Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Ю. Смыслов, Расчет напряжения осадки круглой шайбы из пористого материала, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2002, выпуск 16, 90–92

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu103>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 35.173.219.12

26 апреля 2023 г., 17:40:07

РАСЧЕТ НАПРЯЖЕНИЯ ОСАДКИ КРУГЛОЙ ШАЙБЫ ИЗ ПОРИСТОГО МАТЕРИАЛА

Рассматривается напряженно-деформированное состояние круглой шайбы из пористого пластического материала при сжатии между двумя матрицами. Получены уравнения, описывающие изменение пористости и размеров шайбы в процессе сжатия в зависимости от приложенного давления.

Рассматривается напряженно-деформированное состояние круглой шайбы из пористого материала при сжатии между двумя плоскими матрицами. В [1, 2] рассматривались закономерности осадки полосы из пористого пластического материала. Основной задачей теоретического исследования обработки давлением пористых материалов является установление зависимостей: давление—пористость, давление—размеры изделия. В данной статье получена полная система уравнений, описывающих изменение пористости и размеров шайбы в зависимости от среднего давления.

Р и с. 1. Напряжения, действующие на элемент объема шайбы при осадке между двумя матрицами

На рис. 1 изображен элемент объема шайбы, ограниченный двумя радиальными сечениями, образующими угол $d\theta$ и двумя цилиндрическими поверхностями с радиусами r и $r + dr$. Следуя [1], воспользуемся допущениями: σ_r и σ_θ , действующие в плоскостях, параллельных боковым граням пластины, не изменяются по ее толщине. Указанные напряжения и напряжение $\sigma_z = -p$, действующее на поверхности контакта с матрицами, являются главными напряжениями, входящими в условие пластичности сжимаемого материала. Касательное напряжение τ равно пределу пла-

стичности деформируемого металла при сдвиге.

Условие равновесия компонентов сил, действующих на элемент объема вдоль оси x , приводит к уравнению [1]

$$h d\sigma_r - 2\tau dr = 0, \quad (1)$$

где h — толщина шайбы. Уравнение (1) интегрируется при сделанном предположении относительно касательного напряжения τ .

Далее воспользуемся условием пластичности пористых тел [3], которое для рассматриваемого напряженного состояния записывается в форме

$$(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 + 3\alpha(\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z)^2 = 2\beta\sigma_0^2, \quad (2)$$

где σ_0 — предел пластичности межпорового материала, который считается идеально-пластическим, так что $\sigma_0 = \text{const}$; α и β — функции пористости c , полученные в [3] в виде

$$\alpha = \frac{c}{2(3+2c)}, \quad \beta = \frac{3(1-c)^2}{3+2c}. \quad (3)$$

Пористость считается равномерно распределенной по объему деформируемого материала.

Согласно (2) предел пластичности пористого металла при сдвиге $\tau_0 = \sigma_0 \sqrt{\beta/3}$. Подставляя в (1) значение $\tau = \tau_0$, получим дифференциальное уравнение, решение которого с граничным условием $\sigma_r = 0$ при $r = a$ дает

$$\sigma_r = \tau_0 \lambda \xi, \quad \lambda = \frac{a}{h}, \quad \xi = \frac{r}{a} - 1, \quad (4)$$

где a — радиус шайбы.

Соотношения ассоциированного закона деформирования при условии пластичности (2) записываются в виде [3]

$$\begin{aligned} d\varepsilon_r &= d\lambda \left[\sigma_r - (1-3\alpha) \frac{\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z}{3} \right]; \\ d\varepsilon_z &= d\lambda \left[\sigma_z - (1-3\alpha) \frac{\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z}{3} \right]; \\ d\varepsilon_\theta &= d\lambda \left[\sigma_\theta - (1-3\alpha) \frac{\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z}{3} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где $d\varepsilon_r$, $d\varepsilon_\theta$ и $d\varepsilon_z$ — приращения пластических деформаций. Упругие деформации считаются пренебрежимо малыми.

Будем считать, что $d\varepsilon_\theta \approx 0$. Тогда из последнего соотношения (5) получаем выражение

$$\sigma_\theta = \frac{1-3\alpha}{2+3\alpha} (\sigma_r + \sigma_z), \quad (6)$$

с учетом которого условие пластичности (2) и соотношения (5) соответственно преобразуются к виду

$$(\sigma_r - \sigma_z)^2 + 4\alpha_1 \sigma_r \sigma_z = 4(1-\alpha_1) \tau_0^2; \quad (7)$$

$$d\varepsilon_r = d\lambda \frac{\sigma_r - (1-2\alpha_1)\sigma_z}{2(1-\alpha_1)}, \quad d\varepsilon_z = d\lambda \frac{\sigma_z - (1-2\alpha_1)\sigma_r}{2(1-\alpha_1)}, \quad (8)$$

где

$$\alpha_1 = \frac{9\alpha}{2(1+6\alpha)}. \quad (9)$$

Решение (7) относительно σ_z с учетом (4) для σ_r дает

$$\sigma_z = \tau_0 \left[(1-2\alpha_1)m\xi - 2\sqrt{(1-\alpha_1)(1-\alpha_1 m^2 \xi^2)} \right]. \quad (10)$$

Одной из задач теоретического исследования процессов обработки давлением пористых материалов является определение пористости и размеров изделия в зависимости от деформирующих усилий.

Вычислим средние напряжения, действующие на пластину:

$$\bar{\sigma}_z = \frac{1}{a} \int_0^a \sigma_z(r) dr. \quad (11)$$

Выражение для $\bar{\sigma}_z$ будет менее громоздким, если правую часть равенства (10) приближенно заменить линейной зависимостью

$$\sigma_z = \tau_0 \left\{ \left[(1-2\alpha_1)m - 2\sqrt{1-\alpha_1}(1-\sqrt{1-\alpha_1 m^2}) \right] \xi - \sqrt{1-\alpha_1} \right\}. \quad (12)$$

С учетом (4) и (12) средние напряжения определяются по (11) в виде

$$\bar{\sigma}_z = -\frac{\tau_0}{2} [(1-2\alpha_1)m + 2\sqrt{1-\alpha_1}(1+\sqrt{1-\alpha_1 m^2})]. \quad (13)$$

Приращения деформаций $d\varepsilon_a = da/a$ и $d\varepsilon_h = dh/h$ удовлетворяют уравнению неразрывности

$$d\varepsilon_a + d\varepsilon_h = \frac{dc}{1-c}, \quad (14)$$

соотношению

$$\frac{dm}{m} = d\varepsilon_a - d\varepsilon_h, \quad (15)$$

которое получается в результате дифференцирования величины $m = a/h$, и соотношениям (8) для макронапряжений:

$$d\varepsilon_a = d\lambda \frac{\bar{\sigma}_z - (1-2\alpha_1)\bar{\sigma}_z}{2(1-\alpha_1)}, \quad d\varepsilon_h = d\lambda \frac{\bar{\sigma}_z - (1-2\alpha_1)\bar{\sigma}_z}{2(1-\alpha_1)} \quad (16)$$

Из (14) и (16) определяется коэффициент

$$d\lambda = \frac{(1-\alpha_1)dc}{\alpha_1(1-c)\bar{\sigma}_z}. \quad (17)$$

Подставляя (16) в (15), с учетом (13) и (17), получаем

$$\frac{dm}{m} = \left(1 - \frac{1}{\alpha_1} \right) \left(1 - \frac{m}{\omega} \right) \frac{dc}{1-c}, \quad (18)$$

Р и с. 2. Изменение пористости шайбы при осадке в зависимости от давления

где

$$\omega = (1 - \alpha_1)m + \sqrt{1 - \alpha_1}(1 + \sqrt{1 - \alpha_1 m^2}). \quad (19)$$

Решение (14) с начальными условиями $a = a_0$, $h = h_0$ при $c = c_0$ дает

$$ah = \frac{a_0 h_0 (1 - c)}{1 - c_0}. \quad (20)$$

Соотношения (13), (18) и (20) составляют полную систему уравнений, определяющих изменение пористости и размеров шайбы в процессе сжатия в зависимости от среднего давления $p = -\bar{\sigma}_z$. На рис.2 изображена кривая изменения пористости в зависимости от среднего давления. Значения пористости и давления рассчитаны по указанным формулам.

Таким образом, в результате рассмотрения процесса осадки круглой шайбы из пористого пластического

материала при сжатии между двумя матрицами получена замкнутая система уравнений, описывающих изменение пористости и размеров шайбы в зависимости от среднего давления.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гоффман О., Закс Г. Введение в теорию пластичности для инженеров. М.: Машгиз, 1957. 279 с.
2. Лаптев А. М. Закономерности осадки пористой полосы при наличии контактного трения // Обработка металлов давлением. Ростов-н-Д: РИСХМ, 1981. С. 76—81.
3. Смыслов А. Ю. К теории пластичности пористых сред // Изв. вузов. Машиностроение. 1980. № 4. С. 107 - 110.
4. Смыслов А. Ю. К расчету напряжений осадки полосы из пористого материала // Изв. вузов. Машиностроение. 1990. № 2. С. 83-86.