Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. П. Радченко, С. А. Дудкин, М. И. Тимофеев, Экспериментальное исследование и анализ полей неупругих микро- и макродеформаций сплава АД-1, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2002, выпуск 16, 111–117

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu107>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.198.187.58

26 апреля 2023 г., 16:38:44

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ И АНАЛИЗ ПОЛЕЙ НЕУПРУГИХ МИКРО- И МАКРОДЕФОРМАЦИЙ СПЛАВА АД-1

Проведен цикл экспериментальных исследований одномерных полей распределения деформаций ползучести и пластичности сплава АД-1 при температуре 26 °С. Выполнен статистический анализ полей, предложены аналитические соотношения для их описания.

Постановка задачи. Вопросы расчёта на прочность и надёжность элементов конструкций в условиях неупругого реологического деформирования как по параметрическим, так и катастрофическим (разрушение) критериям отказа требуют полной информации о реологических характеристиках материалов, носящих явно выраженный стохастический характер, начиная с атомно-молекулярного уровня и заканчивая уровнем элемента конструкции. Существенное влияние случайных возмущений механических характеристик материалов на поля деформации и напряжений и необходимость построения соответствующих стохастических моделей для расчётов на прочность отмечались во многих работах (см., например, [1-9]). Широко используемые для оценки ресурса безопасной эксплуатации элементов конструкции феноменологические теории (в частности и теории ползучести), как правило, носят детерминированный характер и не учитывают явление разброса для тех или иных механических характеристик (деформаций ползучести, перемещений, времени разрушения и т. д.), поэтому детерминированный метод расчёта является первым, и в ряде случаев недостаточным, приближением. Неточности детерминированного расчёта на прочность покрываются, например, назначением коэффициента запаса прочности, который во многих случаях выбирается без достаточных оснований и не является оптимальным. Это приводит либо к появлению неиспользованных резервов прочности элементов конструкции, либо к преждевременному их разрушению.

Флуктуации и неравномерность механических характеристик материалов оказывают существенное влияние на поля деформаций и напряжений. Отсюда естественным образом возникает задача построения феноменологических моделей, описывающих стохастические поля деформаций и перемещений по пространственным координатам, которые являются основной информацией при решении стохастических краевых задач [10-12].

Однако при построении соответствующих стохастических моделей необходимо учитывать, что структура полей макро- и микронеоднородностей механических свойств материала различна. Здесь следует отметить, что установлено существенное влияние микронеоднородностей на долговечность по критериям типа допустимых перемещений (деформаций), а микронеоднородностей – на отказы по критерию разрушения [13].

Прежде чем перейти к анализу глобальной картины неоднородностей, рассмотрим один из подходов решения этой задачи, предложенный Ю.П.Самариным [13]. Согласно ему будем считать, что некоторым производителем в течение длительного времени изготавливается металлический прут. Тогда всю продукцию можно представить как один глобальный стержень, образованный из последовательно изготовленных прутков. Если через x обозначить координату на оси глобального

Р и с. 1. Схематическое распределение неоднородностей вдоль глобального стержня

стержня, а через $A(x)$ — исследуемую механическую характеристику материала, то влияние неоднородности качественно будет описываться кривой, изображенной на рис.1. Здесь нетрудно увидеть два вида неоднородностей: макро- и микронеоднородности. Медленные изменения рассматриваемой функции (плавная кривая на рис.1) соответствуют микронеоднородностям материала, обусловленным трендом (постепенным изменением) условий производства, свойств сырья, нестабильностью технологических процессов и т.д. При этом возможны разрывы кривой, описывающей тренд, за счет перехода на новое сырье, измененную технологию и т.п. Ука-

занные разрывы хорошо известны экспериментаторам при сравнении опытных данных, например, на ползучесть образцов из различных плавок.

Наряду с трендом, на рис.1 показана быстроосциллирующая кривая, связанная с микроструктурным строением материала. При этом характерные частоты флуктуаций, возникающих за счет микронеоднородностей, будут гораздо выше частот, обусловленных наличием макронеоднородностей. Поэтому для глобального описания неоднородностей можно предложить следующее соотношение:

$$A(x) = u_0(x) + \sum_k [u_k(x) \cos \omega_k x + v_k \sin \omega_k x]. \quad (1)$$

Здесь функция $u_0(x)$ описывает тренд исследуемой механической характеристики, т.е. макронеоднородность, а выражение под знаком суммы – ее микроструктурные флуктуации. Функции $u_k(x)$ и $v_k(x)$ изменяются так же медленно, как и $u_0(x)$. Они предназначены для описания тренда амплитуд микроструктурных флуктуаций.

Пусть теперь из глобального стержня вырезан образец длиной l , соответствующий отрезку $[a, a+l]$ (см. рис. 1). При этом предполагается, что величина l значительно больше, чем характерная длина волны микронеоднородностей, т.е. число $\omega_k l / 2\pi$ является большим. С другой стороны, длину l будем считать достаточно малой для того, чтобы зафиксировать тренд. Тогда в (1) функции $u_0(x)$, $u_k(x)$ и $v_k(x)$ можно приближенно считать не зависящими от x ($x \in [a, a+l]$):

$$A(x) = u_0 + \sum_k (u_k \cos \omega_k x + v_k \sin \omega_k x). \quad (2)$$

Очевидно, что величины $u_0(x)$, $u_k(x)$ и $v_k(x)$ зависят от того места, где вырезан образец, т.е. от величины a (см. рис. 1). Если местоположение образцов выбирать случайно, то указанные величины будут восприниматься по отношению к набору образцов тоже как случайные.

Таким образом, для описания макронеоднородностей, т.е. случайных свойств партии однотипных образцов (изделий, элементов конструкций), достаточно рассматривать лишь величину u_0 , причем для набора образцов она будет восприниматься при статистическом исследовании как случайная величина, закон распределения которой зависит от формы кривой, выражающей тренд. При таком подходе величина u_0 выражает устойчивые индивидуальные стохастические свойства образца (элемента конструкции), а оставшаяся часть правой части (2) выражает некоторый шум, наложенный на u_0 . Это следует из того, что эффективное (среднее) значение исследуемой механической характеристики для выбранного образца ($x \in [a, a+l]$)

$$\frac{1}{l} \int_a^{a+l} A(x) dx = u_0 + \sum_k \frac{1}{\omega_k l} [u_k \sin \omega_k (a+l) - u_k \sin \omega_k a - v_k \cos \omega_k (a+l) + v_k \cos \omega_k a] \approx u_0, \quad (3)$$

поскольку числа $\omega_k l$ считаются большими.

Задача построения стохастической модели ползучести и длительной прочности на макроуровне для величины u_0 была подробно рассмотрена в [14], где предложены соответствующая модель и методика оценки случайных функций и параметров, а также выполнена детальная экспериментальная проверка модели.

Однако анализу второй части соотношения (2) на микроуровне и построению соответствующих моделей для описания поля микродеформаций на феноменологическом уровне до настоящего времени в научной литературе уделялось крайне мало внимания.

Поскольку основой любой феноменологической теории являются экспериментальные данные, то целью настоящей работы является экспериментальное исследование локальных одномерных полей неупругих микродеформаций и процесса разрушения материала на примере сплава АД-1 при температуре 26°C . Основное внимание было уделено анализу распределения по длине одноосного образца пластической деформации и деформации ползучести в процессе деформирования вплоть до разрушения, выявлению общих закономерностей распределений и стохастическому корреляционному анализу экспериментальных данных.

Методика проведения эксперимента. Материалом для изготовления образцов служил технически чистый алюминий марки АД-1. Химический состав по ГОСТ4784-74: Al-99,3%; Fe-0,30%; Si-0,30%; Cu-0,05%; Mg-0,05%; Mn-0,025%; Zn-0,01%; Ti-0,015%; прочие-0,02%. Заготовкой образцов был пруток прессованный (Пр).

Значения основных механических макрохарактеристик материала (предел текучести, предел прочности, относительное удлинение) определялись на коротких 5-кратных образцах, которые, с целью выявления анизотропии свойств, вырезались как в продольном, так и в поперечном к оси заготовки направлениях. Аналогично вырезались и базовые 10-кратные образцы.

Для выявления характера распределения остаточной деформации по длине образца, на его боковой поверхности с помощью конусообразного индентора наносились контрольные лунки, отстоящие друг от друга на расстоянии ~ 2 мм. В ходе проводимых испытаний измерение расстояний между контрольными лунками проводилось на большом инструментальном микроскопе БМИ-1Ц с цифровым показывающим устройством УЦП-1М, имеющим цену деления 1 мкм. Это давало возможность выявить разброс остаточной деформации по длине образца при проведении подобных замеров. На рис.2 приведены контрольные лунки на поверхности образца №121 (увеличение - 9 раз). Основой установки для упругопластического нагружения образцов служила машина, предназначенная для длительных испытаний на ползучесть при простом растяжении, марки ДСТ-5. Дополнительно к машине были сконструированы и изготовлены силоизмерительное устройство и экстензометр, сделавшие возможным получение диаграмм растяжения образцов в координатах «нагрузка-удлинение». Этой цели служил двухкоординатный самопишущий прибор Н306.

Р и с. 2. Контрольные лунки на поверхности образца №121,х9

Силовизмеритель и деформометр установки, собранной по полной мостовой схеме, имеют определенные высокостабилизированные источники питания, что значительно повышает точность фиксации параметров диаграмм в силу устранения их взаимного влияния.

Полученные диаграммы в координатах «нагрузка-удлинение» позволяли сделать интегральную (осредненную по длине) оценку упругопластических деформаций каждого образца. Возможности испытательной установки позволяют производить мгновенную разгрузку образца в любой точке диаграммы растяжения и тем самым зафиксировать достигнутую на данный момент пластическую деформацию (при этом на каждом образце подобную процедуру можно повторять многократно, вплоть до разрушения образца).

Помимо испытаний монотонно возрастающей нагрузкой, превышающей предел текучести, образцы подвергались испытаниям на ползучесть при комнатной температуре. При этом уровень напряжений в испытаниях на ползучесть соответствовал достигнутому уровню при упругопластическом нагружении образца. Конструкция установки для проведения испытаний на ползучесть предусматривала нагружение образцов непосредственно грузами без применения рычагов, что исключало влияние сил трения на точность поддержания постоянства уровня нагрузки. Экстензометр установки в сочетании с электронным автоматическим самопишущим потенциометром КСП4 давал возможность получать усредненные по длине образца кривые ползучести в координатах «удлинение-время».

В ходе проведенных исследований были осуществлены следующие программы испытаний:

- 1) упругопластическое нагружение до разрушения ступенями по накопленной деформации 1-2% на каждой ступени с последующей разгрузкой и замером локального поля пластических деформаций;

- 2) ступенчатое нагружение на ползучесть вплоть до разрушения при постоянном напряжении до значения накопленной деформации 1-2% на каждой ступени с последующей разгрузкой и замером поля деформации ползучести по длине образца;

- 3) комбинированное нагружение с чередованием упругопластического деформирования и деформирования при постоянном напряжении во времени на ползучесть до значения накопленной деформации 1-2 % на каждой ступени нагружения с последующей разгрузкой и замером локального поля остаточных деформаций.

Результаты испытаний и их анализ. Всего было испытано 25 образцов, из них 14 продольных и 11 поперечных. Существенной разницы в деформировании продольных и

Р и с. 3. Диаграмма упругопластического деформирования образца №108

Р и с.4. Распределение пластической деформации по длине образца №108 на 11 ступенях нагружения: l_0 - первоначальная длина образца

поперечных образцов не наблюдалось, точнее, результаты испытаний для тех и других образцов были статистически незначимыми и укладывались в полосу естественного разброса экспериментальных данных.

Р и с. 5. Диаграмма упругопластического деформирования образца №210

Для нумерации образцов была использована следующая система: образцы, номера которых начинаются с первой сотни, соответствуют продольным образцам, а образцы, номера которых начинаются со второй сотни, - поперечным образцам.

По первой программе было испытано 5 образцов, по второй – 6 образцов, а по третьей – 14 образцов.

Т а б л и ц а 1

Значения нормированной корреляционной функции для деформации пластичности для образца №108

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1.000	0.760	0.673	0.620	0.608	0.604	0.603	0.635	0.635	0.635	0.635
2		1.000	0.889	0.846	0.832	0.822	0.798	0.776	0.742	0.714	0.665
3			1.000	0.965	0.960	0.963	0.934	0.898	0.856	0.819	0.768
4				1.000	0.985	0.983	0.958	0.917	0.874	0.837	0.790
5					1.000	0.985	0.954	0.907	0.858	0.816	0.763
6						1.000	0.987	0.954	0.915	0.879	0.832
7							1.000	0.983	0.956	0.927	0.886
8								1.000	0.993	0.978	0.949
9									1.000	0.996	0.979
10										1.000	0.993
11											1.000

образца №108 (продольного). Точками указаны моменты разгрузки и промера остаточных пластических деформаций по длине образца. Распределение пластической деформации e^p по длине образца для этих точек (см. рис. 3) представлены на рис. 4. Здесь сечения вдоль оси ординат соответствуют лункам кернения по отношению к первоначальной длине образца l_0 . Пик деформации соответствует образованию шейки на образце. Как следует из рис. 4 эпюры распределения пластической деформации по длине образца при различных значениях напряжений (точки 1-11 на рис.3) близки к подобным (кроме области, прилегающей к шейке на этапе разрушения). Об этом же свидетельствует и нормированная корреляционная функция, вычисление которой производилось по формулам [15]:

$$M[e_{kj}^p] = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T e_{kj}^p, M[e_{sj}^p] = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T e_{sj}^p,$$

$$K(e_{kj}^p, e_{sj}^p) = \frac{1}{T-1} \sum_{j=1}^T (e_{kj}^p - M[e_{kj}^p]) \times (e_{sj}^p - M[e_{sj}^p]),$$

$$S(e_{hj}^p) = \sqrt{K(e_{kj}^p, e_{sj}^p)}, r(e_{kj}^p, e_{sj}^p) = \frac{K(e_{kj}^p, e_{sj}^p)}{S(e_{kj}^p) \cdot S(e_{sj}^p)}.$$
(4)

В соотношениях (4) через e_{ij}^p обозначена пластическая деформация на i -той ступени нагружения в j -той точке кернения по длине образца ($i = \overline{1, N}$; $j = \overline{1, T}$; N – число ступеней нагружения; T – число точек кернения на поверхности образца); $M[\bullet]$ – символ математического ожидания; $K[\bullet, \bullet]$ – корреляционная функция.

Результаты расчета нормированной корреляционной функции $r(e_{kj}^p, e_{sj}^p)$ приведены в табл. 1. Как следует из этой таблицы значения корреляционной функции существенны (они принимают значения от 0,6 до 1), особенно на развитой стадии деформирования. Это говорит о хорошей коррелированности векторов e_{kj}^p и e_{sj}^p , что свидетельствует (в первом приближении) о подобии этих векторов. Аналогичная картина для поперечного образца №210 приведена на рис.5 и рис.6, а значения корреляционной функции (4) для пластической деформации представлены в таблице 2.

Приведем теперь типичные экспериментальные данные для других программ испытаний, например образца №104. Здесь сначала были выполнены две ступени упругопластического нагружения (диаграмма деформирования представлена на рис.7, а распределение пластической деформации по длине образца - на рис.8), а затем было выполнено 10 ступеней нагружения на ползучесть при уровне напряжения $\sigma = 90 \text{ МПа}$ до достижения осредненной по образцу деформации ползучести $\langle p \rangle$ на каждой ступени соответственно значений:

$$\langle p \rangle = \{2,95 \cdot 10^{-2}; 5,45 \cdot 10^{-2}; 8,05 \cdot 10^{-2}; 1,11 \cdot 10^{-1}; 0,14; 0,168; 0,192; 0,21; 0,245; 0,266\}.$$

После каждой ступени производилась разгрузка и замер локального поля деформаций ползучести. На рис. 9 представлены эпюры распределения деформации ползучести по длине образца, а в таблице 3 – значения нормированной корреляционной функции r . Как видно из таблицы 3, наблюдается хорошая коррелированность векторов, описывающих деформацию одного вида, и плохая коррелированность векторов, описывающих разные виды деформаций (деформации пластичности и ползучести). Этот вывод подтверждается во всех проверенных экспериментах по такого типа программам нагружений (включая и многократное чередование упругопластического нагружения и нагружения при постоянном напряжении на ползучесть).

Выполненные экспериментальные исследования и их стохастический анализ позволили сделать следующие выводы:

Р и с. 6. Распределение пластической деформации по длине образца №210 (l_0 – первоначальная длина)

Р и с. 7. Диаграмма упругопластического деформирования образца №104

Т а б л и ц а 2

Значения корреляционной матрицы для деформации пластичности для образца №210

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1.000	0.527	0.568	0.466	0.551	0.602	0.658	0.555	0.640	0.568
2		1.000	0.838	0.630	0.424	0.378	0.463	0.600	0.508	0.564
3			1.000	0.767	0.584	0.489	0.541	0.640	0.582	0.595
4				1.000	0.644	0.504	0.534	0.638	0.553	0.532
5					1.000	0.860	0.808	0.831	0.853	0.829
6						1.000	0.939	0.896	0.950	0.925
7							1.000	0.933	0.976	0.925
8								1.000	0.952	0.959
9									1.000	0.951
10										1.000

Т а б л и ц а 3

Значения корреляционной матрицы векторов пластической деформации (1-10) и деформации ползучести (11-12) образца №210

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1.000	0.806	0.291	0.530	0.464	0.513	0.385	0.360	0.304	0.248	0.640	0.568
2		1.000	0.519	0.674	0.574	0.649	0.547	0.549	0.493	0.332	0.085	0.178
3			1.000	0.605	0.617	0.479	0.414	0.543	0.543	0.419	0.326	0.454
4				1.000	0.821	0.717	0.597	0.632	0.575	0.398	0.014	0.101
5					1.000	0.825	0.781	0.856	0.842	0.676	0.083	0.162
6						1.000	0.925	0.886	0.816	0.630	0.162	0.181
7							1.000	0.349	0.883	0.726	0.269	0.212
8								1.000	0.975	0.845	0.185	0.157
9									1.000	0.911	0.111	0.130
10										1.000	0.003	0.025
11											1.000	0.796
12												1.000

1) наблюдается существенный разброс локальной неупругой деформации по длине образца, достигающий 50-70%;

Р и с. 8. Распределение пластической деформации по длине образца №104 (l_0 - первоначальная длина)

Р и с. 9. Распределение деформации ползучести по длине образца №104 (l_0 - первоначальная длина)

2) существует достаточно высокая коррелированность каждой из компонент неупругой деформации одного типа, распределенной по длине образца, в зависимости от накопленной макросредней (интегральной) ее величины;

3) наблюдается слабая коррелированность полей пластической деформации и деформации ползучести, распределенных по длине образца.

Несмотря на свою простоту полученные результаты дают богатую пищу для построения соответствующих феноменологических теорий стохастического характера.

Во-первых, слабая коррелированность (а если точнее, то некоррелированность) полей пластической деформации и деформации ползучести свидетельствует, по-видимому, о разных механизмах образования деформаций пластичности и ползучести. В пользу этой гипотезы кроме корреляционного анализа свидетельствуют и следующие выполненные исследования. На разрушенных образцах был исследован характер поверхности как для образцов, деформируемых только в упругопластической области, так и для образцов, которые разрушались только в условиях ползучести. На рис.10 и рис.11 приведены поверхности образцов (с указанными увеличениями), которые деформировались в упругопластической области вплоть до разрушения в

режиме чистой ползучести. Как следует из представленных рисунков, визуально видно, что в

Р и с. 10. Поверхности образцов, деформировавшихся в режиме ползучести до разрушения: а - образец №121 (вдали от шейки), x9; б - образец №121 (вблизи шейки), x9; в - образец №120, x10

Р и с. 11. Поверхности образцов, деформировавшихся в упругопластической области: а) образец №203 (вдали от шейки), x9; б) образец №203 (шейка), x9; в) образец №206, x10

пластической области поверхность неровная, с явно выраженными следами и полосами, имеет «холмистый» вид; в области же ползучести поверхность образцов достаточно гладкая, с низкой степенью «шероховатости». Отсюда, в свою очередь, можно сделать вывод о том, что при ма-

тематическом моделировании стохастические поля для деформаций ползучести и пластичности можно строить независимо.

Во-вторых, наличие большого разброса неупругой деформации по длине (см., например, рис.8) позволяет по-новому взглянуть на второй член в правой части (2). Считать его малым, по-видимому, неправомерно и наличие флуктуаций деформации нельзя объяснить классическим понятием «шума».

В-третьих, наличие хорошей коррелированности полей деформаций одного типа в зависимости от макросредней деформации, которая прослеживается во всех проведенных экспериментах, позволяет выдвинуть гипотезу о подобии полей как для пластической деформации так и для деформации ползучести (по отдельности).

С математической точки зрения это означает, что распределение полей неупругой деформации (того и другого типа) можно представить в виде

$$e^p = a(x)f(\sigma) + \xi(x), p = a(x)f(t, \sigma) + \xi(x), \quad (5)$$

где $a(x)$ - случайная функция пространственной координаты x ; $f(\sigma)$ - случайная функция макронапряжения, играющая роль коэффициента подобия для векторов для деформации пластичности; $f(t, \sigma)$ - случайная функция времени, играющая роль коэффициента подобия для векторов деформации ползучести; при постоянном напряжении $\xi(x)$ - случайная функция распределения малых отклонений («шума») от главной случайной части деформации. Однако проверка гипотезы (5) требует дополнительного анализа экспериментальных данных и это не входило в задачи данной работы.

Таким образом, выполненные экспериментальные исследования и их анализ впервые позволили выяснить характер, особенности и структуру стохастических полей микродеформаций пластичности и ползучести по пространственной координате.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кузнецов А.А., Алифанов О.Н., Ветров В.И. и др. Вероятностные характеристики прочности авиационных материалов и размеров сортамента. М.: Машиностроение, 1970. 568 с.
2. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1984. 312 с.
3. Ломакин В.А. Статистические задачи механики твердых деформируемых тел. М.: Наука, 1970. 139с.
4. Самарин Ю.П. О применении стохастических уравнений в теории ползучести материалов // Изв. АН СССР. МТТ. 1974. № 1. С. 88-94.
5. Биргер И.А., Шорр Б.Ф. и др. Термопрочность деталей машин. М.: Машиностроение. 1975. 456 с.
6. Бадаев А.Н. К вопросу об определении функции распределения параметров уравнения состояния ползучести // Проблемы прочности. 1984. №12. С. 22-26.
7. Локощенко А.М., Шестериков С.А. Методика описания ползучести и длительной прочности при чистом растяжении // Журн. прикл. механики и техн. физики. 1980. №3. С. 155-159.
8. Вильдеман В.Э., Соколкин Ю.В., Ташинов А.А., Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов. М.: Наука, 1997. 228с.
9. Сараев Л.А. Моделирование макроскопических пластических свойств многокомпонентных композиционных материалов. Самара: Изд-во Самар. гос. ун-та, 2000. 182с.
10. Попов Н.Н., Ползучесть стохастически неоднородного полупространства// Ползучесть и длительная прочность конструкций: Сб. науч. тр. Куйбышев: КПТИ, 1985. С.17-25.
11. Кузнецов В.А. Ползучесть стохастически неоднородных сред в условиях плоского напряженного состояния // Математическая физика: Сб. науч. тр. Куйбышев: КПТИ, 1977. С.69-74.
12. Попов Н.Н., Нелинейная стохастическая задача ползучести толстостенной сферической оболочки//Вест. СамГТУ. Сер. Физ.-мат. науки. 2000. Вып. 9. С.186-190.
13. Самарин Ю.П. Стохастические механические характеристики и надежность конструкций с реологическими свойствами// Ползучесть и длительная прочность конструкций: Сб. науч. тр. Куйбышев: КПТИ, 1986. С.8-17.
14. Радченко В.П., Симонов А.В., Дудкин С.А. Стохастический вариант одномерной теории ползучести и длительной прочности// Вестн. СамГТУ. Сер. Физ.-мат. науки. 2001. Вып. 12. С.73-84.
15. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. 575 с.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №01-01-00528.