Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. В. Кудюров, С. Л. Кудюров, В. В. Митин, Математическое обоснование механизма равномерного перемещения аудиторной доски, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2002, выпуск 16, 211–212

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu128>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.166.219.16

26 апреля 2023 г., 15:48:30

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ МЕХАНИЗМА РАВНОМЕРНОГО ПЕРЕМЕЩЕНИЯ АУДИТОРНОЙ ДОСКИ

Дано математическое обоснование механизма перемещения аудиторной доски с барабаном, рабочий профиль которого выполнен в виде логарифмической спирали, что обеспечивает равномерный подъём или опускание объекта.

Рассматривается механизм подвески аудиторной доски (см. рисунок), обеспечивающий ее плавное перемещение в вертикальной плоскости. Механизм включает систему пружин 1, прикрепленных в точке O_1 к доске, а в точке С- к тросику 2, который другим концом прикреплен к точке М барабана 3 и может вращаться вокруг оси, проходящей через точку О доски. К барабану прикреплены тросики 4 и 5, которые перекинуты через ролики 6 и 7 подвески и прикреплены другими своими концами в точках L и К к стенке. Длина тросиков такова, что они постоянно находятся в натянутом состоянии, обеспечивая фиксацию доски на пути перемещения. Когда доска находится в крайнем верхнем положении, правый конец тросика 2 находится в положении М, а его левый конец С – в положении O_2 . При этом пружина вытянута на величину l . При перемещении доски вниз тросик 2 наворачивается на дугу MN рабочего профиля барабана, которая занимает положение M_2N_2 в крайнем нижнем положении доски. В отличие от известных методов для обеспечения плавного движения доски в любой момент времени тросик 2 перекинут через систему двух смежных роликов 6, что позволяет тросику 2 постоянно сходить по касательной рабочему профилю MN. Покажем, что такая система обеспечивает равномерное движение доски по направляющим. Следует отметить, что доска, будучи остановлена на любой возможной высоте, должна оставаться в покое, если к ней не приложить небольшое усилие. Чтобы это обеспечить, нужно постоянно выполнять условие равновесия моментов сил относительно точки О, т.е.

$$F_g \cdot r \sin \alpha = P \cdot R = const, \quad (1)$$

где F_g - восстанавливающая сила, r - радиус рабочего профиля, α - угол между r и касательной к кривой профиля, P - сила тяжести объекта, R - радиус барабана.

Но F_g есть функция деформации пружины s , т.е.

$$F_g = c_s(l + s), \quad (2)$$

где c_s - эквивалентная жесткость; λ - статическая деформация, s - текущая деформация пружины, отсчитываемая от положения статического равновесия. При этом F_g и $r \sin \alpha$ должны изменяться обратно пропорционально согласно (1), в силу чего профиль рабочей поверхности барабана должен быть специальной формы, обеспечивающей (1). Для равномерного изменения s необходимо, чтобы угол α был постоянным, поэтому форма профиля барабана выполнена в виде логарифмической спирали:

$$r = Re^{-kj},$$

где $k = \operatorname{ctg} \alpha$; φ - угол поворота барабана. Логарифмическая спираль обладает одним замечательным свойством, заключающимся в том, что угол α между радиусом спирали r и касательной в любой точке кривой один и тот же (этот факт облегчает технологию изготовления такого профиля).

Так как $ds \sin \alpha = rdj = Re^{-kj}$, то интегрируя с учетом граничных условий ($s = 0, j = 0, s = L_s, j = j_s$), получим длину профиля в виде

$$L_s = \frac{R(1 - e^{-kj_s})}{\cos \alpha}, \quad (3)$$

где j_s - угол, стягиваемый дугой L_s . Пренебрегая силами трения и полагая, что скорость перемещения объекта постоянна, получим

$$\dot{F}_g \cdot d\vec{s} + \dot{P} \cdot d\vec{h} = 0, \quad (4)$$

Здесь $d\vec{s}$ и $d\vec{h}$ - векторы элементарных перемещений. Из решения (4) с учетом граничных условий (при $j = j_s, h = H, s = L_s$) следует, что

$$L_s = -l + \sqrt{l^2 + 2PH / c_s}, \quad (5)$$

где H – заданное максимальное перемещение объекта.

Механизм перемещения аудиторной доски

Сравнивая (3) и (5), найдем радиус барабана:

$$R = (-l + \sqrt{l^2 + 2PH / c_s}) / (1 - e^{-kj_s}).$$

Из геометрических соображений следует

$$j_s = H / R + 2a - p, \quad DM_1 = M_1 Q \sin g / \sin b,$$

где $g = p - (H / R - j_s) - a$, $b = (H / R - j_s)$, $DE = DM_1 \sin a$. Длина невытянутой пружины $l_0 = l - l - L_s - DE$, где l – базовый размер механизма. Как показывают численные расчеты, жесткость пружины сильно зависит от величины угла a . С ростом a эквивалентная жесткость быстро уменьшается.

УДК 536.24

А.А. Базаров

СИНТЕЗ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ОБЪЕКТА С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Рассмотрена процедура построения алгоритма решения оптимальной задачи для системы с распределенными параметрами. Предложен способ, базирующийся на комбинации теории синтеза оптимального управления для систем с сосредоточенными параметрами и метода конечно-элементных элементов.

Для синтеза замкнутых систем управления для объектов с распределенными параметрами (СРП) используются два подхода: аппроксимация системой с сосредоточенными параметрами (ССП) и применение аппарата синтеза систем управления для СПП; применение аппарата синтеза для СРП. Первый способ является более разработанным, но имеет такие недостатки, как упрощение системы и утрата некоторой части информации. Второй способ имеет более сложную теорию и требует весьма значительных вычислительных ресурсов, но позволяет получать более точные результаты. Среди множества методов синтеза для СРП все большее распространение приобретают численные методы, отличающиеся многообразием поисковых процедур, но малонаглядные. Вместе с тем первый способ обладает хорошо формализуемым и наглядным алгоритмом синтеза. С учетом изложенного предлагается методика синтеза, сочетающая преимущества обоих подходов.