Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. Х. Бештоков, О сходимости итерационного процесса для псевдопараболического уравнения третьего порядка с нелокальными краевыми условиями в многомерной области, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2013, выпуск 2(), 113–119

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu1234>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.73.92

26 апреля 2023 г., 15:54:03

Уравнения математической физики

УДК 519.635

О СХОДИМОСТИ ИТЕРАЦИОННОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С НЕЛОКАЛЬНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ В МНОГОМЕРНОЙ ОБЛАСТИ**М. Х. Бештоков**Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х. М. Бербекова
Россия, 360004, Нальчик, ул. Чернышевского, 173.

E-mail: beshtokov_maurat@rambler.ru

Рассматривается нелокальная краевая задача для псевдопараболического уравнения третьего порядка в многомерной области. С помощью итерационного метода решение нелокальной краевой задачи сводится к решению последовательности локальных задач. Получена априорная оценка сходимости итерационного метода в норме $W_2^1(G)$.

Ключевые слова: краевые задачи, нелокальное условие, априорная оценка, итерационный процесс, уравнение третьего порядка, псевдопараболическое уравнение.

В замкнутом цилиндре $\overline{Q}_T = \overline{G} \times [0 \leq t \leq T]$, основанием которого является p -мерный прямоугольный параллелепипед

$$\overline{G} = \{x = (x_1, \dots, x_p) : 0 \leq x_\alpha \leq l_\alpha, \alpha = 1, 2, \dots, p\}$$

с границей Γ , $\overline{G} = G \cup \Gamma$, рассматривается нелокальная краевая задача

$$u_t = Lu + f(x, t), \quad (x, t) \in Q_T, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \Pi_\alpha(x, t) &= \beta_{-\alpha}(x, t)u(x_1, \dots, x_{\alpha-1}, l_\alpha, x_{\alpha+1}, \dots, x_p, \tau) + \\ &+ \int_0^t \rho_{-\alpha}(t, \tau)u(x_1, \dots, x_{\alpha-1}, l_\alpha, x_{\alpha+1}, \dots, x_p, \tau)d\tau - \mu_{-\alpha}(x, t), \text{ при } x_\alpha = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} -\Pi_\alpha(x, t) &= \beta_{+\alpha}(x, t)u(x_1, \dots, x_{\alpha-1}, 0, x_{\alpha+1}, \dots, x_p, \tau) + \\ &+ \int_0^t \rho_{+\alpha}(t, \tau)u(x_1, \dots, x_{\alpha-1}, 0, x_{\alpha+1}, \dots, x_p, \tau)d\tau - \mu_{+\alpha}(x, t), \text{ при } x_\alpha = l_\alpha, \end{aligned} \quad (3)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in \overline{G}, \quad (4)$$

где $Lu = \sum_{\alpha=1}^p L_\alpha u$, $L_\alpha u = (k_\alpha(x, t)u_{x_\alpha})_{x_\alpha} + (\eta_\alpha(x, t)u_{x_\alpha t})_{x_\alpha} + r_\alpha(x, t)u_{x_\alpha} - q_\alpha(x, t)u$; $0 < c_0 \leq \eta_\alpha(x, t)$; $k_\alpha(x, t) \leq c_1$; $|\eta_{\alpha t}|$, $|r_\alpha|$, $|q_\alpha|$, $|\beta_{-\alpha}|$, $|\beta_{+\alpha}|$,

Мурат Хамидбиевич Бештоков (к.ф.-м.н., доц.), докторант, каф. вычислительной математики.

$|\rho_{-\alpha}(t, \tau)|, |\rho_{+\alpha}(t, \tau)| \leq c_2$; $\Pi_{\alpha}(x, t) = k_{\alpha}(x, t)u_{x_{\alpha}} + \eta_{\alpha}(x, t)u_{x_{\alpha}t}$ — полный поток; c_0, c_1, c_2 — положительные постоянные; $\rho_{-\alpha}(t, \tau), \rho_{+\alpha}(t, \tau)$ — функции, непрерывные на $[0, T]$; $0 \leq \tau \leq t$; $\alpha = \overline{1, p}$; $Q_T = G \times [0 < t \leq T]$.

Относительно коэффициентов задачи (1)–(4) предположим, что они обладают таким количеством непрерывных производных, которое необходимо для обеспечения нужной гладкости решения $u(x, t)$ в цилиндре Q_T . Для обеспечения нужной гладкости $u(x, t)$ вблизи границы потребуем для (1)–(4) выполнения условий сопряжения нужного порядка. В качестве одного из способов решения задачи (1)–(4) рассмотрим итерационный метод [1–4], который сводит решение нелокальной краевой задачи к решению последовательности локальных задач.

Итерационный процесс для задачи (1)–(4) будем строить следующим образом:

$$u_t^{s+1} = L u^{s+1} + f(x, t), \quad (x, t) \in Q_T, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{\alpha}(x, t) &= \beta_{-\alpha}(x, t) u^s(x_1, \dots, x_{\alpha-1}, l_{\alpha}, x_{\alpha+1}, \dots, x_p, \tau) + \\ &+ \int_0^t \rho_{-\alpha}(t, \tau) u^s(x_1, \dots, x_{\alpha-1}, l_{\alpha}, x_{\alpha+1}, \dots, x_p, \tau) d\tau - \mu_{-\alpha}(x, t), \quad \text{при } x_{\alpha} = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} -\Pi_{\alpha}(x, t) &= \beta_{+\alpha}(x, t) u^s(x_1, \dots, x_{\alpha-1}, 0, x_{\alpha+1}, \dots, x_p, \tau) + \\ &+ \int_0^t \rho_{+\alpha}(t, \tau) u^s(x_1, \dots, x_{\alpha-1}, 0, x_{\alpha+1}, \dots, x_p, \tau) d\tau - \mu_{+\alpha}(x, t), \quad \text{при } x_{\alpha} = l_{\alpha}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$u^{s+1}(x, 0) = u_0(x), \quad x \in \overline{G}, \quad (8)$$

где $s = 0, 1, 2, \dots$ — итерационный индекс. В качестве нулевого приближения u^0 можно взять, например, значение решения в начальный момент времени $u_0(x)$.

Пусть $z^{s+1} = u^{s+1} - u$ — погрешность метода (5)–(8), где u — решение задачи (1)–(4). Тогда, подставляя $u^{s+1} = z^{s+1} + u$ в (5)–(8), получим задачу для погрешности z^{s+1} :

$$z_t^{s+1} = L z^{s+1}, \quad (x, t) \in Q_T, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{\alpha}(x, t) &= \beta_{-\alpha}(x, t) z^s(x_1, \dots, x_{\alpha-1}, l_{\alpha}, x_{\alpha+1}, \dots, x_p, \tau) + \\ &+ \int_0^t \rho_{-\alpha}(t, \tau) z^s(x_1, \dots, x_{\alpha-1}, l_{\alpha}, x_{\alpha+1}, \dots, x_p, \tau) d\tau, \quad \text{при } x_{\alpha} = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} -\Pi_{\alpha}(x, t) &= \beta_{+\alpha}(x, t) z^s(x_1, \dots, x_{\alpha-1}, 0, x_{\alpha+1}, \dots, x_p, \tau) + \\ &+ \int_0^t \rho_{+\alpha}(t, \tau) z^s(x_1, \dots, x_{\alpha-1}, 0, x_{\alpha+1}, \dots, x_p, \tau) d\tau, \quad \text{при } x_{\alpha} = l_{\alpha}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$z^{s+1}(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq l, \quad (12)$$

где

$$L z^{s+1} = \sum_{\alpha=1}^p L_{\alpha} z^{s+1}, \quad L_{\alpha} z^{s+1} = (k_{\alpha} z^{s+1}_{x_{\alpha}})_{x_{\alpha}} + (\eta_{\alpha} z^{s+1}_{x_{\alpha}t})_{x_{\alpha}} + r_{\alpha} z^{s+1}_{x_{\alpha}} - q_{\alpha} z^{s+1}.$$

Введём скалярное произведение и норму:

$$(u, v) = \int_G uv dx, \quad (z, z) = \|z\|_0^2, \quad (z, z) = \int_G z^2 dx,$$

$$z_x^2 = \sum_{\alpha=1}^p z_{x_{\alpha}}^2, \quad \|z\|_{L_2(0, l_{\alpha})}^2 = \int_0^{l_{\alpha}} z^2(x, t) dx_{\alpha}.$$

Для оценки решения задачи (9)–(12) умножим уравнение (9) скалярно на z^{s+1} :

$$\begin{aligned} (z_t^{s+1}, z^{s+1}) &= \left(\sum_{\alpha=1}^p (k_{\alpha} z_{x_{\alpha}}^{s+1})_{x_{\alpha}}, z^{s+1} \right) + \left(\sum_{\alpha=1}^p (\eta_{\alpha} z_{x_{\alpha}t}^{s+1})_{x_{\alpha}}, z^{s+1} \right) + \\ &+ \left(\sum_{\alpha=1}^p r_{\alpha}(x, t) z_{x_{\alpha}}^{s+1}, z^{s+1} \right) - \left(\sum_{\alpha=1}^p q_{\alpha}(x, t) z^{s+1}, z^{s+1} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Преобразуем интегралы, входящие в тождество (13):

$$(z_t^{s+1}, z^{s+1}) = \int_G z_t^{s+1} z^{s+1} dx = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|z^{s+1}\|_0^2, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \left(\sum_{\alpha=1}^p (k_{\alpha}(x, t) z_{x_{\alpha}}^{s+1})_{x_{\alpha}}, z^{s+1} \right) &= \int_G \sum_{\alpha=1}^p (k_{\alpha}(x, t) z_{x_{\alpha}}^{s+1})_{x_{\alpha}} z^{s+1} dx = \\ &= \sum_{\alpha=1}^p \int_G (k_{\alpha}(x, t) z_{x_{\alpha}}^{s+1})_{x_{\alpha}} z^{s+1} dx = \\ &= \sum_{\alpha=1}^p \int_{G'} z^{s+1} k_{\alpha}(x, t) z_{x_{\alpha}}^{s+1} \Big|_0^{l_{\alpha}} dx' - \sum_{\alpha=1}^p \int_G k_{\alpha}(x, t) (z_{x_{\alpha}}^{s+1})^2 dx, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \left(\sum_{\alpha=1}^p (\eta_{\alpha}(x, t) z_{x_{\alpha}t}^{s+1})_{x_{\alpha}}, z^{s+1} \right) &= \int_G \sum_{\alpha=1}^p (\eta_{\alpha}(x, t) z_{x_{\alpha}t}^{s+1})_{x_{\alpha}} z^{s+1} dx = \\ &= \sum_{\alpha=1}^p \int_G (\eta_{\alpha}(x, t) z_{x_{\alpha}t}^{s+1})_{x_{\alpha}} z^{s+1} dx = \sum_{\alpha=1}^p \int_{G'} z^{s+1} \eta_{\alpha}(x, t) z_{x_{\alpha}t}^{s+1} \Big|_0^{l_{\alpha}} dx' - \\ &- \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \sum_{\alpha=1}^p \int_G \eta_{\alpha}(x, t) (z_{x_{\alpha}}^{s+1})^2 dx + \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^p \int_G \eta_{\alpha t}(x, t) (z_{x_{\alpha}}^{s+1})^2 dx. \end{aligned} \quad (16)$$

Остальные слагаемые в правой части (13) оценим с помощью неравенства Коши:

$$\begin{aligned} \left(\sum_{\alpha=1}^p r_{\alpha}(x, t) \frac{s+1}{z_{x_{\alpha}}}, \frac{s+1}{z} \right) &= \int_G \sum_{\alpha=1}^p r_{\alpha} \frac{s+1}{z_{x_{\alpha}}} \frac{s+1}{z} dx = \sum_{\alpha=1}^p \int_G r_{\alpha} \frac{s+1}{z_{x_{\alpha}}} \frac{s+1}{z} dx \leq \\ &\leq \frac{c_2}{2} \sum_{\alpha=1}^p \int_G \left(\frac{s+1}{z_{x_{\alpha}}} \right)^2 dx + \frac{c_2}{2} \sum_{\alpha=1}^p \int_G \left(\frac{s+1}{z} \right)^2 dx, \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} - \left(\sum_{\alpha=1}^p q_{\alpha}(x, t) \frac{s+1}{z}, \frac{s+1}{z} \right) &= - \int_G \sum_{\alpha=1}^p q_{\alpha}(x, t) \left(\frac{s+1}{z} \right)^2 dx = \\ &= - \sum_{\alpha=1}^p \int_G q_{\alpha}(x, t) \left(\frac{s+1}{z} \right)^2 dx \leq c_2 \sum_{\alpha=1}^p \int_G \left(\frac{s+1}{z} \right)^2 dx, \quad (18) \end{aligned}$$

где $G' = \{x' = (x_1, x_2, \dots, x_{\alpha-1}, x_{\alpha+1}, \dots, x_p) : 0 < x_k < l_k, k = 1, 2, \dots, \alpha-1, \alpha+1, \dots, p\}$, $dx' = dx_1 dx_2 \dots dx_{\alpha-1} dx_{\alpha+1} \dots dx_p$. Подставляя (14)–(18) в тождество (13), получаем неравенство

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left\| \frac{s+1}{z} \right\|_0^2 + \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \sum_{\alpha=1}^p \int_G \eta_{\alpha}(x, t) \left(\frac{s+1}{z_{x_{\alpha}}} \right)^2 dx + \sum_{\alpha=1}^p \int_G k_{\alpha}(x, t) \left(\frac{s+1}{z_{x_{\alpha}}} \right)^2 dx \leq \\ \leq \sum_{\alpha=1}^p \int_{G'} \frac{s+1}{z} \left(k_{\alpha} \frac{s+1}{z_{x_{\alpha}}} + \eta_{\alpha} \frac{s+1}{z_{x_{\alpha}t}} \right) \Big|_0^{l_{\alpha}} dx' + \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^p \int_G \eta_{\alpha t}(x, t) \left(\frac{s+1}{z_{x_{\alpha}}} \right)^2 dx + \\ + \frac{c_2}{2} \sum_{\alpha=1}^p \int_G \left(\frac{s+1}{z_{x_{\alpha}}} \right)^2 dx + \frac{3c_2}{2} \sum_{\alpha=1}^p \int_G \left(\frac{s+1}{z} \right)^2 dx. \quad (19) \end{aligned}$$

Учитывая краевые условия (10), (11), второе слагаемое в правой части (19) оценим так [5]:

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha=1}^p \int_{G'} \frac{s+1}{z} \left(k_{\alpha} \frac{s+1}{z_{x_{\alpha}}} + \eta_{\alpha} \frac{s+1}{z_{x_{\alpha}t}} \right) \Big|_0^{l_{\alpha}} dx' &= \\ &= \sum_{\alpha=1}^p \int_{G'} \left(\Pi_{\alpha}(x, t) \frac{s+1}{z} \Big|_{x_{\alpha}=l_{\alpha}} - \Pi_{\alpha}(x, t) \frac{s+1}{z} \Big|_{x_{\alpha}=0} \right) dx' = \\ &= - \sum_{\alpha=1}^p \int_{G'} \left(\beta_{+\alpha}(x, t) \frac{s}{z}(x, \tau) + \int_0^t \rho_{+\alpha}(t, \tau) \frac{s}{z}(x, \tau) d\tau \right) \Big|_{x_{\alpha}=0} \frac{s+1}{z} \Big|_{x_{\alpha}=l_{\alpha}} dx' - \\ &- \sum_{\alpha=1}^p \int_{G'} \left(\beta_{-\alpha}(x, t) \frac{s}{z}(x, \tau) + \int_0^t \rho_{-\alpha}(t, \tau) \frac{s}{z}(x, \tau) d\tau \right) \Big|_{x_{\alpha}=l_{\alpha}} \frac{s+1}{z} \Big|_{x_{\alpha}=0} dx' \leq \\ &\leq M_1 \left(\left\| \frac{s+1}{z} \right\|_0^2 + \left\| \frac{s+1}{z_x} \right\|_0^2 \right) + M_2 \left[\left\| \frac{s}{z} \right\|_0^2 + \left\| \frac{s}{z_x} \right\|_0^2 + \int_0^t \left(\left\| \frac{s}{z} \right\|_0^2 + \left\| \frac{s}{z_x} \right\|_0^2 \right) d\tau \right]. \quad (20) \end{aligned}$$

Тогда из (19) с учётом (20) находим

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|z^{s+1}\|_0^2 + \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \sum_{\alpha=1}^p \int_G \eta_\alpha(x, t) \left(z_{x_\alpha}^{s+1}\right)^2 dx + \sum_{\alpha=1}^p \int_G k_\alpha(x, t) \left(z_{x_\alpha}^{s+1}\right)^2 dx \leq \\ & \leq M_3 \left(\|z^{s+1}\|_0^2 + \|z_x^{s+1}\|_0^2 \right) + M_2 \left[\|z^s\|_0^2 + \|z_x^s\|_0^2 + \int_0^t \left(\|z^s\|_0^2 + \|z_x^s\|_0^2 \right) d\tau \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

Проинтегрируем (21) по τ от 0 до t :

$$\begin{aligned} & \|z^{s+1}\|_0^2 + \|z_x^{s+1}\|_0^2 + \|z_x^{s+1}\|_{2,Q_t}^2 \leq M_4 \int_0^t \left(\|z^{s+1}\|_0^2 + \|z_x^{s+1}\|_0^2 \right) d\tau + \\ & + M_5 \left[\int_0^t \left(\|z^s\|_0^2 + \|z_x^s\|_0^2 \right) d\tau + \int_0^t \int_0^\tau \left(\|z^s\|_0^2 + \|z_x^s\|_0^2 \right) d\tau_1 d\tau \right]. \end{aligned} \quad (22)$$

Второе слагаемое в правой части (22) оценим следующим образом:

$$\int_0^t \int_0^\tau \left(\|z^s\|_0^2 + \|z_x^s\|_0^2 \right) d\tau_1 d\tau \leq T \int_0^t \left(\|z^s\|_0^2 + \|z_x^s\|_0^2 \right) d\tau.$$

Учитывая последнее неравенство, из (22) получим

$$\begin{aligned} & \|z^{s+1}\|_0^2 + \|z_x^{s+1}\|_0^2 \leq \\ & \leq M_4 \int_0^t \left(\|z^{s+1}\|_0^2 + \|z_x^{s+1}\|_0^2 \right) d\tau + M_6 \int_0^t \left(\|z^s\|_0^2 + \|z_x^s\|_0^2 \right) d\tau. \end{aligned} \quad (23)$$

Обозначая

$$F(t) = M_6 \int_0^t \left(\|z^s\|_0^2 + \|z_x^s\|_0^2 \right) d\tau$$

и применяя к неравенству (23) лемму Гронуолла, получим оценку

$$\int_0^t \left(\|z^{s+1}\|_0^2 + \|z_x^{s+1}\|_0^2 \right) d\tau \leq T e^{M_4 t} F(t)$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned} & \|z^{s+1}\|_0^2 + \|z_x^{s+1}\|_0^2 \leq TM(t) \int_0^t \left(\|z^s\|_0^2 + \|z_x^s\|_0^2 \right) d\tau \leq \\ & \leq TM(T) \int_0^T \left(\|z^s\|_0^2 + \|z_x^s\|_0^2 \right) d\tau. \end{aligned} \quad (24)$$

Из (24) имеем

$$\begin{aligned} & \max_{0 \leq t \leq T} \|z^{s+1}\|_{W_2^1(G)}^2 \leq TM(T) \int_0^T \left(\|z^s\|_0^2 + \|z_x^s\|_0^2 \right) d\tau \leq \\ & \leq T^2 M(T) \max_{0 \leq t \leq T} \|z^s\|_{W_2^1(G)}^2. \end{aligned} \quad (25)$$

Продолжая неравенство (25) вправо, получим

$$\begin{aligned} \max_{0 \leq t \leq T} \|z^{s+1}\|_{W_2^1(G)}^2 &\leq T^2 M(T) \max_{0 \leq t \leq T} \|z^s\|_{W_2^1(G)}^2 \leq \\ &\leq \left(T^2 M(T)\right)^2 \max_{0 \leq t \leq T} \|z^{s-1}\|_{W_2^1(G)}^2 \leq \dots \leq \left(T^2 M(T)\right)^{s+1} \max_{0 \leq t \leq T} \|z^0\|_{W_2^1(G)}^2. \end{aligned}$$

В итоге получаем оценку погрешности итерационного метода (9)–(12):

$$\max_{0 \leq t \leq T} \|u^{s+1} - u\|_{W_2^1(G)}^2 \leq \left(T^2 M(T)\right)^{s+1} \max_{0 \leq t \leq T} \|u^0 - u\|_{W_2^1(G)}^2. \quad (26)$$

Из оценки (26) следует, что при $T^2 M(T) < 1$ итерационный метод (9)–(12) сходится в норме $W_2^1(G)$. Сходимость итерационного процесса может быть обеспечена за счёт малости времени T , то есть сходимость будет только в малом.

Следует отметить, что полученные в данной работе результаты справедливы и в случае, когда в уравнении (1) $L_\alpha u$ имеет другой вид:

$$L_\alpha u = (k_\alpha(x, t)u_{x_\alpha})_{x_\alpha} + (\eta_\alpha(x, t)u_{x_\alpha t})_{x_\alpha t} + r_\alpha(x, t)u_{x_\alpha} - q_\alpha(x, t)u.$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. М. Н. Бештоков, “О сходимости итерационного процесса для одной нелокальной краевой задачи для гиперболического уравнения третьего порядка” / В сб.: *Нелокальные краевые задачи и проблемы современного анализа и информатики*: Материалы X Школы молодых учёных. Нальчик: КБНЦ РАН, 2012. С. 24–26. [M. Kh. Beshtokov, “On the convergence of the iterative process for one nonlocal boundary value problem for a hyperbolic equation of the third order” / In: *Non-local Boundary Value Problems and Problems of Modern Analysis and Informatics*. Nal’chik: KBNTs RAN, 2012. Pp. 24–26].
2. Д. Г. Гордезиани, О методах решения одного класса нелокальных краевых задач: Препринт, Тбилисский Орден Трудового Красного знамени Государственный университет, Институт прикладной математики им. И. Векуа. Тбилиси, 1981. 32 с. [D. G. Gordeziani, On methods of resolution of a class of nonlocal boundary value problems: Preprint Tbilis. Gos. Univ., Inst. Prikl. Mat. Tbilisi, 1981. 32 pp.]
3. D. G. Gordeziani, “Finite-difference schemes for solving nonlocal boundary value problems (in Russian)” // *Tr. Inst. Prikl. Mat. Im. I. N. Vekua*, 1987. Vol. 19. Pp. 20–25.
4. N. Gordeziani, P. Natalini, P. E. Ricci, “Finite-difference methods for solution of nonlocal boundary value problems” // *Comp. Math. Appl.*, 2005. Vol. 50, no. 8–9. Pp. 1333–1344.
5. О. А. Ладыженская, Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973. 407 с.; англ. пер.: O. A. Ladyzhenskaya, The Boundary Value Problems of Mathematical Physics / Applied Mathematical Sciences. Vol. 49. Berlin etc.: Springer-Verlag, 1985. 322 pp.

Поступила в редакцию 29/III/2013;
в окончательном варианте — 01/IV/2013.

MSC: 35S15; 47G30

ON CONVERGENCE OF THE ITERATIVE PROCESS FOR THE THIRD ORDER PSEUDO-PARABOLIC EQUATION WITH NONLOCAL BOUNDARY VALUE CONDITIONS IN A MULTIDIMENSIONAL DOMAIN

M. H. Beshtokov

Kabardino-Balkarian State University,
173, Chernyshevskogo st., Nalchik, 360004, Russia.

E-mail: beshtokov_maurat@rambler.ru

In this paper the nonlocal boundary value problem for the pseudo-parabolic equation of the third-order in a multidimensional domain is considered. Using an iterative method, the solving process of the nonlocal boundary value problem is reduced to solving the series of some local problems. An a priori estimate for the convergence of the iterative method in the norm $W_2^1(G)$ is obtained.

Key words: *boundary value problems, nonlocal condition, a priori estimate, iteration process, third order equation, pseudo-parabolic equation.*

Original article submitted 29/III/2013;
revision submitted 01/IV/2013.