Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. С. Глущенко, А. Ю. Саранцев, Упругопластическое деформирование хаотически армированного композиционного материала с эллипсоидальными включениями, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2002, выпуск 16, 192–193

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu121>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.73.92

26 апреля 2023 г., 18:06:01

Краткие сообщения

Механика деформируемого твердого тела

УДК 539.378

В.С. Глущенков, А.Ю. Саранцев

УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ХАОТИЧЕСКИ АРМИРОВАННОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА С ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

Получены макроскопические определяющие соотношения упругопластического деформирования композиционных материалов, образованных связующей матрицей с эллипсоидальными включениями различных конфигураций и материалов.

Пусть композиционный материал образован компонентами, соединенными между собой с идеальной адгезией, первый из которых играет роль матрицы - V_m , а другие n - роль отдельных хаотически распределенных в матрице включений различных материалов формы эллипсоидов с главными полуосями $a_1^{(s)}, a_2^{(s)}, a_3^{(s)}$. Причем $V_f = \sum_{s=1}^n V_s$, где V_f - объем всех включений, V_s - объем s -того компонента.

Исходные локальные уравнения упругопластического деформирования имеют вид

$$s_{ij} = 2 m_{m;s} (\sqrt{e_{kl} e_{kl}}) e_{ij}, \quad s_{pp} = 3 K_{m;s} e_{pp}. \quad (1)$$

Здесь $m_{m;s}(\sqrt{e_{kl} e_{kl}})$ - нелинейные модули пластичности сдвига; $K_{m;s}$ - объемные модули;

$s_{ij} = s_{ij} - \frac{1}{3} s_{kk}$, $e_{ij} = e_{ij} - \frac{1}{3} e_{kk}$ - девиаторные части тензоров напряжений и деформаций; s_{ij} , e_{ij} - тензоры напряжений и малых упругопластических деформаций.

Геометрическая структура композита описывается индикаторными функциями $c_m(\mathbf{r})$, $c_f(\mathbf{r})$, $c_s(\mathbf{r})$ ($s = \overline{1, n}$), равными единице в объемах V_m , V_f , V_s и нулю вне этих объемов соответственно. Здесь $\mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3)$ - радиус-вектор координат.

Эллипсоидальные включения будем описывать характеристическими функциями $c_{s,a}(\mathbf{r})$ ($a = \overline{1, s_a}$), равными единице в объемах $V_{s,a}$ включений направления a конфигурации

s . Тогда $c_f(\mathbf{r}) = \sum_{s=1}^n c_s(\mathbf{r})$, $c_s(\mathbf{r}) = \sum_{a=1}^{s_a} c_{s,a}(\mathbf{r})$, $V_s = \sum_{a=1}^{s_a} V_{s,a}$.

Исходные локальные уравнения (1) являются нелинейными. Линеаризуем их, пренебрегая флуктуациями деформаций в пределах объемов матрицы и объемов эллипсоидальных включений конфигураций s , положив $L_{m;s} = \sqrt{\langle e_{kl} \rangle_{m;s} \langle e_{kl} \rangle_{m;s}}$. Здесь угловыми скобками обозначены средние значения по соответствующим объемам. Тогда

$$s_{ij}(\mathbf{r}) = 2 m_m e_{ij}(\mathbf{r}) + 2 \sum_{s=1}^n [m_s] c_s(\mathbf{r}) e_{ij}(\mathbf{r}), \quad s_{pp}(\mathbf{r}) = 3 K_m e_{pp}(\mathbf{r}) + 3 \sum_{s=1}^n [K_s] c_s(\mathbf{r}) e_{pp}(\mathbf{r}). \quad (2)$$

Здесь $[m_s] = m_s(L_s) - m_m(L_m)$, $[K_s] = K_s - K_m$. После осреднения по полному объему композита, уравнения (2) преобразуются к виду

$$\langle s_{ij} \rangle = 2 m_m \langle e_{ij} \rangle + 2 \sum_{s=1}^n [m_s] c_s \langle e_{ij} \rangle_s, \quad \langle s_{pp} \rangle = 3 K_m \langle e_{pp} \rangle + 3 \sum_{s=1}^n [K_s] c_s \langle e_{pp} \rangle_s. \quad (3)$$

Для нахождения эффективных соотношений применим вариант метода осреднения [1] к

системе уравнений, состоящих из уравнений (2), уравнений равновесия и формул Коши. В результате получим систему тензорных уравнений для определения деформаций, осредненных по объемам компонентов:

$$\left[c_m I_{ijkl} + \sum_{s=1}^n K_{ijkl}^{(s)} \right] \sum_{p=1}^n (2[m_p] + d_{ij} d_{kl} [I_p]) c_p \langle e_{kl} \rangle_p = \sum_{s=1}^n (2[m_s] + d_{ij} d_{kl} [I_s]) K_{ijkl}^{(s)} \langle e_{kl} \rangle_s. \quad (4)$$

Здесь $Z_{ijkl}^{(s,a)} = S_{ijkl}^{(s,a)} - d_{ij} \frac{n_m}{1+n_m} S_{ppkl}^{(s,a)}, S_{ijkl}^{(s,a)}$ - компоненты тензора Эшелби, записанные в лабораторной системе координат эллипсоидальных включений направления a ,

$$P_{ijkl}^{(s,a)} = \frac{1}{2m_m} [2[m_m] Z_{ijkl}^{(s,a)} + d_{kl} [I_m] Z_{ijpp}^{(s,a)}], Q_{ijkl}^{(s,a)} = [I_{ijkl} + P_{ijkl}^{(s,a)}]^{-1}, K_{ijkl}^{(s)} = \sum_{a=1}^{s_a} c_{s,a} Q_{ijkl}^{(s,a)}.$$

Если эллипсоидальные включения ориентированы равновероятно $c_{s,1} = c_{s,2} = \dots = c_{s,s_a}$, то тензоры четвертого ранга $K_{ijkl}^{(s)} = \sum_{a=1}^{s_a} c_{s,a} Q_{ijkl}^{(s,a)}$ будут изотропными, и их общее представление будет

иметь вид $K_{ijkl}^{(s)} = c_s (a_s I_{ijkl} + b_s d_{ij} d_{kl})$, $a_s = \frac{1}{15} [3Q_{pppq}^{(s)} - Q_{ppqq}^{(s)}]$, $b_s = \frac{1}{15} [Q_{pppq}^{(s)} - 2Q_{ppqq}^{(s)}]$.

Подставляя эти соотношения в тензорное уравнение (4) и выделяя объемную и девиаторную части, находим деформации, осредненные по объемам матрицы и включений:

$$L_s = \frac{a_s}{c_m + \sum_{s=1}^n c_s a_s} \langle e_{ij} \rangle, \langle e_{pp} \rangle_s = \frac{g_s}{c_m + \sum_{s=1}^n c_s g_s} \langle e_{pp} \rangle, L_m = \frac{1}{c_m + \sum_{s=1}^n c_s a_s} \langle e_{ij} \rangle. \quad (5)$$

Здесь $g_s = a_s - 3b_s$.

Макроскопический закон упругопластического деформирования хаотически армированного композиционного материала имеет вид

$$\langle s_{ij} \rangle = 2m_m^* (L_m, L_1, \dots, L_n) \langle e_{ij} \rangle; \quad \langle s_{pp} \rangle = 3K^* (L_m, L_1, \dots, L_n) \langle e_{pp} \rangle. \quad (6)$$

Эффективные тензоры пластичности вычисляются по формулам

$$m^* = m_m + \frac{\sum_{s=1}^n [m_s] c_s a_s}{c_m + \sum_{s=1}^n c_s a_s}, K^* = K_m + \frac{\sum_{s=1}^n [K_s] c_s g_s}{c_m + \sum_{s=1}^n c_s g_s}.$$

Параметры линеаризации необходимо вычислять по формулам (5) после задания вида функций $m(L_{m,s})$ на основе экспериментальных данных, вычисляя инварианты a_s, b_s , полученные после обращения тензоров $I_{ijkl} + P_{ijkl}^{(s)}$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Глуценков В.С., Сараев Л. А., Хохрякова Ю. В. Малые упругопластические деформации композиционного материала, хаотически армированного эллипсоидальными включениями // Вестн. СамГУ. 2001. № 2(20). С. 121-125.