Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Н. Довбыш, Математическое моделирование системы индукционного нагрева линии по уничтожению взрывателей, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2002, выпуск 16, 184–187

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu119>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.82.47.9

26 апреля 2023 г., 16:28:03

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ЛИНИИ ПО УНИЧТОЖЕНИЮ ВЗРЫВАТЕЛЕЙ

Рассмотрены вопросы расчета электромагнитных и тепловых полей в системе по уничтожению взрывателей численными методами.

Одним из эффективных способов уничтожения огневой цепи взрывателя с суммарной навеской до 3 г является интенсивный нагрев корпуса до температуры воспламенения взрывчатого вещества. Для гарантированного инициирования взрывного горения необходимо создать мощный тепловой импульс, обеспечивающий локальный нагрев той части корпуса взрывателя, в которой находится навеска взрывчатого вещества. Известные способы и установки с внешним нагревом за счет теплопередачи от нагретых стенок камеры оказываются неэкономичными и малопродуктивными в силу большой тепловой инерции процесса и отсутствия полной гарантии уничтожения огневой цепи. Сравнительный анализ способов теплового инициирования огневой цепи взрывателя позволяет сделать вывод о перспективности и конкурентоспособности установок с индукционным нагревом корпуса взрывателя токами высокой частоты.

Процесс индукционного нагрева корпуса взрывателя описывается системой дифференциальных уравнений Максвелла и Фурье соответственно для электромагнитного и температурных полей. В общем случае это система нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, так как физические свойства стали зависят от температуры изделия и напряженности электромагнитного поля. Решение этой взаимосвязанной системы уравнений может быть получено численными методами для каждого конкретного случая применения индукционного нагрева. Однако при этом трудно выявить общие закономерности во взаимосвязях параметров процесса нагрева.

Процесс непрерывного индукционного нагрева корпуса взрывателя в щелевом индукторе можно представить как нагрев цилиндрического тела ограниченной длины, ось симметрии которого перпендикулярна направлению движения изделия через индуктор. Ряд особенностей процесса позволяет упростить модель и обеспечить при этом достаточную точность. Действительный характер зависимости функции распределения мощности источников внутреннего тепловыделения от температуры можно заменить зависимостью этих параметров от пространственных координат, а учитывая сравнительно низкие температуры нагрева (до 400 °С), можно без существенных погрешностей принять их постоянными в течение всего процесса нагрева. С учетом принятых допущений процесс непрерывного нагрева описывается линейным неоднородным дифференциальным уравнением вида

$$\frac{\partial T(r, z, t)}{\partial t} = a \left[\frac{\partial^2 T(r, z, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial r} \right] + a \frac{\partial^2 T(r, z, t)}{\partial z^2} + \frac{w(r, z, t)}{c \cdot g} \quad (1)$$

с краевыми условиями второго или третьего рядов. Здесь z – аксиальная координата корпуса изделия.

Индукционные нагревательные установки относятся к объектам с распределенными параметрами. В общем случае математическое описание таких объектов представляет собой систему нелинейных дифференциальных и интегральных уравнений. Управляющими воздействиями являются пространственно распределенные внутренние источники тепла. При заданных электро- и теплофизических свойствах материала заготовки распределение и мощности внутренних источников тепла определяются многими факторами, в том числе конструктивными параметрами индукционного нагревателя, электрической схемой включения, напряжением на индукторе, частотой тока. Отсюда видна тесная связь задачи управления индукционными нагревателями с задачей их конструирования и проектирования. Это требует совместного проектирования как технических устройств, обеспечивающих технологический процесс, так и системы управления ими. Цифровое моделирование представляет собой наиболее эффективный способ исследования и оптимизации устройств индукционного нагрева (УИН).

В любом технологическом процессе в УИН преобладающую роль играют электромагнитные и тепловые явления, поэтому наиболее важны так называемые электротепловые модели, т.е. модели, основанные на численном решении уравнений электромагнетизма и теплопроводности. Такие модели учитывают взаимное влияние электромагнитного и температурного полей

в процессе нагрева и дают исчерпывающую характеристику индукционного устройства с точки зрения потребления энергии от внешнего источника питания и выделения ее в нагрузку.

На основании вышеизложенного более удобным методом для решения поставленной задачи является метод конечных элементов. Исходная постановка нелинейной электромагнитной задачи выражается через векторный потенциал общим уравнением Пуассона в двумерной осесимметричной области $V(r, z)$:

$$\frac{1}{\gamma} \left[\frac{1}{m_a(r, z)} * \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right] + \frac{1}{\gamma} \left[\frac{1}{m_a(r, z)} * \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right] - j\omega g A(r, z) - J_0 = 0. \quad (2)$$

Здесь A – векторный магнитный потенциал; J_0 – плотность тока внешних источников; B – магнитная индукция; $m_a = \mu\mu_0$ – абсолютная магнитная проницаемость среды; γ – удельная электрическая проводимость; $\omega = 2\pi f$ – цилиндрическая частота питающего тока; $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

В качестве граничных условий для определенности задачи примем наиболее общее условие – равенство нулю векторного потенциала на границе расчетной области, находящейся в бесконечности. В реальной ситуации граница области должна быть достаточно удалена от источников тока, где энергия магнитного поля действительно спадает почти до нуля. В плоскостях геометрической симметрии полагается перпендикулярность линий потока этим плоскостям:

$$A|_{S_1 \in S} = 0; \quad \frac{\partial A}{\partial n}|_{S_2 \in S} = 0, \quad (3)$$

где S_1 – удаленная граница области Q ; S_2 – граница плоскостей симметрии. Заметим, что указанная постановка задачи охватывает самые общие электромагнитные явления и позволяет рассчитывать практически весь класс устройств индукционного нагрева, который может быть математически описан двумерным уравнением.

Последующая идеология расчета векторного магнитного потенциала A основывается на вариационных принципах, когда решение системы (2) ищется путем минимизации нелинейного функционала, выражающего энергию электромагнитного поля:

$$F(A) = \frac{1}{2} \iint_Q \left[\frac{1}{\gamma} \left(\frac{1}{m_a} \right) \frac{\partial A}{\partial r} \right]^2 + \frac{1}{2} \iint_Q j\omega g |A|^2 drdz + \frac{1}{2} \iint_Q J_0 A drdz. \quad (4)$$

В дискретной модели функционал (4) определяется суммой вкладов всех конечных элементов, входящих в ансамбль, $F(A) = \sum_{i=1}^{ne} F_i(A)$, а условие минимума приобретает вид

$$\frac{\partial F}{\partial A_i} = \sum_{i=1}^{ne} \frac{\partial F_i}{\partial A_i} = 0, \text{ где } ne - \text{полное число КЭ дискретной модели.}$$

В реальной ситуации расчет коэффициентов элементарных матриц и их ансамблирование осуществляется одновременно, при этом исходное уравнение в частных производных (2) заменяется системой алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами вида

$$[K] + j[\omega]A + [R] = 0. \quad (5)$$

Краевые условия типа $A = 0$ учитываются путем принудительного исключения столбцов и строк глобальных матриц, относящихся к узлам дискретной системы, лежащим на удаленных границах S области Q . Условия симметрии удовлетворяются при ансамблировании элементов автоматически. Распределенные параметры магнитного поля вычисляются по второму выражению системы:

$$B_r = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{1}{2S^e} \sum_i c_i A_i; \quad B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} = \frac{1}{2S^e r^e} \sum_i (a_i + b_i r^e + c_i z^e) A_i; \\ I_A = \frac{B_z}{m_a}, \quad z^e = \frac{1}{3} (z_i + z_j + z_k).$$

Напряженность электрического поля: $E = j\omega A$.

Заметим, что в силу принятой линейной интерполяции A составляющие магнитной индукции $[B_r, B_z]$ внутри отдельных элементов постоянны, в то время как векторный потенциал A и напряженность электрического поля E изменяются линейно.

Мощность внутренних источников тепла, характеризующая нагрев проводящих тел индукционной системы, вычисляется для каждого КЭ по закону Джоуля - Ленца: $P = \int_V I^2 r dV$, где интегрирование проводится по объему V тела, образованного при вращении элемента вокруг оси Z .

Для учета нелинейной зависимости $\mu_a(H)$ в ферромагнитных областях разработан итерационный алгоритм многократного решения результирующей системы уравнений (5). В начальной стадии расчета задается значение $\mu_a = \text{const}$ по всей области ферромагнитных элементов, затем вычисляются распределенные параметры поля, что позволяет на следующей стадии расчета корректировать μ_a внутри каждого ферромагнитного элемента в зависимости от значения H в данной области. Итерации повторяются до полной сходимости процесса (3-5 итераций).

Р и с. 1. Распределение магнитного поля в системе «индуктор-загрузка»

Р и с. 2. Распределение температуры в цилиндрической части взрывателя

На рис.1 представлены результаты расчета электромагнитного поля в системе «индуктор – загрузка». Система состоит из шин индуктора 1 (показана половина), пластины конвейера 2, тонкого цилиндра 3 взрывателя, массивной части 5 взрывателя и установочной гильзы 4. Использование цветных металлов при изготовлении пластины и гильзы позволило уменьшить потери мощности на непроизводительный нагрев до 13%.

Разработка математической численной модели тепловых процессов в заготовке предназначена для получения полной картины температурного поля при движении заготовки на конвейере. Использование численного метода позволяет достаточно точно рассчитать исходное тепловое состояние системы «оболочка-наполнитель». Затем с помощью аналитических моделей можно произвести расчет системы управления, так как в данной ситуации можно произвести линеаризацию объекта ввиду сравнительно малого диапазона ее изменения, что приводит задачу к линейной. Таким образом, разработка математической модели тесно связана с ориентацией на приложения.

Математическая модель нелинейной задачи теплопроводности с внутренним тепловыделением в цилиндрических координатах имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a(T) \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{z^2} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + \frac{1}{c(T)g(T)} W(r, z, t) \quad (6)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} -l(T) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_1} &= a(z) [T_c - T(0, z, t)] - q(0, z, t) + es_0 [T_c^4 - T^4(0, z, t)], \\ -l(T) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} &= a(r) [T_c - T(r, 0, t)] - q(r, 0, t) + es_0 [T_c^4 - T^4(r, 0, t)]. \end{aligned}$$

Следуя МКЭ, дифференциальному уравнению (6) ставится в соответствие вариационная формулировка о минимизации энергетического функционала, характеризующего тепловое состояние тела:

$$c = \iint_S \left[\frac{1}{2} l r \left(\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right) + c g \frac{\partial T}{\partial t} - W T \right] dr dz + \frac{1}{2} \int_{L_h} h (T^2 - 2 T_c T) dL + \int_{L_q} q T dL,$$

где L_h – граница с конвективным теплообменом, $h = \frac{\alpha}{l}$; L_q – граница, которую пронизывает поток q . Полученные матрицы $[K]$, $[C]$ и $\{F\}$ с учетом замены временной производной $\frac{\partial T}{\partial t}$ конечно-разностным аналогом объединяем в систему уравнений (схема Галеркина):

$$\left(\frac{[C]}{\Delta t} + \frac{2}{3} [K] \right) \{T\}_{n+1} = \left(\frac{[C]}{\Delta t} - \frac{1}{3} [K] \right) \{T\}_n + \{F\}_n,$$

где Δt – временной шаг, n – номер шага.

На рис.2 показано распределение температуры внутри стали взрывателя 1 и внутри наполнителя 2 после нагрева в течение 20 с. Как видно из рис.2, имеется значительный градиент по длине, что обусловлено малой толщиной стенки цилиндра взрывателя 1 и большой величиной теплового потока внутрь массивной части. Внутри наполнителя 2 наблюдается значительной перепад температур по толщине, что обусловлено малой величиной коэффициента теплопроводности материала. Несмотря на яркий поверхностный эффект, о чем говорит небольшая ширина зоны в стали, соответствующая глубине проникновения Δ , по толщине оболочки градиента не наблюдается. Отсюда можно сделать вывод о том, что для гарантированного воспламенения наполнителя необходимо обеспечить управление нагревом в середине цилиндрической части взрывателя.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Демирчян К.С., Солнышкин Н.И. Расчет трехмерных магнитных полей методом конечных элементов // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1975. № 5. С.39–49.
2. Слухоцкий А.Е., Демидович В.Б., Немков В.С., Полевиков Б.С. Цифровое моделирование и оптимизация индукционных нагревателей // Электротехническая промышленность. Сер. Электротермия. М.: Информэлектро, 1979. Вып.9(205). С.5-7.
3. Шамов А.Н., Бодажков В.А. Проектирование и эксплуатация высокочастотных установок. Л.: Машиностроение, 1974. 280 с.