



# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

К. Л. Куликовский, Д. В. Петров, Разработка системы поддержки принятия решений для оптимизации планирования деятельности группы предприятий, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2009, выпуск 2(), 124–132

<https://www.mathnet.ru/vsgtu707>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 216.73.216.37

14 декабря 2025 г., 19:31:13



УДК 517.977.5

## РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ПЛАНИРОВАНИЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ГРУППЫ ПРЕДПРИЯТИЙ

*К. Л. Куликовский, Д. В. Петров*

Самарский государственный технический университет,  
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

E-mail: totosha@mystep.ru

*Предложена математическая модель деятельности предприятий для использования ее в системах поддержки принятия решений. В рамках предложенной модели с помощью принципа максимума Л. С. Понтрягина определены оптимальные схемы взаимодействия предприятий по производству и реализации продукции. Решены практические задачи по определению влияния различных показателей на эффективность совместной работы предприятий.*

**Ключевые слова:** поддержка принятия решений, функционалы качества деятельности предприятий, принцип максимума Л. С. Понтрягина, схемы взаимодействия предприятий.

**Введение.** Принятие оптимальных управленческих решений является в настоящее время одной из главных проблем в управлении как отдельными предприятиями, так и группой предприятий (ГП), находящихся под управлением единого органа — управляющей компании. Для повышения эффективности их работы управленческих решений, основанных на интуиции руководителей различного уровня, уже недостаточно. Современная практика показывает, что наиболее эффективное управление ГП возможно с использованием комплексных систем поддержки принятия управленческих решений (СППР), в которых каждое подразделение ГП условно представляется интеллектуальным агентом (информационными системами и подсистемами), осуществляющим свои действия в рамках предоставленных ему полномочий. Составной частью комплексной СППР является система планирования и реализации произведенной предприятием продукции. Функционирование такой системы основано на моделировании совместной работы производственных и сбытовых подразделений, которые можно представить консолидированно в виде взаимодействия производителя и продавца (дилера) продукции ГП.

В настоящее время разработано несколько математических моделей совместной деятельности по производству и последующей реализации продукции с учётом влияния различных факторов, например динамическая модель производства и сбыта товаров, игровая модель [1–3]. Однако используемые в этих работах схемы взаимодействия предприятий не позволяют решать некоторые важные практические задачи, например, поиска таких оптимальных совместных процессов взаимодействия, при которых их участники могли бы полностью реализовывать свою продукцию, то есть добиваться отсутствия остатков на их складах после завершения цикла «производство – про-

---

*Константин Лонгинович Куликовский (д.т.н., проф.), профессор, каф. информационно-измерительной техники. Денис Владимирович Петров, аспирант, каф. информационно-измерительной техники.*

дажа». На практике обычно именно такие вопросы требуют первоочередного решения. Нами были уточнены исходные предпосылки указанных работ, что позволило выполнить решение различных практических задач. Полученные при этом результаты позволяют более обоснованно выбирать оптимальные варианты управленческих решений по планированию производства и реализации продукции, а также разрабатывать и выбирать пути оптимизации процессов совместной деятельности и разрабатывать на основе этого эффективные СППР.

В рассмотренных нами задачах предполагается, что существует производитель, изготавливающий определенную продукцию, которая реализуется далее покупателю. Их совместную деятельность можно рассматривать как работу ГП, состоящую из двух крупных агентов. Агент А (производитель) продает изготовленную продукцию агенту Б (дилеру), который далее перепродает приобретенную продукцию на рынке, получая при этом определенную прибыль. Агент Б может обладать разветвленной сетью каналов продаж, но мы рассматриваем его консолидированно, в виде единого дилера. При этом принимается, что объёмы как производимой, так и покупаемой продукции напрямую зависят от свободных объёмов складов агентов А и Б, т.е. чем меньше продукции у них на складах, тем большее количество ее они могут произвести или купить. Для открытого рынка такая система, состоящая только из двух агентов, нетипична, в то же время она является вполне распространенной в ГП, где производитель и дилер представлены разными юридическими лицами, но объединены финансово-хозяйственными отношениями с четким разделением производственных и сбытовых функций. В рассмотренных нами задачах не учитываются возможные издержки агента А в период простоя, и мы принимаем, что они покрываются за счет прибыли в период производства продукции и заложены в цену продажи продукции агенту Б.

Использование вышеописанной системы можно распространить и на различные варианты взаимодействия внутри предприятий, например, при последовательной сборке продукции, при которой полуфабрикаты из одного цеха, выступающего агентом А, передаются на вход сборки другого цеха, выступающего агентом Б. При этом объём производства агента А подразумевается достаточным для обеспечения потребностей агента Б, т.к. в противном случае система эффективно работать не будет.

Количество изготовленной и поступившей на склад агента А продукции за время  $\Delta t$  равно  $U(X - x) \Delta t$ , где  $U$  — коэффициент, определяемый скоростью производства продукции — объёмом производства продукции в единицу времени;  $X$  — максимальная вместимость склада;  $x$  — текущее количество продукции на складе у агента А. Количество приобретенной и проданной агентом Б продукции за этот же период времени соответственно равны  $V(Z - z) \Delta t$  и  $(w + Wz) \Delta t$ . Здесь  $V$  — коэффициент, определяемый скоростью покупки агентом Б продукции у агента А;  $w$  — коэффициент, определяемый минимальной рыночной скоростью перепродажи;  $W$  — коэффициент, определяемый скоростью перепродажи продукции, регулируемый агентом Б, где под скоростью продажи/перепродажи понимается количество реализованной продукции в единицу времени;  $Z$  — максимальная вместимость склада и  $z$  — текущее количество продукции на складе соответственно у агента Б.

С учётом этого дифференциальные уравнения, характеризующие совмест-

ный процесс производства и последующей реализации продукции (изменение ее количества на складах агентов А и Б), можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} x' = U(X - x) - V(Z - z), \\ z' = V(Z - z) - (w + Wz). \end{cases} \quad (1)$$

Количество производимой агентом А и покупаемой агентом Б продукции можно регулировать их управляющими параметрами  $U$  и  $V$ , которые могут изменяться в пределах от нуля до своих максимальных значений, равных соответственно  $U_0$  и  $V_0$ . Перепродажа продукции агентом Б характеризуется минимальной скоростью  $w$ , которая определяется рыночным спросом на нее. Увеличить объёмы реализации продукции агент Б может за счет изменения своего управляющего параметра  $W$ , который может изменяться от нуля до своего максимального значения  $W_0$ .

Агенты А и Б принимают решение о совместной деятельности в течение некоторого периода времени  $[0, T]$ . В течение этого периода времени каждый из агентов может управлять совместным процессом производства и реализации продукции путем изменения своих управляющих параметров  $U$  (агент А),  $V$  и  $W$  (агент Б).

С учётом сделанных обозначений и ограничений будем рассматривать решение нескольких задач по оптимизации совместных процессов взаимодействия агентов А и Б.

**Задача 1. Оптимизация управляющих параметров агента Б.** Как указывалось выше, основная задача агента Б за период совместной деятельности заключается в получении максимальной прибыли от процесса приобретения продукции у агента А и дальнейшей ее перепродажи на рынке. Величину этой прибыли (функционал качества) можно записать следующим образом:

$$J_2 = \int_0^T [c_2(w + Wz) - c_1V(Z - z) - k_2z]dt.$$

Здесь  $c_1$  и  $c_2$  соответственно стоимости единицы покупаемой и перепродаваемой продукции. В дальнейшем будем учитывать, что всегда выполняются соотношения  $c_2 > c_1$ , иначе нет смысла агенту Б участвовать в совместной деятельности. Символом  $k_2$  обозначены дополнительные затраты в единицу времени агента Б как на хранение, так и на расширение рынка сбыта своей продукции. В эти затраты входят также расходы, связанные с рекламой и поиском новых потребителей продукции в различных регионах. За счет выполнения этих мероприятий агент Б может увеличивать объёмы своих продаж, что учитывается параметром  $W$  в системе уравнений (1). При этом предполагается, что всегда выполняется соотношение  $c_2W > k_2$ .

С учётом сказанного, перед агентом Б ставится следующая задача. При заданных значениях  $Z$ ,  $w$  на интервале времени  $[0, T]$  нужно найти такие оптимальные траектории изменения своих управляющих параметров  $V$  и  $W$ , удовлетворяющих уравнениям (1), при которых функционал качества  $J_2$  (прибыль) имеет максимальное значение. Такую задачу можно отнести к классу задач Лагранжа теории автоматического управления. Для решения этой задачи воспользуемся принципом максимума Л. С. Понтрягина. Для этого со-

ставим функцию Гамильтона

$$\begin{aligned} H = & \psi_1 [U(X - x) - V(Z - z)] + \psi_2 [V(Z - z) - (w + Wz)] + \\ & + c_2(w + Wz) - c_1 V(Z - z) - k_2 z = \\ & = \psi_1 U(X - x) + V(Z - z)h_1 - (w + Wz)h_2 - k_2 z, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $h_1 = \psi_2 - \psi_1 - c_1$ ;  $h_2 = \psi_2 - c_2$ ;  $h'_1 = \psi'_2 - \psi'_1$ ;  $h'_2 = \psi'_2$ . Здесь  $\psi_1$  и  $\psi_2$  вспомогательные функции, определяемые выражениями

$$\psi'_1 = -\frac{\partial H}{\partial x} = U\psi_1, \quad \psi'_2 = -\frac{\partial H}{\partial z} = Vh_1 + Wh_2 + k_2.$$

Для решения поставленной задачи нужно задать краевые условия для вспомогательных функций  $\psi_1(t)$  и  $\psi_2(t)$ . Для этого запишем условия трансверсальности в момент времени  $T$  в следующем виде:

$$\delta F - H(t) \cdot \delta t + \psi_1(t)\delta x + \psi_2(t)\delta z \Big|_{t=T} = 0. \quad (3)$$

Здесь  $\delta t$ ,  $\delta x$ ,  $\delta z$ ,  $\delta F$  — соответственно вариации переменных  $t$ ,  $x$ ,  $z$ , и терминального члена  $F$  (для задачи Лагранжа он равен нулю).

Так как момент окончания процесса  $T$  совместной деятельности задан, то вариация  $\delta t = 0$ . На конечные значения параметров  $x(T)$  и  $z(T)$  никаких ограничений не наложено, поэтому их вариации  $\delta x$ ,  $\delta z$  могут быть произвольными. Для того чтобы выполнялось условие трансверсальности, вспомогательные функции  $\psi_1$  и  $\psi_2$  должны удовлетворять условиям  $\psi_1(T) = \psi_2(T) = 0$ .

В соответствии с принципом максимума Л. С. Понтрягина, в каждой точке оптимальной траектории функция Гамильтона должна принимать максимальное значение относительно управляющих параметров  $V$  и  $W$  агента Б. Это будет выполняться при следующих условиях:

$$W^*(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } h_2 > 0; \\ W_0, & \text{при } h_2 < 0. \end{cases} \quad (4)$$

$$V^*(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } h_1 < 0; \\ V_0, & \text{при } h_1 > 0. \end{cases} \quad (5)$$

Как видно, при оптимальном процессе управляющие воздействия являются кусочно-постоянными функциями, имеют релейный характер и равны одному из двух своих возможных предельных значений. При этом весь оптимальный процесс состоит из интервалов, в которых эти воздействия имеют постоянное значение.

Функцию  $h_2$ , определяющую характер изменения  $W^*(t)$ , можно определить из выражения для  $\psi'_2$ , переписав его в следующем виде:

$$\psi'_2 = h'_2 = V^*h_1 + W^*h_2 + k_2.$$

В связи с тем, что  $\psi_2(T) = 0$ , тогда  $h_2(T) = -c_2$ , и, в соответствии с (4), параметр  $W^*(T) = W_0$ . Так как в момент времени  $T$  функция  $h_1(T) = -c_1 < 0$ , то в соответствии с (5) параметр  $V^*(T) = 0$ . Таким образом, в конечный

момент времени дифференциальное уравнение для  $h_2$  будет иметь следующий вид:  $h_2' = W^*h_2 + k_2$ . Из решения этого линейного дифференциального уравнения получаем, что

$$h_2 = \left[ (k_2 - c_2W_0)e^{-W_0(t-T)} - k_2 \right] / W_0.$$

Так как по условиям задачи  $k_2 < c_2W_0$ , видно, что  $h_2(T) < 0$  на всём интервале времени  $[0, T]$ , тогда в соответствии с (4) будем иметь, что  $W^*(t) = W_0$ , то есть на всем интервале времени  $[0, T]$  агенту Б нужно перепродавать приобретенную продукцию с максимально возможной скоростью.

Вспомогательную функцию  $\psi_1$  определим из дифференциального уравнения для нее:  $\psi_1' = U\psi_1$ , с учётом граничного условия  $\psi_1(T) = 0$ . Из решения этого дифференциального уравнения получим, что на всем интервале времени  $[0, T]$  функция  $\psi_1(t) = 0$ . Изменение управляющего параметра  $V$  определяется функцией  $h_1$ , которую можно записать в следующем виде:  $h_1 = \psi_2 - \psi_1 - c_1 = h_2 + c_2 - c_1$ . С учётом ранее полученного выражения для  $h_2$  будем иметь:

$$h_1 = \left[ (k_2 - c_2W_0)e^{-W_0(t-T)} - k_2 \right] / W_0 + c_2 - c_1.$$

Как видно,  $h_1(T) = -c_1$  и, на основании (5), это дает  $V^*(T) = 0$ . В соответствии с (5), кроме конечного интервала времени, где  $V^*(T) = 0$ , и продукция не покупается, может существовать период времени  $[0, t_1]$  при котором она покупается, то есть  $V^*(t) = V_0$ . Значение  $t_1$ , при котором происходит изменение  $V^*(t) = 0$  на  $V^*(t) = V_0$ , определим в соответствии с (5), приравняв выражение для  $h_1$  нулю. В результате решения полученного уравнения найдем момент времени  $t_1$  переключения параметра  $V$ :

$$t_1 = T + \frac{1}{W_0} \ln \left( \frac{(c_2 - c_1)W_0 - k_2}{c_2W_0 - k_2} \right). \quad (6)$$

Таким образом, для получения максимальной прибыли агент Б должен организовать свою деятельность следующим образом. На интервале времени  $[0, t_1]$  продукция покупается и продается ( $V^*(t) = V_0$ ,  $W^*(t) = W_0$ ), а на интервале времени  $[t_1, T]$ , осуществляется только реализация ранее приобретенной продукции ( $V^*(t) = 0$ ,  $W^*(t) = W_0$ ).

**Задача 2. Оптимизация процессов производства продукции агентом А.** В предыдущей задаче получено, что при совместной деятельности в течение времени  $[0, T]$ , агент Б покупает продукцию у агента А только в период времени  $[0, t_1]$ . Основная задача агента А, как и любого завода-производителя, заключается в своевременной реализации произведенной продукции. В связи с этим, перед агентом А ставится следующая задача: найти такую оптимальную траекторию изменения управляющего параметра  $U(t)$ , удовлетворяющего уравнениям (1), чтобы в момент времени  $t_1$  получить минимальное количество продукции на своём складе  $x(t_1)$ . Такую задачу можно отнести к классу задач Майера теории систем управления с терминальным членом  $F(t_1, x) = x$ . Для решения этой задачи составим функцию Гамильтона:

$$H = \psi_1 [U(X - x) - V(Z - z)] + \psi_2 [V(Z - z) - (w + Wz)].$$

В соответствии с принципом максимума Л. С. Понтрягина, для получения оптимального процесса гамильтониан должен достигать максимума относительно параметра  $U$ , и это будет происходить в следующих случаях:

$$U^*(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } \psi_1 < 0; \\ U_0, & \text{при } \psi_1 > 0. \end{cases} \quad (7)$$

Как видно, изменение управляющего параметра  $U^*(t)$  имеет релейный характер и равно по величине одному из двух своих возможных предельных значений. При этом весь оптимальный процесс состоит из двух интервалов, в которых эти воздействия имеют постоянное значение, и эти интервалы определяются знаком вспомогательной функции  $\psi_1$ . Для дальнейшего анализа символом  $t_0$  обозначим момент времени, когда  $\psi_1$  меняет знак.

Из постановки данной задачи следует, что для того чтобы начался процесс совместной деятельности между агентами А и Б, должен существовать период времени, когда продукция должна производиться, то есть  $U^*(t) = U_0$ , и, следовательно,  $\psi_1 > 0$ . Мы пока не рассматриваем случай, когда на складе у агента А уже хранится ранее произведенная продукция в количестве, достаточном для ее реализации агенту Б в течение времени  $[0, t_1]$ . В этом варианте агент А не будет ничего производить, а будет только реализовывать продукцию со своего склада.

Для определения значения вспомогательной функции  $\psi_1$  в момент времени  $t_1$  воспользуемся условием трансверсальности (3). По условию задачи величина  $t_1$  задана, поэтому вариация  $\delta t = 0$ , кроме того, на конечное значение  $z(t_1)$  не накладывается никаких ограничений, поэтому вариация  $\delta z$  может принимать произвольное значение. Вариация терминального члена для этой задачи равна  $\delta F = (\partial F / \partial t) \delta t + (\partial F / \partial x) \delta x = \delta x$ . С учётом этого выражение (3) можно записать в следующем виде:

$$\delta x - H(t_1) \cdot 0 + \psi_1(t_1) \cdot \delta x + \psi_2(t_1) \cdot \delta z = 0.$$

Для того чтобы это условие выполнялось, необходимо, чтобы  $\psi_1(t_1) = -1$ ,  $\psi_2(t_1) = 0$ . Это означает, что на конечном интервале времени управляющий параметр  $U^*(t_1) = 0$ , то есть продукция не производится.

Таким образом, в соответствии с принципом максимума Л. С. Понтрягина, для того чтобы в момент времени  $t_1$  у агента А на своем складе было минимальное количество нереализованной продукции, оптимальный процесс производства должен заключаться в следующем. В начальный период времени  $[0, t_0]$ , где  $\psi_1 > 0$ , в соответствии с (7) агент А должен выпускать и реализовывать продукцию ( $U^*(t) = U_0$ ,  $V^*(t) = V_0$ ), в какой-то момент времени  $t_0$  производство остановить и далее на интервале времени  $[t_0, t_1]$  только продавать ранее произведенную продукцию ( $U^*(t) = 0$ ,  $V^*(t) = V_0$ ). Мы пока рассматриваем такой вариант совместной работы, при котором у производителя имеется один крупный покупатель продукции. Поэтому для того, чтобы реализовать уже изготовленную для этого дилера продукцию, необходимо останавливать производство. В действительности обычно такой остановки в момент времени  $t_0$  не производится, просто с этого момента времени начинается изготовление продукции для других дилеров, и агент А работает в обычном режиме.

При определении момента времени  $t_0$  необходимо учитывать, что принцип максимума Л. С. Понтрягина — это только необходимое, а не достаточное условие оптимальности процесса. Это означает, что с его помощью находится не оптимальное управление, а некоторая достаточно суженная группа допустимых управлений или претендентов на оптимальность, среди которых должно быть искомое оптимальное управление, нахождение которого является отдельной задачей. Для нашего случая это означает, что, возможно, оптимальной траекторией изменения управляющего параметра  $U^*(t)$  будет не такое, при котором получается какое-то минимальное количество продукции на складе в момент времени  $t_1$ , а такое, при котором это количество равно нулю ( $x(t_1) = 0$ ), то есть вся ранее произведенная агентом А продукция для данного покупателя полностью реализуется. В дальнейшем мы будем рассматривать именно такой вариант изменения управляющего параметра  $U^*(t)$  агента А.

Полученные результаты оптимального изменения управляющих параметров агентов А и Б при их совместном процессе производства и реализации продукции в соответствии с выражениями (4), (5), (7) можно сформулировать следующим образом. В начальный период времени  $[0, t_0]$  начинается производство, покупка и продажа продукции ( $U^*(t) = U_0$ ,  $V^*(t) = V_0$ ,  $W^* = W_0$ ). В момент времени ( $t_0$ ) выпуск продукции останавливается ( $U^* = 0$ ), и на интервале  $[t_0, t_1]$  производится покупка и реализация продукции ( $V^*(t) = V_0$ ,  $W^* = W_0$ ). В момент  $t_1$  прекращается покупка ( $V^* = 0$ ), и в период  $[t_1, T]$  производится только продажа продукции ( $U^*(t) = 0$ ,  $V^*(t) = 0$ ,  $W^* = W_0$ ). Таким образом, интегрирование системы (1) разбивается на три этапа, в каждом из которых управляющие параметры  $U(t)$ ,  $V(t)$  и  $W(t)$  имеют постоянное значение. Полученные при таком интегрировании выражения для определения изменения показателей  $x(t)$  и  $z(t)$  на каждом интервале времени приведены ниже:

– интервал времени  $[0, t_0]$  :

$$x(t) = A_1(1 - e^{-U_0 t}) - A_2(e^{-at} - e^{-U_0 t})/(U_0 - a); \quad (8)$$

$$z(t) = A_3(1 - e^{-at}); \quad (9)$$

– интервал времени  $[t_0, t_1]$  :

$$x(t) = V_0(A_3 - Z)(t - t_0) + x(t_0) + A_2(e^{-at} - e^{-at_0})/a; \quad (10)$$

$$z(t) = A_3(1 - e^{-at}); \quad (11)$$

– интервал времени  $[t_1, T]$  :

$$z(t) = (z(t_1) + A_4) \cdot e^{W_0(t_1 - t)} - A_4. \quad (12)$$

Здесь  $a = V_0 + W_0$ ;  $A_1 = (U_0 X - V_0 Z + A_2)/U$ ;  $A_2 = V_0 A_3$ ;  $A_3 = (V_0 Z - w)/a$ ;  $A_4 = w/W$ .

По условиям задачи, в момент  $t_1$  агент А должен полностью реализовать свою продукцию. Учитывая это условие и подставив в (8) и (10) вместо  $t$  соответственно  $t_0$  и  $t_1$ , в (10) вместо  $x(t_0)$  — правую часть уравнения (8) при  $t_0$ , а вместо  $x(t_1)$  — его значение, равное нулю, получим нелинейное уравнение, в котором будет только одна неизвестная величина —  $t_0$ . Для решения



этого уравнения можно использовать различные численные методы решения систем нелинейных уравнений [4].

Полученные таким образом выражения (8)–(12) полностью определяют оптимальные схемы взаимодействия агентов А и Б. Величину суммарной прибыли ( $J_1$ ) для агента А можно определить аналогично, как и для агента Б, по следующей зависимости:

$$J_1 = \int_0^{t_1} [c_1 V(Z - z) - c_0 U(X - x) - k_1 x] dt.$$

Здесь  $c_0$  — стоимость единицы производимой продукции, а  $k_2$  — возможные дополнительные затраты в единицу времени агента А на рекламу и дальнейшее расширение рынка сбыта своей продукции. При вычислении суммарных прибылей агентов А и Б ( $J_1$ ) и ( $J_2$ ) необходимо на каждом из указанных интервалов времени  $[0, t_0]$ ,  $[t_0, t_1]$  и  $[t_1, T]$  использовать приведенные выше выражения (8)–(12) для изменения  $x(t)$  и  $z(t)$ .

**Выводы.** Разработанная математическая модель управления совместной деятельностью предприятий–агентов для использования ее в СППР позволяет оптимизировать процессы планирования продолжительности времени производства и дальнейшей реализации продукции для различных вариантов деятельности предприятий. Это дает возможность вырабатывать рекомендации по оптимальному принятию управленческих решений и повысить таким образом эффективность совместной деятельности производителей и потребителей продукции.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Горский А. А., Колпакова И. Г., Локишин В. А. Динамическая модель процесса производства, хранения и сбыта товаров повседневного спроса // *Известия РАН. Теория и системы управления*, 1998. — № 1. — С. 144–148.
2. Горский А. А., Локишин Б. Я. Математическая модель производства и продажи для управления и планирования производства // *Фундаментальная и прикладная математика*, 2002. — Т. 8, № 1. — С. 39–45.
3. Парасев Ю. И. Игровой подход к решению задачи производства, хранения и сбыта товара // *Известия РАН. Автоматика и телемеханика*, 2005. — № 2. — С. 115–123.
4. Трауб Д. Ф. Итерационные методы решения уравнений. — М.: Мир, 1985. — 263 с.

Поступила в редакцию 16/VII/2009;  
в окончательном варианте — 04/IX/2009.

MSC: 91B99

## DEVELOPMENT OF THE DECISION MAKING SUPPORT SYSTEM FOR THE OPTIMIZATION OF PLANNING OF A GROUP OF ENTERPRISES

*K. L. Kulikovskiy, D. V. Petrov*

Samara State Technical University,  
244, Molodogvardeyskaya str., Samara, 443100.

E-mail: totoша@mystep.ru

*We have suggested the mathematical model of enterprises work in order to use it for decision making support systems. Within the scope of the model suggested we have determined the optimal commucation modes between product manufacturing and sales groups using the "Maximum Principle" by L. S. Pontryagin. We have solved the practical problem of calculating the influence of various factors on the effectiveness of product manufacturing and sales groups work.*

**Key words:** *decision making support, enterprises functionals of the work quality, "Maximum Principle" by L. S. Pontryagin, periods of the operating modes, extreme operation speed of the enterprises.*

Original article submitted 16/VII/2009;  
revision submitted 04/IX/2009.

---

*Konstantin L. Kulikovskiy* (Dr. Sci. (Techn.)), Professor, Dept. of Information Measuring Technics. *Denis V. Petrov*, Postgraduate Student, Dept. of Information Measuring Technics.