Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Е. Н. Бондарев, Об одном методе расчета исполнительного механизма из сплава с памятью формы, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2002, выпуск 16, 194–197

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu122>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.6.47.48

26 апреля 2023 г., 10:58:29

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО МЕХАНИЗМА ИЗ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ

На основании гипотезы о тождественности напряженно-деформированного состояния сплавов с памятью формы (СПФ) в условиях генерации напряжений при отогреве и в условиях обычного нагружения предложен простой метод расчета максимальных усилий, генерируемых элементом из СПФ. Приведен пример подобного расчета.

Способность сплавов с памятью формы (СПФ) генерировать макронапряжения в процессе возврата исходной формы при отогреве через интервал температур обратного мартенситного превращения [1, 2] позволяет использовать их одновременно в качестве конструкционного и функционального материала. К настоящему времени предложен ряд вариантов теории деформирования СПФ [1, 3, 4]. Однако существует класс задач, важных с точки зрения технических приложений, которые могут быть исследованы без привлечения математического аппарата упомянутой выше теории. Действительно, на основании гипотезы о тождественности напряженно-деформированного состояния СПФ в условиях генерации напряжений при отогреве и в условиях обычного нагружения [5, 6, 7] можно производить аналитический расчет силовых и геометрических характеристик элемента из СПФ, опираясь на результаты соответствующей упругой или упругопластической задачи.

В данной работе приводится пример такого расчета для исполнительного механизма из СПФ, представляющего собой цилиндрическую пружину, радиус которой равен R , расстояние между осями витков – $2\pi h$. Радиус поперечного кругового сечения витков обозначен буквой a . На рисунке изображена четвертая часть витка пружины, а также оси систем координат, используемых при записи решения задачи: x_1, x_2, x_3 – пространственные декартовы прямоугольные координаты; r, θ, x_3 – пространственные цилиндрические координаты; Z, X – декартовы прямоугольные координаты, отнесенные к центру поперечного сечения

Схема части витка пружины

ния витков пружины.

В конечном отогретом состоянии пружина из СПФ генерирует макроусилие P во взаимодействии с некоторой противодействующей системой, например жестким препятствием. Поставленная таким образом задача в некотором смысле является обратной к задаче о сжатии пружины парой сил P , действующих вдоль ее оси. Заимствуя результаты ее решения [8], запишем выражения первых приближений для ненулевых компонент тензоров напряжений и деформаций:

$$t_{rJ} = \frac{2M}{\pi a^4} z = \frac{2PR}{\pi a^4} z, \quad t_{Jx3} = \frac{2M}{\pi a^4} x = \frac{2PR}{\pi a^4} x; \quad (1)$$

$$g_{rJ} = \Delta j \cdot z = \frac{2PR}{G\pi a^4} z, \quad g_{Jx3} = \Delta j \cdot x = \frac{2PR}{G\pi a^4} x. \quad (2)$$

Здесь G – модуль упругости материала на сдвиг; $M=PR$ – закручивающий момент в поперечном сечении витка, порожденный парой сил P . Формулы (1) и (2) записаны в предположении, что величины a и h малы по сравнению с R .

Напомним физический смысл коэффициента Δj . Это угол кручения поперечного сечения витка, отнесенный к единице длины. В случае упругого деформирования

$$\Delta j = \frac{2PR}{Gpa^4}, \quad (3)$$

что и записано в (2).

Из формул (1) ясно, что генерируемое макроусилие в условиях отсутствия необратимых пластических деформаций достигает своего максимального значения $P_{\max}$, когда интенсивность тензора напряжений $t = \sqrt{t_{rJ}^2 + t_{Jx3}^2}$ становится равной пределу пластичности на сдвиг τ_s во внешнем слое витков $r = \sqrt{x^2 + z^2} = a$. При этом получаем

$$\frac{2P_{\max}R}{pa^3} = t_s$$

или окончательно

$$P_{\max} = \frac{pa^3 t_s}{2R}. \quad (4)$$

Таким образом, соотношение (4) позволяет определить максимальное усилие, которое может обеспечить пружина из СПФ без потери способности к полному возврату неупругих деформаций памяти формы, что особенно важно для механизмов многократного пользования.

Для того, чтобы оценить изменение длины пружины и таким образом определить перемещение, которое она может обеспечить, запишем параметрические уравнения пружины как винтовой линии

$$\mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3) = (R \cos J, R \sin J, hJ) \quad (5)$$

и вычислим кручение ϕ [9]:

$$j = -\frac{1}{k^2} \cdot \left(\frac{d\mathbf{r}}{ds} \times \frac{d^2\mathbf{r}}{ds^2} \right) \cdot \frac{d^3\mathbf{r}}{ds^3}.$$

Здесь s – текущее значение длины дуги кривой, k – ее кривизна, задаваемая формулой

$$k^2 = \left(\frac{d^2x_1}{ds^2} + \frac{d^2x_2}{ds^2} + \frac{d^2x_3}{ds^2} \right)^2.$$

Учитывая, что для параметрического представления (5) переход к переменной θ в операторе дифференцирования d^k/ds^k записывается соотношением

$$\frac{d^k}{ds^k} = \frac{d^k}{dJ^k} \cdot \left(\frac{dJ}{ds} \right)^k = \frac{d^k}{dJ^k} \cdot \frac{1}{(ds/dJ)^k} = \frac{d^k}{dJ^k} \cdot \frac{1}{(\sqrt{R^2 + h^2})^k},$$

из двух последних формул легко получаем

$$k^2 = \left(\frac{R}{R^2 + h^2} \right)^2, \quad j = -\frac{h}{R^2 + h^2}. \quad (6)$$

Если пружина находится в ненагруженном состоянии, то начальное кручение $j_0 = -h_0/(R^2 + h_0^2)$ есть геометрическая характеристика пространственной кривой. При наложении внешних нагрузок кручение изменяется и принимает некоторое значение ϕ . При этом его приращение

$$\Delta j = j - j_0 = \frac{h_0}{R^2 + h_0^2} - \frac{h}{R^2 + h^2}$$

есть результат деформирования витков пружины. Полагая $h - h_0 = \Delta h$, разложим последнее соотношение в ряд, удерживая лишь первые степени отношения $\Delta h/R^2$. В результате получаем

$$\Delta j = -\frac{\Delta h}{R^2} \left(1 - 3 \left(\frac{h_0}{R} \right)^2 \right), \quad (7)$$

что в случае упругих деформаций с учетом (3) дает выражение

$$-\Delta h = \frac{2R^3 P}{Gpa^4} \left(1 + 3 \left(\frac{h_0}{R} \right)^2 \right). \quad (8)$$

Знак минус соответствует, очевидно, укорочению пружины. Соотношение (8), умноженное на 2π , и дает искомую связь генерируемого усилия P и соответствующего ему изменения длины пружины $2\pi\Delta h$ в расчете на один виток. Таким образом,

$$2p\Delta h = \frac{4P_{\max} R^3}{Ga^4} \left(1 + 3 \left(\frac{h_0}{R} \right)^2 \right). \quad (9)$$

Знак минус здесь опущен без потери, очевидно, существа задачи.

Приведем пример числового расчета. Пусть $G = 3,6 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, $t_s = 1,73 \cdot 10^8 \text{ Па}$, $a = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $R = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, $2ph_0 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$. Тогда, согласно (4) и (9), имеем $P_{\max} \cong 1359 \text{ Н} \cong 136 \text{ кг}$, $2p\Delta h \cong 45,1 \cdot 10^{-4} \text{ м} \cong 0,45 \text{ см}$.

Таким образом, пружина, например, в 10 витков, длина которой в свободном состоянии 40 см, а в полностью сжатом – 10 см, может обеспечить усилие взаимодействия в 136 кг и при этом осуществить перемещение некоторой массы на расстояние около 25 см.

Необходимо отметить, что предлагаемый метод расчета будет корректен при выполнении следующих ограничений: 1) образец из СПФ не накапливает необратимых деформаций при термоциклировании; 2) в охлажденном состоянии образец продеформирован в пределах обратимых деформаций памяти формы; 3) в конечном отогретом состоянии напряжения в образце не превосходят предела пластичности высокотемпературной фазы СПФ.

Последнее ограничение принято в расчет в формуле (4), первое – обеспечивается «термомеханической тренировкой» образца [10] и является существенным для механизмов многоазового использования.

Второе ограничение допускает простую интерпретацию. Известно, что в условиях кручения деформации достигают наибольших значений во внешних слоях витков $\rho = a$. Таким образом, имеем ограничение на интенсивность тензора деформаций $g = \sqrt{g_{rJ}^2 + g_{J\lambda 3}^2}$ при $\rho = a$, аналитическая форма которого получается из (2):

$$\alpha \geq g = |\Delta j| \cdot a,$$

что с учетом (7) записывается в виде

$$a \geq \frac{\Delta h_{\max} \cdot a}{R^2} \left(1 - 3 \left(\frac{h_0}{R} \right)^2 \right)$$

Здесь α – это интенсивность тензора деформаций памяти формы, $\Delta h_{\max}$ – максимальное изменение длины пружины в расчете на виток, допустимое при предварительном деформировании элемента в охлажденном состоянии.

Отметим в заключение, что при принятых в настоящей работе числовых параметрах пружины ее полное сжатие, соответствующее равенству $2\pi\Delta h = 2\pi h_0 - 2a$, влечет появление деформаций

$$g = \frac{a}{R^2} \left(h_0 - \frac{a}{p} \right) \cdot \left(1 - 3 \left(\frac{h_0}{R} \right)^2 \right),$$

численное значение которых $g \cong 0,031$ существенно меньше деформаций памяти формы $a = 0,06$, например для сплава NiTi [2].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Лихачев И. А. Эффекты памяти формы. Проблемы и перспективы // Изв. вузов. Физика. 1985. N 5. С. 21-40.
2. Займовский В. А. и др. Параметры ЭЗФ сплавов ТН-1 и ТН-1К, легированных медью // Сверхупругость, эффект памяти формы и их применение в новой технике: Тез. докл. науч.-техн. конф. Томск, 1985. С. 140.
3. Бондарев Е.Н. Поверхности неупругого деформирования формозапоминающих сплавов.// Прочность и долговечность элементов конструкций: Сб. науч. тр. Куйбышев: Куйбыш. политехн. ин-т, 1983. С. 38-48.

4. *Мовчан А.А. и др.* Поведение активатора, содержащего стержень из сплава с памятью формы и упругий элемент смещения // *Механика композиционных материалов и конструкций*. 1997. 3. N 2. С. 87-100.
5. *Бондарев Е.Н.* Оценка напряжений, генерируемых сплавами с памятью формы // *Изв. вузов. Машиностроение*. 1987. N 11. С. 12-16.
6. *Лихачев В.А. и др.* Закономерности генерирования напряжений в сплавах // *Проблемы прочности*. 1983. N 4. С.72-74.
7. *Хачин В.Н.* Мартенситная неупругость сплавов // *Изв. вузов. Физика*, 1985. N 5. С. 88-103.
8. *Тимошенко С.П., Гудьер Дж.* Теория упругости. М.: Наука, 1979. 560 с.
9. *Смирнов В.А.* Курс высшей математики. Т.2. М.: Высш. школа, 1970. 610 с.
10. *Лихачев В.А., Кузьмин С.Л., Бизюкова Л.А.* Эффект обратимой памяти формы после термической тренировки железомарганцевых сплавов / *Сверхупругость, эффект памяти формы и их применение в новой технике: Тез. докл. научн.-техн. конф. Томск, 1985. С. 103.*