Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. А. Алдашев, Корректность локальной краевой задачи в цилиндрической области для многомерного волнового уравнения, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2012, выпуск 4(), 48–55

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu1078>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.224.135.184

26 апреля 2023 г., 17:59:39

УДК 517.956.3

КОРРЕКТНОСТЬ ЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ ДЛЯ МНОГОМЕРНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

С. А. Алдашев

Актюбинский государственный университет им. К. Жубанова,
030000, Казахстан, Актобе, ул. Бр. Жубановых, 263.

E-mail: aldash51@mail.ru

Показана однозначная разрешимость локальной краевой задачи в цилиндрической области для многомерного волнового уравнения, которая является обобщением задач Дирихле и Пуанкаре. Получен критерий единственности регулярного решения.

Ключевые слова: многомерное волновое уравнение, цилиндрическая область, локальная краевая задача, разрешимость, единственность решения.

В работе показана однозначная разрешимость локальной краевой задачи в цилиндрической области для многомерного волнового уравнения, которая является обобщением задач Дирихле и Пуанкаре. Получен критерий единственности регулярного решения.

Для двумерного пространства в [1] было показано, что одна из фундаментальных задач математической физики — изучение поведения колебаний струны — некорректна, когда краевые условия заданы на всей границе области. Как замечено в [2, 3], задача Дирихле некорректна не только для волнового уравнения, но и для общих гиперболических уравнений. В [4] показано, что решение задачи Дирихле существует в прямоугольных областях. В дальнейшем эта задача исследовалась методами функционального анализа [5], которые сложно применить в приложениях.

Для трёхмерного пространства получены теоремы единственности решения задачи Дирихле для строго гиперболических уравнений [6, 7], а в [8, 9] доказана корректность задач Дирихле и Пуанкаре для многомерного волнового уравнения.

Пусть D_α — цилиндрическая область евклидова пространства E_{m+1} точек $(x_1, x_2, \dots, x_m, t)$, ограниченная цилиндром $\Gamma = \{(x, t) : |x| = 1\}$, плоскостями $t = \alpha > 0$ и $t = 0$, где $|x|$ — длина вектора $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$. Части этих поверхностей, образующих границу ∂D_α области D_α , обозначим через Γ_α , S_α , S_0 соответственно.

В области D_α рассмотрим многомерное волновое уравнение

$$\Delta_x u - u_{tt} = 0, \quad (1)$$

где Δ_x — оператор Лапласа по переменным $x_1, \dots, x_m$, $m \geq 2$.

В дальнейшем для удобства перейдём от декартовых координат $x_1, x_2, \dots, x_m, t$ к сферическим $r, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{m-1}, t, r \geq 0, 0 \leq \theta_1 < 2\pi, 0 \leq \theta_i \leq \pi, i = 2, 3, \dots, m-1$.

Серик Аймурзаевич Алдашев (д.ф.-м.н., проф.), директор, институт прикладной математики и информатики.

Рассмотрим следующую локальную краевую задачу.

ЗАДАЧА 1. Найти решение уравнения (1) в области D_α из класса $C(\overline{D}_\alpha) \cap C^1(D_\alpha \cup S_0) \cap C^2(D_\alpha)$, удовлетворяющее краевым условиям

$$u|_{S_\alpha} = \varphi_1(r, \theta), \quad u|_{\Gamma_\alpha} = \phi_1(t, \theta), \quad (\beta u + \gamma u_t)|_{S_0} = \varphi_2(r, \theta),$$

где $\beta, \gamma = \text{const}$, $\beta^2 + \gamma^2 \neq 0$, которая является обобщением задач Дирихле ($\gamma = 0$) и Пуанкаре ($\beta = 0$).

Пусть $\{Y_{n,m}^k(\theta)\}$ — система линейно независимых сферических функций порядка n , $1 \leq k \leq k_n$, $(m-2)!n!k_n = (n+m-3)!(2n+m-2)$, $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_{m-1})$, W_2^l ($l = 0, 1, \dots$) — пространства Соболева.

Имеют место следующие утверждения [10].

ЛЕММА 1. Пусть $f(r, \theta) \in W_2^l(S)$. Если $l \geq m-1$, то ряд

$$f(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} f_n^k(r) Y_{n,m}^k(\theta), \quad (2)$$

а также ряды, полученные из него дифференцированием порядка $p \leq l-m+1$, сходятся абсолютно и равномерно.

ЛЕММА 2. Для того чтобы $f(r, \theta) \in W_2^l(S)$, необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты ряда (2) удовлетворяли неравенствам

$$|f_0^1(r)| \leq c_1, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} n^{2l} |f_n^k(r)|^2 \leq c_2, \quad c_1, c_2 = \text{const}.$$

Через $\bar{\varphi}_{1n}^k(r)$, $\psi_n^k(t)$, $\bar{\varphi}_{2n}^k(r)$ обозначим коэффициенты разложения ряда (2), соответственно функций $\varphi_1(r, \theta)$, $\psi(t, \theta)$, $\varphi_2(r, \theta)$.

ТЕОРЕМА 1. Пусть $\varphi_1(r, \theta) \in W_2^l(S_\alpha)$, $\psi(t, \theta) \in W_2^l(\Gamma_\alpha)$, $\varphi_2(r, \theta) \in W_2^l(S_0)$, $l > 3m/2$ и

$$\beta \sin \mu_{s,n} \alpha \neq \gamma \cos \mu_{s,n} \alpha, \quad s = 1, 2, \dots \quad (3)$$

Тогда задача 1 однозначно разрешима, где μ_s — положительные нули функций Бесселя первого рода $J_{n+(m-2)/2}(z)$.

Доказательство. В сферических координатах уравнение (1) имеет вид

$$u_{rr} + \frac{m-1}{r} u_r - \frac{1}{r^2} \delta u - u_{tt} = 0, \quad (4)$$

$$\delta \equiv - \sum_{j=1}^{m-1} \frac{1}{g_j \sin^{m-j-1} \theta_j} \frac{\partial}{\partial \theta_j} \left(\sin^{m-j-1} \theta_j \frac{\partial}{\partial \theta_j} \right),$$

$$g_1 = 1, \quad g_j = (\sin \theta_1 \cdots \sin \theta_{j-1})^2, \quad j > 1.$$

Известно [10], что спектр оператора δ состоит из собственных чисел $\lambda_n = n(n+m-2)$, $n = 0, 1, \dots$, каждому из которых соответствует k_n ортонормированных собственных функций $Y_{n,m}^k(\theta)$.

Так как искомое решение задачи D принадлежит классу $C(\bar{D}_\alpha) \cap C^2(D_\alpha)$, его можно искать в виде

$$u(r, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} \bar{u}_n^k(r, t) Y_{n,m}^k(\theta), \quad (5)$$

где $\bar{u}_n^k(r, t)$ — функции, подлежащие определению.

Подставляя (5) в (4), используя ортогональность сферических функций $Y_{n,m}^k(\theta)$ (см. [10]), будем иметь

$$\bar{u}_{nrr}^k + \frac{m-1}{r} \bar{u}_{nr}^k - \bar{u}_{ntt}^k - \frac{\lambda_n}{r^2} \bar{u}_n^k = \mu \bar{u}_n^k, \quad k = 1, 2, \dots, k_n, \quad n = 0, 1, \dots, \quad (6)$$

при этом первое условие краевых условий (2) с учётом леммы 1 запишется в виде

$$\begin{aligned} \bar{u}_n^k(r, \alpha) &= \bar{\varphi}_{1n}^k(r), \quad \bar{u}_n^k(1, t) = \psi_n^k(t), \\ \beta \bar{u}_n^k(r, 0) + \gamma \bar{u}_{nt}^k(r, 0) &= \bar{\varphi}_{2n}^k(r), \quad k = 1, 2, \dots, k_n, \quad n = 0, 1, \dots \end{aligned} \quad (7)$$

Произведя замену $\bar{v}_n^k(r, t) = \bar{u}_n^k(r, t) - \psi_n^k(t)$ в соотношениях (6), (7), получим

$$\bar{v}_{nrr}^k + \frac{m-1}{r} \bar{v}_{nr}^k - \frac{\bar{\lambda}_n}{r^2} \bar{v}_n^k - \bar{v}_{ntt}^k = \bar{f}_n^k(r, t), \quad (8)$$

$$\bar{v}_n^k(r, \alpha) = \varphi_{1n}^k(r), \quad \bar{v}_n^k(1, t) = 0, \quad \beta \bar{v}_n^k(r, 0) + \gamma \bar{v}_{nt}^k(r, 0) = \varphi_{2n}^k(r), \quad (9)$$

$$\bar{f}_n^k(r, t) = \psi_{nrr}^k + \frac{\lambda_n}{r^2} \psi_n^k, \quad \varphi_{1n}^k(r) = \bar{\varphi}_{1n}^k(r) - \psi_n^k(\alpha),$$

$$\varphi_{2n}^k(r) = \bar{\varphi}_{2n}^k(r) - \beta \psi_n^k(0) - \gamma \psi_{nt}^k(0), \quad k = 1, 2, \dots, k_n, \quad n = 0, 1, \dots$$

После замены $\bar{v}_n^k(r, t) = r^{(1-m)/2} v_n^k(r, t)$ задача (8), (9) приводится к следующему виду:

$$Lv_n^k \equiv v_{nrr}^k - v_{ntt}^k + \frac{\bar{\lambda}_n}{r^2} v_n^k = f_n^k(r, t), \quad (10)$$

$$v_n^k(r, \alpha) = \tilde{\varphi}_{1n}^k(r), \quad v_n^k(1, t) = 0, \quad \beta v_n^k(r, 0) + \gamma v_{nt}^k(r, 0) = \tilde{\varphi}_{2n}^k(r), \quad (11)$$

$$\bar{\lambda}_n = ((m-1)(3-m) - 4\lambda_n)/4, \quad f_n^k(r, t) = r^{(m-1)/2} \bar{f}_n^k(r, t),$$

$$\tilde{\varphi}_{jn}^k(r) = r^{(m-1)/2} \varphi_{jn}^k(r), \quad j = 1, 2.$$

Решение задачи (10), (11) представляется так:

$$v_n^k(r, t) = v_{1n}^k(r, t) + v_{2n}^k(r, t), \quad (12)$$

где $v_{1n}^k(r, t)$ — решение задачи

$$Lv_{1n}^k = f_n^k(r, t), \quad (13)$$

$$v_{1n}^k(r, \alpha) = 0, \quad v_{1n}^k(1, t) = 0, \quad \beta v_{1n}^k(r, 0) + \gamma v_{1nt}^k(r, 0) = 0, \quad (14)$$

а $v_{2n}^k(r, t)$ — решение задачи

$$Lv_{2n}^k = 0, \quad (15)$$

$$v_{2n}^k(r, \alpha) = \tilde{\varphi}_{1n}^k(r), \quad v_{2n}^k(1, t) = 0, \quad \beta v_{1n}^k(r, 0) + \gamma v_{2n}^k(r, 0) = \tilde{\varphi}_{2n}^k(r). \quad (16)$$

Решение вышеуказанных задач будем искать в виде

$$v_n^k(r, t) = \sum_{s=1}^{\infty} R_s(r) T_s(t), \quad (17)$$

при этом

$$\begin{aligned} f_n^k(r, t) &= \sum_{s=1}^{\infty} a_{s,n}(t) R_s(r), \quad \tilde{\varphi}_{1n}^k(r) = \sum_{s=1}^{\infty} b_{s,n} R_s(r), \\ \tilde{\varphi}_{2n}^k(r) &= \sum_{s=1}^{\infty} e_{s,n} R_s(r). \end{aligned} \quad (18)$$

Подставляя (17) в (13), (14), с учётом (18) получим

$$R_{srr} + \frac{\bar{\lambda}_n}{r^2} R_s + \mu R_s = 0, \quad 0 < r < 1, \quad (19)$$

$$R_s(1) = 0, \quad |R_s(0)| < \infty, \quad (20)$$

$$T_{stt} + \mu T_s(t) = -a_{s,n}(t), \quad 0 < t < \alpha, \quad (21)$$

$$T_s(\alpha) = 0, \quad \beta T_s(0) + \gamma T_{st}(0) = 0. \quad (22)$$

Согласно [11], ограниченным решением задачи (19), (20) является

$$R_s(r) = \sqrt{r} J_{\nu}(\mu_{s,n} r), \quad (23)$$

где $\nu = (n + (m - 2))/2$, $\mu = \mu_{s,n}^2$.

Общее решение уравнения (21) представимо в виде

$$\begin{aligned} T_{s,n}(t) &= c_{1s} \cos \mu_{s,n} t + c_{2s} \sin \mu_{s,n} t + \frac{\cos \mu_{s,n} t}{\mu_{s,n}} \int_0^t a_{s,n}(\xi) \sin \mu_{s,n} \xi d\xi - \\ &\quad - \frac{\sin \mu_{s,n} t}{\mu_{s,n}} \int_0^t a_{s,n}(\xi) \cos \mu_{s,n} \xi d\xi, \end{aligned} \quad (24)$$

где c_{1s} , c_{2s} — произвольные постоянные [10].

Удовлетворив условиям (22), получим систему алгебраических уравнений

$$\begin{cases} c_{1s} \cos \mu_{s,n} \alpha + c_{2s} \sin \mu_{s,n} \alpha = -\frac{\cos \mu_{s,n} \alpha}{\mu_{s,n}} \int_0^{\alpha} a_{s,n}(\xi) \sin \mu_{s,n} \xi d\xi + \\ \quad + \frac{\sin \mu_{s,n} \alpha}{\mu_{s,n}} \int_0^{\alpha} a_{s,n}(\xi) \cos \mu_{s,n} \xi d\xi, \\ \beta c_{1s} + \gamma \mu_{s,n} c_{2s} = 0, \end{cases} \quad (25)$$

которое имеет единственное решение, если выполняется условие (3).

Подставляя (23) в (18), определяем

$$\begin{aligned} r^{-1/2} f_n^k(r, t) &= \sum_{s=1}^{\infty} a_{s,n}(t) J_{\nu}(\mu_{s,n} r), \quad r^{-1/2} \tilde{\varphi}_{1n}^k(r) = \sum_{s=1}^{\infty} b_{s,n} J_{\nu}(\mu_{s,n} r), \\ r^{-1/2} \tilde{\varphi}_{2n}^k(r) &= \sum_{s=1}^{\infty} e_{s,n} J_{\nu}(\mu_{s,n} r), \quad 0 < r < 1. \end{aligned} \quad (26)$$

Ряды (26) — разложения в ряды Фурье—Бесселя [12], если

$$a_{s,n}(t) = 2[J_{\nu+1}(\mu_{s,n})]^{-2} \int_0^1 \sqrt{\xi} f_n^k(\xi, t) J_{\nu}(\mu_{s,n} \xi) d\xi, \quad (27)$$

$$b_{s,n} = 2[J_{\nu+1}(\mu_{s,n})]^{-2} \int_0^1 \sqrt{\xi} \tilde{\varphi}_{1n}^k(\xi) J_{\nu}(\mu_{s,n} \xi) d\xi,$$

$$e_{s,n} = 2[J_{\nu+1}(\mu_{s,n})]^{-2} \int_0^1 \sqrt{\xi} \tilde{\varphi}_{2n}^k(\xi) J_{\nu}(\mu_{s,n} \xi) d\xi, \quad (28)$$

μ_s , $s = 1, 2, \dots$ — положительные нули функций Бесселя $J_{\nu}(z)$, расположенные в порядке возрастания их величины.

Из (23), (24) получим решение задачи (13), (14) в виде

$$v_{1n}^k(r, t) = \sum_{s=1}^{\infty} \sqrt{r} T_{s,n}(t) J_{\nu}(\mu_{s,n} r), \quad (29)$$

где $a_{s,n}(t)$, c_{1s} , c_{2s} определяются из (27), (25).

Далее, подставляя (23) в (15) и (16), с учётом (18) будем иметь задачу

$$V_{stt} + \mu_s^2 V_s = 0, \quad (30)$$

$$V_s(\alpha) = b_{s,n}, \quad \beta V_s(0) + \gamma V_{st}(0) = e_{s,n}. \quad (31)$$

Общее решение уравнения (30) имеет вид

$$V_{s,n}(t) = c'_{1s} \cos \mu_{s,n} t + c'_{2s} \sin \mu_{s,n} t, \quad (32)$$

где c'_{1s} , c'_{2s} — произвольные постоянные. Удовлетворив условиям (31), получим

$$\begin{cases} c'_{1s} \cos \mu_{s,n} \alpha + c'_{2s} \sin \mu_{s,n} \alpha = b_{s,n}, \\ \beta c'_{1s} + \gamma \mu_{s,n} c'_{2s} = e_{s,n}. \end{cases} \quad (33)$$

Из (23), (32) имеем

$$v_{2n}^k(r, t) = \sum_{s=1}^{\infty} \sqrt{r} V_{s,n}(t) J_{\nu}(\mu_{s,n} r), \quad (34)$$

где b_s , e_s , c'_{1s} , c'_{2s} находятся из (28), (33).

Таким образом, из (5), (12) следует, что решением задачи 1 является ряд

$$u(r, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} \left\{ \psi_n^k(t) + r^{(1-m)/2} \left[v_{1n}^k(r, t) + v_{2n}^k(r, t) \right] \right\} Y_{n,m}^k(\theta), \quad (35)$$

где $v_{1n}^k(r, t)$, $v_{2n}^k(r, t)$ определяются из (29), (34).

Отметим следующие свойства нулей функций Бесселя (см. [12, 13]):

1°) если $\mu_{\nu,1}, \mu_{\nu,2}, \dots$ — положительные нули функций $J_{\nu}(z)$, упорядоченные по возрастанию значений, то

$$0 < \mu_{\nu,1} < \mu_{\nu+1,1} < \mu_{\nu,2} < \mu_{\nu+1,2} < \mu_{\nu,3} < \dots, \quad \nu > -1; \quad (36)$$

2°) если $\mu_{\nu}, \mu'_{\nu}, \mu''_{\nu}$ являются наименьшими положительными нулями функций $J_{\nu}(z), J'_{\nu}(z), J''_{\nu}(z)$ соответственно, то справедливы неравенства

$$\begin{aligned} \sqrt{\nu(\nu+2)} < \mu_{\nu} < \sqrt{2(\nu+1)(\nu+3)}, \quad \nu > 0, \\ \sqrt{\nu(\nu+2)} < \mu'_{\nu} < \sqrt{2\nu(\nu+1)}, \quad \nu > 0, \\ \sqrt{\nu(\nu-1)} < \mu''_{\nu} < \sqrt{(\nu^2-1)}, \quad \nu > 1 \end{aligned} \quad (37)$$

и формулы

$$\begin{aligned} \sin z &= z \left(1 - z \sum_{n=1}^{\infty} (4n^2 - 1)^{-1} [J_n(nz)]^2 \right), \\ J_{\nu}(z) &= \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \cos \left(z - \frac{\pi}{2} \nu - \frac{\pi}{4} \right) + O \left(\frac{1}{z^{3/2}} \right), \quad \nu \geq 0, \\ 2J'_{\nu}(z) &= J_{\nu-1}(z) - J_{\nu+1}(z). \end{aligned} \quad (38)$$

Учитывая (36)–(38) и применяя признак Даламбера, можно показать, что ряды (29), (34) и продифференцированные ряды сходятся абсолютно и равномерно.

Далее, используя формулы (38) и оценки [12]

$$|k_n| \leq c_1 n^{m-2}, \quad \left| \frac{\partial^q}{\partial \theta^q} Y_{n,m}^k(\theta) \right| \leq c_2 n^{m/2-1+q}, \quad (39)$$

где $j = 1, 2, \dots, m-1$, $q = 0, 1, \dots$, а также леммы, ограничения на заданные функции $\varphi_1(r, \theta)$, $\varphi_2(r, \theta)$, $\psi(t, \theta)$, аналогично [8, 9] показывается, что полученное решение в виде ряда (35) и дважды продифференцированные ряды сходятся абсолютно и равномерно. Это означает, что решение (35) принадлежит классу $C(\bar{D}_{\alpha}) \cap C^1(D_{\alpha} \cup S_0) \cap C^2(D_{\alpha})$. $\square$

ТЕОРЕМА 2. *Решение задачи 1 единственно тогда и только тогда, когда выполняется условие (3).*

Доказательство. Если выполняется условие (3), то из теоремы 1 вытекает единственность решения задачи 1. Пусть теперь условие (3) нарушено хотя бы для одного $s = p$. Тогда нетривиальным решением однородной задачи, соответствующей задаче 1, является функция

$$u(r, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} n^{-l} r^{(2-m)/2} [\beta \sin \mu_p t - \gamma \mu_p \cos \mu_p t] J_{n+(m-2)/2}(\mu_p r) Y_{n,m}^k(\theta),$$

при этом из (38), (39) следует, что она принадлежит искомому классу, если $l > 3m/2$. $\square$

В заключение отметим, что в [14] для уравнения (1) внутри характеристической области приведены корректные постановки задач Дирихле и Пуанкаре.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Hadamard J.* Sur les problèmes aux dérivés partielles et leur signification physique // *Princeton University Bulletin*, 1902. Vol. 13. Pp. 49–52.
2. *Битсадзе А. В.* Уравнения смешанного типа. М.: АН СССР, 1959. 164 с. [*Bitsadze A. V.* Mixed-Type Equations. Moscow: Akad. Nauk USSR, 1959. 164 pp.]
3. *Нахушев А. М.* Задачи со смещением для уравнений в частных производных. М.: Наука, 2006. 287 с. [*Nakhushhev A. M.* Problems with Displacement for a Partial Differential Equation. Moscow: Nauka, 2006. 287 pp.]
4. *Bourgin D. G., Duffin R.* The Dirichlet problem for the vibrating string equation // *Bull. Amer. Math. Soc.*, 1939. Vol. 45. Pp. 851–858.
5. *Fox D. W., Pucci C.* The Dirichlet problem for the wave equation // *Ann. Mat. Pura Appl.* (4), 1958. Vol. 46. Pp. 155–182.
6. *Нахушев А. М.* Критерий единственности задачи Дирихле для уравнения смешанного типа в цилиндрической области // *Диффер. уравн.*, 1970. Т. 6, № 1. С. 190–191. [*Nakhushhev A. M.* Uniqueness Criterion for the Dirichlet Problem for an Equation of Mixed Type in a Cylindrical Domain // *Differ. Uravn.*, 1970. Vol. 6, no. 1. Pp. 190–191].
7. *Dunninger D. R.; Zachmanoglou E. C.* The condition for uniqueness of the Dirichlet problem for hyperbolic equations in cylindrical domains // *J. Math. Mech.*, 1969. Vol. 18. Pp. 763–766.
8. *Aldashev S. A.* The well-posedness of the Dirichlet problem in the cylindric domain for the multidimensional wave equation // *Math. Probl. Eng.*, 2010. Vol. 2010, 653215. 7 pp.
9. *Алдашев С. А.* Корректность задачи Пуанкаре в цилиндрической области для многомерного волнового уравнения / Современная математика и ее приложения, Т. 67, Уравнения с частными производными, 2010. С. 28–32; *Aldashev S. A.* The well-posedness of the Poincaré problem in the cylindric domain for the higher-dimensional wave equation // *J. Math. Sci. (N. Y.)*, 2011. Vol. 173, no. 2. Pp. 150–154.
10. *Михлин С. Г.* Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения. М.: Физматлит, 1962. 254 с. [*Mihlin S. G.* Higher-dimensional singular integrals and integral equations. Moscow: Fizmatlit, 1962. 254 pp.]
11. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1965. 703 с. [*Kamke E.* Manual of ordinary differential equations. Moscow: Nauka, 1965. 703 pp.]
12. *Erdélyi A., Magnus W., Oberhettinger F., Tricomi F. G.* Higher transcendental functions. Vol. II / ed. H. Bateman. New York – Toronto – London: McGraw-Hill Book Co, Inc., 1953. 396 pp.; русск. пер.: *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. В 3-х т. Т. 2: Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены. М.: Наука, 1974. 295 с.
13. *Тихонов А. Н., Самарский А. А.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966. 724 с. [*Tihonov A. N., Samarskiy A. A.* Equations of mathematical physics. Moscow: Nauka, 1966. 724 pp.]
14. *Алдашев С. А.* Задачи Дирихле и Пуанкаре для многомерного волнового уравнения // *Изв. НАН РК, Сер. физ.-мат.*, 2010. № 1. С. 3–6. [*Aldashev S. A.* Dirichlet and Poincaré problems for higher-dimensional wave equation // *Izv. NAN RK, Ser. Fiz.-Mat.*, 2010. no. 1. Pp. 3–6].

Поступила в редакцию 10/V/2012;
в окончательном варианте — 12/VIII/2012.

MSC: 35L05; 35R25

THE WELL-POSEDNESS OF THE LOCAL BOUNDARY VALUE PROBLEM IN A CYLINDRIC DOMAIN FOR THE MULTI-DIMENSIONAL WAVE EQUATION

S. A. Aldashev

Aktobe State University after K. Zhubanov,
263, Zhubanov Bruthers st., Aktobe, Kazakhstan, 030000.

E-mail: aldash51@mail.ru

This paper proves the unique solvability of the local boundary value problem in a cylindric domain for the multi-dimensional wave equation, which is the generalization of the Dirichlet and Poincare problems. We also obtain the criterion for the uniqueness of the regular solution.

Key words: *multi-dimensional wave equation, cylindrical domain, local boundary value problem, solvability, uniqueness of solutions.*

Original article submitted 10/V/2012;
revision submitted 12/VIII/2012.