЗМ} = 2$. Следовательно, в рамках сделанного предположения о порядке правой части дифференциального уравнения для параметрической идентификации достаточно измерять выходную координату и три ее производных.

Допустим, что датчик, измеряющий выходную координату $x(t)$ объекта, обладает абсолютной точностью, и в соответствии с приведенными графиками получены следующие результаты измерений для моментов времени $t = +0$, $t_1 = 0{,}05$ с, $t_2 = 0{,}1$ с и $t_3 = 0{,}15$ с (см. табл.).

Таблица

t	$x(t)$	$x^{/}(t)$	$x^{//}(t)$	$x^{///}(t)$
+0	0	13,333333	-222,222222	4148,148
0,05	0,457795	6,067232	-89,498806	1577,671
0,1	0,675624	3,064743	-38,476326	617,402928
0,15	0,791167	1,724135	-18,132512	253,648931

Поскольку установившееся значение выходной координаты $x(\infty) = 1$, можно сделать вывод, что $k_{OY} = 1$.

В рамках сделанных допущений порядок левой части дифференциального уравнения не должен превышать третьего порядка. Следовательно, параметры левой части уравнения можно определить по измеренным значениям из системы уравнений

$$\left.\begin{array}{l} 1577{,}671a_0 - 89{,}498806a_1 + 6{,}067232a_2 + 0{,}457795 = 1 \\ 617{,}402928a_0 - 38{,}476326a_1 + 3{,}064743a_2 + 0{,}675624 = 1 \\ 253{,}648931a_0 - 18{,}132512a_1 + 1{,}724135a_2 + 0{,}791167 = 1 \end{array}\right\}. \qquad (6)$$

Решая систему уравнений (6) и производя вычисления с точностью $\varepsilon = 10^{-6}$, получим: $a_0 = 0$, $a_1 = 0{,}0075$ с^2, $a_2 = 0{,}2$ с. Эти результаты с очевидностью говорят о том, что порядок левой части дифференциального уравнения исследуемого объекта $n = 2$, и фактически $a_0 = 0{,}0075$ с^2, $a_1 = 0{,}2$ с. Следовательно, порядок правой части дифференциального уравнения $m = 1$ и параметр b_0 может быть определен по формуле (5). Подставляя в нее численные значения из таблицы, получим $b_0 = 0{,}1$ с.

Рассмотренный пример показывает, что при высокой точности измерения выходной координаты (и ее производных) линейного статического объекта управления можно достоверно определить порядок дифференциального уравнения и вычислить с малой погрешностью значения его коэффициентов в процессе автоматической параметрической идентификации.

Предложенный метод можно распространить и на более широкий класс объектов управления, не ограничиваясь вторым порядком правой части дифференциального уравнения. При этом необходимо иметь возможность дифференцирования выходной координаты объекта с необходимым запасом по порядку производных.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Власов-Власюк О. Б.* Экспериментальные методы в автоматике. М.: Машиностроение, 1969. 242 с.
2. *Бесекерский В. А., Попов Е. П.* Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1975. 284 с.

Поступила 28.02.2003 г.