Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. В. Стариков, Линеаризованная математическая модель асинхронного электродвигателя как объекта системы частотного управления, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2002, выпуск 16, 175–180

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu117>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.89.56.158

26 апреля 2023 г., 16:48:30

ЛИНЕАРИЗОВАННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ КАК ОБЪЕКТА СИСТЕМЫ ЧАСТОТНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрена математическая модель асинхронного электродвигателя применительно к системе его частотного управления. Проведена линеаризация модели в районе некоторой рабочей точки, разработаны общие и частные структурные схемы асинхронного электродвигателя как объекта управления и найдены передаточные функции по отношению к управляющим и возмущающему воздействиям.

На современном этапе развития автоматизированного электропривода частотно-регулируемые приводы переменного тока находят широкое применение. При этом можно выделить целый ряд различных подходов по принципам их структурного построения: системы подчиненного регулирования с автономными инверторами тока; системы рационального управления с автономными инверторами напряжения; системы векторного управления и др. Все они базируются на математических моделях (как правило, нелинейных) асинхронного электродвигателя различной степени сложности. Тем не менее актуальной является задача получения линеаризованной математической модели асинхронного электродвигателя, позволяющей синтезировать новые принципы построения систем частотного управления.

При математическом описании электрических машин переменного тока широко применяют математическую модель в виде обобщенной двухполюсной двухфазной электрической машины [1, 2]. Трехфазный асинхронный короткозамкнутый электродвигатель с помощью трехфазно-двухфазного преобразования можно привести к обобщенной электрической машине. В рамках общепринятых допущений (о симметричности обмоток статора, гладкости поверхностей статора и ротора, линейности кривой намагничивания, отсутствии потерь на гистерезис и вихревые токи и синусоидальности напряжений и токов) система уравнений [1], описывающих движение асинхронного электродвигателя при частотном управлении, выглядит следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy_{1x}}{dt} &= U_{1x} - \frac{R_1 L_2'}{\Delta} y_{1x} + \frac{R_1 L_0}{\Delta} y_{2x} + w_0 y_{1y}, \\ \frac{dy_{1y}}{dt} &= U_{1y} - \frac{R_1 L_2'}{\Delta} y_{1y} + \frac{R_1 L_0}{\Delta} y_{2y} - w_0 y_{1x}, \\ \frac{dy_{2x}}{dt} &= -\frac{R_2' L_1}{\Delta} y_{2x} + \frac{R_2' L_0}{\Delta} y_{1x} + (w_0 - w) y_{2y}, \\ \frac{dy_{2y}}{dt} &= -\frac{R_2' L_1}{\Delta} y_{2y} + \frac{R_2' L_0}{\Delta} y_{1y} - (w_0 - w) y_{2x}, \\ \frac{dw}{dt} &= \frac{m Z_{\Pi} L_0}{2J\Delta} (y_{1x} y_{2x} - y_{1y} y_{2y}) - \frac{1}{J} M_C, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где y_{1x} и y_{1y} - проекции вектора потокосцепления статора в ортогональной системе координат $x - y$, вращающейся со скоростью магнитного поля; U_{1x} и U_{1y} - проекции изображающего вектора напряжения в той же системе координат; y_{2x} и y_{2y} - соответствующие проекции вектора потокосцепления ротора; L_1 и R_1 - индуктивность и активное сопротивление цепи статора; L_2' и R_2' - приведенные индуктивность и активное сопротивление цепи ротора; L_0 - взаимная индуктивность; w_0 - угловая скорость вращения магнитного поля; w - угловая частота вращения ротора; J - приведенный момент инерции ротора; m - число фаз электродвигателя; Z_{Π} - число пар полюсов; M_C - момент сопротивления на валу электродвигателя; $\Delta = L_1 L_2' - L_0^2$.

Переходя к операторной форме записи, после преобразований получим

$$\left. \begin{aligned} (T_1 p + 1) y_{1X} &= T_1 U_{1X} + \frac{L_0}{L_2'} y_{2X} + T_1 w_0 y_{1Y}, \\ (T_1 p + 1) y_{1Y} &= T_1 U_{1Y} + \frac{L_0}{L_2'} y_{2Y} - T_1 w_0 y_{1X}, \\ (T_2 p + 1) y_{2X} &= \frac{L_0}{L_1} y_{1X} + T_2 (w_0 - w) y_{2Y}, \\ (T_2 p + 1) y_{2Y} &= \frac{L_0}{L_1} y_{1Y} - T_2 (w_0 - w) y_{2X}, \\ J p w &= \frac{m Z_{\Pi} L_0}{2 \Delta} (y_{1X} y_{2X} - y_{1Y} y_{2Y}) - M_C, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Р и с. 1. Структурная схема асинхронного электродвигателя как объекта управления

Р и с. 2. Линеаризованная структурная схема асинхронного электродвигателя при частотном управлении

где p – оператор дифференцирования; $T_1 = \frac{\Delta}{R_1 L_2'}$, $T_2 = \frac{\Delta}{R_2' L_1}$ – электромагнитные постоянные времени цепей статора и ротора. Система уравнений (2) позволяет построить структурную схему асинхронного электродвигателя как объекта управления (рис. 1). За входные управляющие воздействия приняты частота вращения магнитного поля w_0 и проекции вектора напряжения U_{1X} и U_{1Y} . Основным возмущающим воздействием является момент M_C сил сопротивления, а выходной координатой – скорость w вращения ротора электродвигателя.

Анализ структурной схемы и систем уравнений (1) и (2) показывает, что асинхронный электродвигатель в системе частотного управления представляет собой существенно нелинейный объект. Последнее обстоятельство объясняется прежде всего наличием в структуре шести множительных звеньев. Использование такой модели для корректного синтеза системы частотного управления не представляется возможным, поэтому произведем линеаризацию системы (2) уравнений методом разложения основных нелинейных зависимостей в степенной ряд Тейлора в окрестности некоторой рабочей точки с параметрами: U_{1X0} , U_{1Y0} , U_{2X0} и U_{2Y0} . Ограничиваясь пер-

выми членами разложения, получим следующую систему линейных дифференциальных уравнений, описывающих динамику асинхронного электродвигателя в системе частотного управления:

$$\left. \begin{aligned}
(T_1 p + 1) y_{1X} &= T_1 U_{1X} + \frac{L_0}{L_2'} y_{2X} + T_1 y_{1Y0} w_0, \\
(T_1 p + 1) y_{1Y} &= T_1 U_{1Y} + \frac{L_0}{L_2'} y_{2Y} - T_1 y_{1X0} w_0, \\
(T_2 p + 1) y_{2X} &= \frac{L_0}{L_1} y_{1X} + T_2 y_{2Y0} (w_0 - w), \\
(T_2 p + 1) y_{2Y} &= \frac{L_0}{L_1} y_{1Y} - T_2 y_{2X0} (w_0 - w), \\
J p w &= \frac{m Z_{II} L_0}{2 \Delta} (y_{1Y0} y_{2X} - y_{1X0} y_{2Y}) - M_C.
\end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Линеаризованная структурная схема асинхронного электродвигателя при частотном управлении, соответствующая системе уравнений (3), представлена на рис. 2.

Линеаризованная структурная схема позволяет найти передаточные функции по отношению к управляющим и возмущающему воздействиям. Пользуясь принципом суперпозиции, найдем, прежде всего, передаточную функцию по отношению к управляющему воздействию w_0 . Для этого приравняем нулю входные воздействия U_{1X} , U_{1Y} и M_C . Структурная схема асинхронного электродвигателя представлена на рис. 3.

Избавляясь от перекрестных связей переносом соответствующих сумматоров, получим в конечном итоге эквивалентную структурную схему для определения передаточной функции по управляющему воздействию w_0 (рис. 4).

Р и с. 3. Структурная схема асинхронного электродвигателя для определения передаточной функции по управляющему воздействию w_0

Р и с. 4. Эквивалентная структурная схема асинхронного электродвигателя для определения передаточной функции по управляющему воздействию w_0

Здесь

$$W_1(p) = \frac{T_1 p + 1}{\left(1 - \frac{L_0^2}{L_1 L_2'}\right) \left(\frac{T_1 T_2}{1 - \frac{L_0^2}{L_1 L_2'}} p^2 + \frac{T_1 + T_2}{1 - \frac{L_0^2}{L_1 L_2'}} p + 1 \right)}. \quad (4)$$

В соответствии с полученной структурной схемой передаточная функция асинхронного электродвигателя по отношению к управляющему воздействию w_0 имеет вид

$$W_{дв1}(p) = \frac{w(p)}{w_0(p)} = \frac{k_{дв1} \left(\frac{T_1}{k_{дв1}} p + 1 \right)}{T_3 T_M T_1 p^3 + \frac{T_3 T_M (T_1 + T_2)}{T_2} p^2 + \left[T_1 + \frac{T_3 T_M}{T_2} \left(1 - \frac{L_0^2}{L_1 L_2'} \right) \right] p + 1}, \quad (5)$$

где коэффициент передачи двигателя по управлению

$$k_{дв1} = 1 + \frac{T_1 (Y_{1X0}^2 + Y_{1Y0}^2) L_0}{T_2 (Y_{1X0} Y_{2X0} + Y_{1Y0} Y_{2Y0}) L_1}. \quad (6)$$

Кроме того, по аналогии с двигателем постоянного тока здесь введены понятия приведенных электромагнитной T_3 и электромеханической T_M постоянных времени асинхронного электродвигателя, причем

$$T_3 T_M = \frac{2 \Delta J}{m Z_{II} L_0 (Y_{1X0} Y_{2X0} + Y_{1Y0} Y_{2Y0})}. \quad (7)$$

Поскольку передаточная функция асинхронного электродвигателя имеет характеристический полином третьего порядка, условие устойчивости определяется из теоремы Вышнеградского

$$T_1^2 + T_3 T_M \left(1 + \frac{T_1}{T_2} - \frac{L_0^2}{L_1 L_2'} \right) \neq 0 \quad (8)$$

Р и с. 5. Структурная схема для определения передаточной функции по второму управляющему воздействию U_1

и выполняются всегда. Очевидно, что при равенстве нулю момента M_c сопротивления скорости w вращения ротора должна быть равна скорости w_0 вращения магнитного поля. Отсюда следует, что коэффициент $k_{дв}$ передачи по управляющему воздействию должен равняться единице. Отличие от этой величины в формуле (5) объясняется погрешностью линеаризации.

Найдем также передаточную функцию по второму управляющему воздействию – напряжению статора U_1 . При этом будем полагать, что проекции вектора напряжения U_{1X} и U_{1Y} на вращающуюся систему координат изменяются одновременно и пропорционально. Структурная схема для определения этой передаточной функции принимает вид, приведенный на рис. 5.

После несложных структурных преобразований найдем искомую передаточную функцию:

$$W_{дв2}(p) = \frac{w(p)}{U_1(p)} = \frac{k_{дв2}}{T_3 T_M T_1 p^3 + \frac{T_3 T_M (T_1 + T_2)}{T_2} p^2 + \left[T_1 + \frac{T_3 T_M}{T_2} \left(1 - \frac{L_0^2}{L_1 L_2'} \right) \right] p + 1}, \quad (9)$$

где

$$k_{дв2} = \frac{T_1 L_0 (Y_{1Y0} - Y_{1X0})}{T_2 L_1 (Y_{1X0} Y_{2X0} + Y_{1Y0} Y_{2Y0})}. \quad (10)$$

Представляет также интерес определение передаточной функции по управляющему воздействию w_0 для случая, когда производится одновременное управление частотой и амплитудой напряжения статора. Как известно, например, для обеспечения постоянной перегрузочной

способности амплитуду напряжения изменяют пропорционально частоте. Поэтому будем считать, что при таком принципе одновременного регулирования частоты и амплитуды напряжения

$$U_{1X} = U_{1Y} = k_U w_0, \quad (11)$$

где k_U - коэффициент пропорциональности.

С учетом выражения (11) получим структурную схему (рис. 6) асинхронного электродвигателя, соответствующую этому режиму работы.

Передаточная функция асинхронного электродвигателя по отношению к управляющему воздействию w_0 при одновременном регулировании частоты и амплитуды напряжения

$$W_{ДВЗ}(p) = \frac{w(p)}{w_0(p)} = \frac{k_{ДВЗ} \left(\frac{T_1}{k_{ДВЗ}} p + 1 \right)}{T_3 T_M T_1 p^3 + \frac{T_3 T_M (T_1 + T_2)}{T_2} p^2 + \left[T_1 + \frac{T_3 T_M}{T_2} \left(1 - \frac{L_0^2}{L_1 L_2'} \right) \right] p + 1} \quad (12)$$

отличается от аналогичной передаточной функции (5) коэффициентом передачи

$$k_{ДВЗ} = 1 + \frac{T_1 [y_{1X0}^2 + y_{1Y0}^2 + k_U (y_{1Y0} - y_{1X0})] L_0}{T_2 (y_{1X0} y_{2X0} + y_{1Y0} y_{2Y0}) L_1}. \quad (13)$$

Р и с. 6. Структурная схема асинхронного электродвигателя при одновременном регулировании частоты и амплитуды напряжения

Р и с. 7. Структурная схема асинхронного электродвигателя для определения передаточной функции по возмущающему воздействию M_C

Структурная схема для определения передаточной функции асинхронного электродвигателя по отношению к возмущающему воздействию M_c приведена на рис. 7.

Отсюда следует, что

$$W_{дв}(p) = \frac{w(p)}{M_c(p)} = - \frac{\frac{T_\Sigma T_M \left(1 - \frac{L_0^2}{L_1 L_2'}\right)}{JT_2} \left(\frac{\frac{T_1 T_2}{1 - \frac{L_0^2}{L_1 L_2'}} p^2 + \frac{T_1 + T_2}{1 - \frac{L_0^2}{L_1 L_2'}} p + 1 \right)}{T_\Sigma T_M T_1 p^3 + \frac{T_\Sigma T_M (T_1 + T_2)}{T_2} p^2 + \left[T_1 + \frac{T_\Sigma T_M}{T_2} \left(1 - \frac{L_0^2}{L_1 L_2'}\right) \right] p + 1}. \quad (14)$$

Анализ знаменателей полученных передаточных функций позволяет в первую очередь проанализировать зависимость инерционных свойств асинхронного электродвигателя в функции заданной частоты ω_0 вращения магнитного поля. Эта зависимость проявляется прежде всего в изменении начальных условий U_{1X0} , U_{1Y0} , U_{2X0} и U_{2Y0} , которые входят в выражение для произведения постоянных времени $T_\Sigma T_M$.

Таким образом, несмотря на то, что расчетные значения коэффициентов передачи и постоянных времени могут отличаться от реальных, полученные передаточные функции позволяют проанализировать динамические свойства асинхронного электродвигателя как объекта и сформулировать корректный подход к синтезу системы частотного управления.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Михайлов О. П. Автоматизированный электропривод станков и промышленных роботов. М.: Машиностроение, 1990. 302 с.
2. Ковчин С. А., Сабинин Ю. А. Теория электропривода. СПб.: Энергоатомиздат, 1994. 292 с.