Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. П. Радченко, С. А. Дудкин, Феноменологический вариант стохастической макромодели пластического деформирования и разрушения материалов, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2003, выпуск 19, 70–79

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu143>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.227.88.159

26 апреля 2023 г., 18:20:49

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЙ ВАРИАНТ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МАКРОМОДЕЛИ ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

Разработана методика прогнозирования пластической деформации и области разрушения материала на основе стохастической модели и метода статистических испытаний. Выполнена проверка стохастической макромодели по экспериментальным данным для сплава АД-1 при $T=26^\circ\text{C}$. Наблюдается хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных.

Постановка задачи. Решение проблемы разработки феноменологических моделей неупругого реологического деформирования и разрушения материалов не ограничивается детерминированным подходом, поскольку хорошо известно, что механические свойства материалов имеют четкую вероятностную природу, начиная с атомно-молекулярного уровня и заканчивая уровнем элемента конструкции, машины или сооружения. Следствием этого является то, что однотипные изделия имеют неодинаковые механические свойства. Более того, механические свойства материала оказываются не только различными в разных точках одного и того же элемента конструкции, но и являются различными при испытании образцов в лабораторных условиях. Поэтому необходимость разработки стохастических моделей неупругого реологического деформирования и разрушения материалов отмечалась в ряде работ [1-9]. В [10,11] было указано, что структура полей макро- и микрон неоднородностей механических свойств материалов различна. При этом медленные изменения механических свойств соответствуют макрон неоднородностям материала, а быстроосциллирующие изменения связаны с микроструктурным строением материала.

С использованием такой классификации неоднородностей для неупругой деформации, в [12] была построена стохастическая макромодель ползучести и длительной прочности. Что же касается описания стохастического характера деформации пластичности и процесса разрушения вследствие ее накопления, то здесь вопрос на сегодняшний день остается открытым.

В связи с вышеизложенным целью настоящего раздела является разработка стохастической макромодели пластичности и разрушения на примере экспериментальных исследований для сплава АД-1, выполненных авторами настоящей работы.

Разработка стохастической одноосной макромодели пластичности и разрушения материала. При построении феноменологических макромоделей пластичности будем исходить из основного предположения [10-11], что в пределах одного образца (элемента конструкции) соответствующие механические характеристики являются «постоянными», но для набора однотипных образцов они будут восприниматься при статистическом исследовании как случайные величины.

Если анализировать обычную диаграмму упругопластического деформирования $e \sim S$, то причины рассеяния опытных данных можно разделить на две группы: свойства материала (анизотропия, неоднородность, вариации химического состава, технологии изготовления и термической обработки) и методика испытаний (погрешность изготовления образцов и измерения деформации, колебания температуры и точность ее измерения, погрешность в определении приложенной нагрузки и т.д.). В связи с изложенным предполагается, что деформация пластичности e^r является аддитивной составляющей двух случайных функций:

$$e^r(S) = e_1^r(S) + e_2^r(S),$$

где $M[e_2^r] = 0$ и $|e_2^r(S)| \ll |e_1^r(S)|$ ($M[\cdot]$ - оператор математического ожидания). В силу этих условий $e_2^r(S)$ рассматривается как некоторый шум, порожденный второй группой причин рассеяния и наложенный на случайную функцию $e_1^r(S)$, отражающей стабильные случайные свойства материала. Таким образом, роль случайной функции $e_2^r(S)$ сводится к созданию незначительных флуктуаций возле каждой из реализаций $e_1^r = e_1^r(S)$. Поэтому $e_1^r = e_1^r(S)$ называется главной частью деформации e^r .

Основным подходом при построении стохастических реологических моделей является обобщение некоторой базовой детерминированной модели, заключающееся в том, что часть параметров или функций этой базовой модели полагается случайной, а оставшаяся – детерми-

нированной. Естественно, что гипотезы о случайности или детерминированности параметров должны быть обоснованы из анализа экспериментальных данных.

В настоящей работе в качестве базовой детерминированной модели используется эндохронный вариант теории пластичности, предложенный в [13]:

$$\begin{aligned} e &= e + e^r, \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E}; \\ \varepsilon &= \begin{cases} 0, \sigma \leq \sigma_{np}; \\ I \left[a(\sigma - \sigma_{np})^{n_1} - e^r(t) \right], a(\sigma - \sigma_{np})^{n_1} > e^r(t), \\ 0, a(\sigma - \sigma_{np})^{n_1} \leq e^r(t), \sigma > \sigma_{np}; \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\sigma = \sigma_0(1 + w), \quad (2)$$

$$\dot{\varepsilon} = g \sigma \varepsilon, \quad (3)$$

где e - полная деформация; e и e^r - упругая и пластическая составляющие полной деформации; a, n_1 - параметры материала; E - модуль Юнга; σ_{np} - предел пропорциональности (упругости); w - параметр поврежденности; σ и σ_0 - истинное (с учетом накопления поврежденности) и номинальное напряжения соответственно; t - параметр нагружения или внутреннее «время» (как будет показано дальше в качестве него можно использовать обычное физическое время); g - параметр, аппроксимация которого в общем случае принимается в виде

$$g = g_1(e^r)^{m_2}. \quad (4)$$

Здесь g_1 и m_2 - константы материала (в частном случае возможно $g = const$). Роль параметра I будет рассмотрена ниже.

Как следует из формулы (3) параметр поврежденности w пропорционален работе истинного напряжения на деформации пластичности.

Для описания разрушения материала используется энергетический критерий, согласно которому считается, что материал находится в неразрушенном состоянии, если $A < A_*$, где

$$A_*^r = \int_0^{e_*^r} \sigma de^r - \quad (5)$$

работа истинного напряжения на пластической деформации, соответствующая разрушению и являющаяся константой материала; e_*^r - деформация пластичности, соответствующая разрушению. Величина A^r - текущее значение работы истинного напряжения:

$$A^r = \int_0^{e^r} \sigma de^r,$$

при этом истинное напряжение σ задается формулой (2). Таким образом, из (5) следует, что разрушение образца наступает тогда, когда работа истинного напряжения на деформации пластичности достигает критического значения A_*^r .

Из модели (1)-(3) следует, что описание процесса упругопластического нагружения математически аналогично описанию образования деформации ползучести; т.е. пластическая деформация также развивается во времени. Схема развития упругопластической деформации в координатах $\sigma_0 \sim e$ в режиме мягкого нагружения («мгновенного» приложения нагрузки) представляет ломаную ОАВ (рис. 1), т.е. сначала при действии на образец напряжения σ_0 возникают мгновенные упругие деформации (линия ОА), а затем развивается во «времени» пластическая деформация (линия АВ), причем характер развития e^r от «времени» (при заданном σ_0) экспоненциально асимптотический при $t \rightarrow \infty$. Поясним это наглядно следующим образом.

Р и с. 1. Схема развития пластической деформации по эндохронной теории пластичности (в режиме мягкого нагружения)

При малых e^r можно считать, что поврежденность от пластичности W незначительна и $S \approx S_0$. Тогда из (1) имеем

$$e^r(t) = a(S_0 - S_{np})^{n_1} [1 - \exp(-lt)],$$

откуда сразу имеем

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^r(t) = a(S_0 - S_{np})^{n_1}.$$

Из двух последних соотношений следует, что параметр l характеризует время выхода пластической деформации к своему асимптотическому значению. Поэтому значение параметра l можно выбирать произвольно, но достаточно большим, таким, чтобы расчетное время выхода $e^p(t)$ к асимптотическому

значению составляло очень малое значение, т.е. при этом времени $\exp(-lt) \approx 0$ (с заданной погрешностью). Например, l выбирается таким образом, чтобы за время выхода $e^p(t)$ к своему асимптотическому значению накопленная деформация ползучести p была пренебрежимо мала по сравнению с асимптотическим значением e^p .

Для определения параметров a , n_1 , g_1 , m_2 , A_*^r необходимо иметь стандартную диаграмму упругопластического деформирования, полученную, например, с заданной скоростью нагружения $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0 = \text{const}$. Учитывая, что для развитых пластических деформаций $e^p \gg e$, условие $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0 = \text{const}$ сведется к условию $\dot{\epsilon} \equiv \dot{e}_0 = \text{const}$. Тогда из (1)-(3) нетрудно получить соотношения

$$S = S_0 \exp\left(\int_0^{e^r} g S_0 de^r\right); \quad (6)$$

$$a[S(t) - S_{np}]^{n_1} - e^r(t) = \frac{e_0}{l} \approx 0. \quad (7)$$

Последнее соотношение следует из следующих соображений. Какое бы ни было заданное значение скорости нагружения $\dot{e} = \text{const}$, за счет выбора параметра l величину e/l можно сделать как угодно малой. С учетом сделанного предположения из (7) имеем

$$e^r = a(S - S_{np})^{n_1}. \quad (8)$$

Из (7) и (8) получаем неявную зависимость $S_0 = S_0(e^r)$:

$$e^r = a \left[S_0 \exp\left(\int_0^{e^r} g S_0 de^r\right) - S_{np} \right]^{n_1}, \quad (9)$$

которая позволяет описывать диаграмму упругопластического деформирования в режиме «жесткого» нагружения (при заданных e^r).

При малых значениях пластической деформации e^r поврежденность W незначительна, истинное и номинальное напряжения отличаются мало и можно считать $S \approx S_0$. Тогда, используя начальный участок экспериментальной диаграммы упругопластического деформирования, легко определить параметры a и n_1 аппроксимации (3.8) (например по методу наименьших квадратов).

Определение параметра g осуществляется численно. Для этого используется ряд экспериментальных значений (e_i^p , S_{oi}) на всей диаграмме деформирования, включая участок неустойчивого деформирования (ниспадающий участок диаграммы). Представляя значение интеграла в (9), например, по формуле прямоугольников, получаем

$$g(e_i^p) = \frac{1}{S_0(e_i^p - e_{i-1}^p)} \ln \left[\frac{\left(\frac{e_i^p}{a} \right)^{\frac{1}{n_1}} + S_{np}}{\left(\frac{e_{i-1}^p}{a} \right)^{\frac{1}{n_1}} + S_{np}} \cdot \frac{S_{0(i-1)}}{S_{0i}} \right]. \quad (10)$$

Зная дискретную зависимость $g(e_i^p)$ от (e_i^p) , можно построить либо аппроксимацию вида (3.4), либо принять гипотезу $g(e^p) = const$. Далее с помощью зависимости $g(e^p)$ по (3.6) можно рассчитать величину истинного напряжения S . Величина A_*^p определяется согласно формуле (5), где e_*^p - пластическая деформация, соответствующая точке разрушения на диаграмме деформирования образца.

После завершения процедуры идентификации параметров модели (1)-(5) можно описать диаграмму упругопластического деформирования в режиме «жесткого» нагружения. Для этого, разрешая уравнение (9) относительно S_0 , получим неявную зависимость S_0 от e^p вида

$$S_0 = \frac{\left(\frac{e^p}{a} \right)^{\frac{1}{n_1}} + S_{np}}{\exp \left(\int_0^{e^p} g S_0 de^p \right)}. \quad (11)$$

Для построения теоретической зависимости $S_0 = S_0(e^p)$ в режиме «жесткого» нагружения, уравнение (11) решается численно методом итераций. Для этого отрезок $[0, e_*^p]$ разбивается на отрезки Δe^p и на каждом шаге (11) решается численно. После достижения заданной точности на n -ом шаге итерации в точке $[g_*^p, e_*^p]$ осуществляется переход к следующей и т.д., пока не будет пройден весь отрезок $[0, e_*^p]$.

Соотношение (11) дает теоретическую зависимость для номинальной (условной) диаграммы упругопластического деформирования в координатах $S_0 - e^p$.

Перейдем теперь к изложению методики построения стохастической модели на основе базовой модели (1)-(5). Для этого необходимо:

- 1) ввести гипотезы относительно характера параметров (случайных или детерминированных), входящих в модель (1)-(5);
- 2) иметь экспериментальную выборку кривых упругопластического деформирования для определения законов распределения случайных функций или параметров стохастической модели;
- 3) установить вид законов распределения выделенных случайных величин модели.

В соответствии с изложенной схемой построения стохастической макромодеи пластичности в базовой модели (1)-(5) часть ее параметров являются детерминированной, другая ее часть – случайной. Поскольку разброс экспериментальных данных в упругой области много меньше, чем в пластичной области, то вводится гипотеза о детерминированности упругой деформации и поэтому полагается, что E - детерминированная величина. Из оставшихся параметров I , S_{np} , a , n_1 , g_1 , m_2 , A_*^p модели (1)-(5), описывающих процесс пластичного деформирования и разрушения материала, вводится гипотеза: S_{np} , a , g_1 , A_*^p - случайные, а I , n_1 и m_2 - детерминированные величины.

Таким образом, если в модели (1)-(5) детерминированные величины S_{np} , a , g_1 , A_*^p заменить на случайные Σ_{np} , A , G , R_A^p , то получим стохастический вариант макромодеи пластичности:

$$e = e + e^p, e = \frac{S}{E}; \quad (12)$$

$$e^p = \begin{cases} 0, S \leq \Sigma_{np}; \\ I[A(S - \Sigma_{np})^{n_1} - e^p(t)], A(S - \Sigma_{np})^{n_1} > e^p(t), \\ 0, A(S - \Sigma_{np})^{n_1} \leq e^p(t), S > \Sigma_{np}; \end{cases} \quad (13)$$

$$S = S_0(1 + w); \quad (14)$$

$$w = gS e^p; \quad (15)$$

$$g = G(e^p)^{m_2}; \quad (16)$$

$$\int_0^{e^p} S de^p = R_A^p. \quad (16)$$

В частности, если в модели (12)-(16) вместо случайных величин использовать их математические ожидания $S_{np} = M[\Sigma_{np}]$, $a = M[A]$, $g_1 = M[G]$, $A_*^p = M[R_A^p]$, то (12)-(16) дает детерминированный вариант одноосной модели пластичности (1)-(5). С точки зрения механики деформируемого твердого тела гипотеза о случайности величин Σ_{np} , A , G , R_A^p в модели (12)-(16) означает, что варьируя эти случайные величины, можно на основании (12)-(16) получить хорошее аналитическое приближение к любой реализации (кривой упругопластического деформирования) вплоть до разрушения.

Исходной информацией для определения параметров модели является серия диаграмм упругопластического деформирования. Методика оценки случайных величин состоит в выполнении следующих этапов (для каждой из экспериментальных реализаций):

- 1) определяется величина Σ_{np} (как точка, отделяющая линейный участок диаграммы упругопластического деформирования от нелинейного);
- 2) по начальному участку диаграммы определяются величины A и n_1 для каждой реализации;
- 3) по участку с развитой пластической деформацией определяется величина g и аппроксимируется степенной зависимостью (либо принимается гипотеза $g = const$); в результате определяются G и m_2 ;
- 4) осредняются величины n_1 и m_2 ;
- 5) по начальному участку диаграммы (при малых значениях e^p) при $n = const$ определяется величина A для каждой из реализаций;
- 6) по участку диаграммы с развитой пластичной деформацией определяется величина G из величины $g = G(e^p)^{m_2}$ при найденном значении $m_2 = const$;
- 7) определяется величина работы разрушения R_A^p из соотношения (16).

Применительно к экспериментальным данным для сплава АД-1, которые представлены на рис. 2-4 (значки), применение изложенного алгоритма позволило определить значения $n_1 = 2.24$ и $m_2 = 5.82$ и построить выборки случайных величин Σ_{np} , A , G , R_A^p , значения которых приведены в табл.1. На рис. 2-4 приведены экспериментальные (значки) и расчетные (сплошные линии) по модели (12)-(16) с данными из табл. 1 диаграммы упругопластического деформирования всех 13 образцов. Из этих рисунков видно удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных данных, что свидетельствует о том, что действительным варьированием четырех случайных величин Σ_{np} , A , G , R_A^p можно хорошо описать любую диаграмму упругопластического деформирования.

Выборки случайных величин Σ_{np} , A , G , R_A^p

№ по порядку	№ образца	$\Sigma_{np}, МПа$	$A \cdot 10^{-5}, МПа^{-n_1}$	$G, МПа^{-1}$	$R_A^p, МДж$
1	101	48.17	8.12	1428.82	14.95
2	108	54.64	5.46	294.40	22.72
3	111	60.23	11.87	468.59	20.81
4	112	46.21	6.68	185.87	23.74
5	113	66.71	2.99	230.75	30.32
6	114	47.48	8.82	256.98	23.07
7	115	54.15	5.41	78.38	27.30
8	203	49.44	5.57	4.17	47.67
9	204	56.31	7.01	9.51	38.93
10	206	57.49	8.81	1.99	47.78
11	210	54.15	5.57	2.50	27.27
12	211	59.84	7.99	63.99	26.29
13	212	56.31	8.03	7.44	36.38

Р и с. 2. Экспериментальные (значки) и расчетные по модели (12) – (16) (сплошные линии) диаграммы упругопластического деформирования образцов 101, 108, 115, 210 из сплава АД-1 при $T=26^\circ\text{C}$ Р и с. 3. Экспериментальные (значки) и расчетные по модели (12) – (16) (сплошные линии) диаграммы упругопластического деформирования образцов 111, 114, 204, 211 из сплава АД-1 при $T=26^\circ\text{C}$ Р и с. 4. Экспериментальные (значки) и расчетные по модели (12) – (16) (сплошные линии) диаграммы упругопластического деформирования образцов 112, 113, 203, 212 из сплава АД-1 при $T=26^\circ\text{C}$

В табл. 2 приведены значения корреляционной матрицы для случайных величин Σ_{np} , A , G , R_A^p . Как следует из этой таблицы величины Σ_{np} , A , G являются некоррелированными, а величина R_A^p является коррелированной с величиной G (коэффициент корреляции между этими величинами равен -0.64).

Исходя из данных табл. 1 были приняты нормальные законы распределения для A , Σ_{np} , G .

Выборки случайных величин Σ_{np} , A , G , R_A^p

	Σ_{np}	A	G	R_A^p
Σ_{np}	1	0.31	0.18	0.17
A		1	0.25	-0.16
G			1	-0.64
R_A^p				1

Случайная величина работы разрушения R_A^p (в силу ее коррелированности с величиной G) задавалась соотношением

$$R_A^p = a_3(G)^{m_3} + x, \quad (17)$$

где получено $a_3 = 1.35$, $m_3 = -0.13$; функция x - нормально распределенная случайная функция с нулевым математическим ожиданием: $M[x] = 0$ и дисперсией $D[x] = 0.33$, характеризующая «ошибку» аппроксимации (17).

Рассмотрим вопросы использования стохастической модели (12)-(16) в расчетной практике. Хорошо известно, что чисто феноменологическое стохастическое прогнозирование требует большого объема соответствующей эмпирической информации, получение которой (особенно в области повышенных температур) крайне затруднительно и экономически нецелесообразно. Одним из подходов в механике деформируемого твердого тела, позволяющим восполнить недостающее количество экспериментальных данных, является метод статистических испытаний. В настоящей работе для решения задачи прогнозирования неупругой деформации и разрушения на основании стохастической модели (12)-(16) и проверки соответствия расчетных и экспериментальных данных используется классический метод статистических испытаний – метод Монте-Карло.

Использование этого метода заключается в следующем. Поскольку случайные величины Σ_{np} , A , G , x некоррелированы, то их значения генерируются независимо, исходя из их нормальных законов распределения, а случайная величина R_A^p рассчитывается по (17).

Таким образом, алгоритм статистического моделирования деформации пластичности по модели (12)-(16) заключается в выполнении следующих этапов:

1) для каждого варианта выполняется генерация случайных некоррелированных величин Σ_{np} , A , G , x , исходя из их нормальных законов распределения, затем вычисляются значения случайной величины R_A^p по (17);

2) для каждого набора случайных величин Σ_{np} , A , G , R_A^p осуществляется решение «детерминированной» системы (12)-(16) и строится спектр смоделированных диаграмм упруго-пластического деформирования;

3) с использованием совокупности смоделированных диаграмм упругопластического деформирования, с заданной вероятностью строятся доверительные интервалы для деформации пластичности и области разрушения образцов.

В качестве примера на рис. 5 приведены экспериментальные диаграммы упругопластичного деформирования для всех 13 образцов из сплава АД-1, а на рис. 6 – смоделированные по 13 реализациям на основе данных из табл. 1 на основании модели (12)-(16) и метода статистических испытаний диаграммы. Как следует из сравнения данных на рис. 5 и рис. 6 без предварительной информации трудно понять, на каком из рисунков представлены экспериментальные данные, а на каком – смоделированные.

Р и с. 5. Экспериментальные диаграммы упругопластического деформирования сплава АД-1 при T=26°C

Р и с. 6. Смоделированные на основании модели (12)-(16) диаграммы упругопластического деформирования сплава АД-1 при T=26°C

На рис.7 и рис.8 приведены доверительные интервалы с вероятностью $b=0.95$ для экспериментально полученной и смоделированной деформации пластичности; здесь же приведена с той же вероятностью область разрушения.

Р и с. 7. Доверительный интервал для диаграммы упругопластического деформирования сплава АД-1, построенный по экспериментальным данным (вероятность 0.95)

Р и с. 8. Доверительный интервал для диаграммы упругопластического деформирования сплава АД-1 при T=26°C, построенный по смоделированным данным (вероятность 0.95)

Полученные результаты свидетельствуют о целесообразности применения стохастических моделей для прогнозирования деформации пластичности.

Стохастическая макромодель пластического деформирования и разрушения при сложном напряженном состоянии. Стохастическую модель для случая сложного напряженного состояния построим аналогично случаю одноосного напряженного состояния. Для этой цели необходимо иметь базовую детерминированную модель и в ней положить часть функций случайными.

В настоящей работе в качестве основной детерминированной модели используется вариант, предложенный в работе [13], который, в свою очередь, получен формальным обобщением детерминированной одноосной модели [14, 15]. Заменяя (аналогично одноосному случаю) в модели [13] детерминированные параметры a_1, g_1, s_{np}, A_s^p , описывающие деформацию пластичности, на случайные A, G, Σ_{np}, R_A^p , получим стохастические уравнения неупругого пластического деформирования и разрушения материала вида:

$$\begin{aligned} e_{ij} &= e_{ij} + e_{ij}^p; \\ e_{ij} &= (1+n)s_{ij}/E - nd_{ij}s_{kk}/E; \\ e_{nn}^p &= \frac{3}{2}b_{nn}^p - \frac{1}{2}(b_{11}^p + b_{22}^p + b_{33}^p)d_{nn}; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{cases} b_{nn}^p = 0 & \text{при } \left| \frac{3}{2}s_{nn} - \frac{1}{2}s^0 d_{nn} \right| \leq \Sigma_{np}; \\ b_{nn}^p = \begin{cases} I \left[A(s - \Sigma_{np})^{n-1} \cdot B - b_{nn}^p \right], & [...]B > 0, \\ 0, & [...]B \leq 0, \end{cases} & \text{при } \left| \frac{3}{2}s_{nn} - \frac{1}{2}s^0 d_{nn} \right| > \Sigma_{np}; \end{cases}$$

$$s_{ij} = s_{ij}^0(1+w); \quad (19)$$

$$\mathbf{\epsilon} = g(E_2) \mathbf{s}_{ij} de_{ij}^p, \quad g = G(E_2)^{m_2}, \quad (20)$$

где $\mathbf{e}_{ij}$, $\mathbf{e}_{ij}$, $\mathbf{e}_{ij}^p$ – соответственно тензоры полных, упругих и пластических деформаций; $\mathbf{s}_{ij}$, $\mathbf{s}_{ij}^0$ – тензоры истинных и номинальных напряжений; E , $\mathbf{n}$ – упругие (детерминированные) константы материала; E_2 , S , S_0 – интенсивности тензоров деформаций, истинных и номинальных напряжений; Σ_{np} , A , n_1 , l , G , m_2 – имеют тот же смысл, что и в одноосной модели (12) – (16); $\mathbf{b}_{mn}^p$ – активные пластические деформации, которые можно было бы наблюдать при отсутствии пуассоновского сужения материала.

Следует отметить, что компоненты активной пластической деформации $\mathbf{b}_{mn}^p$ рассчитываются в главных осях, поэтому суммирование по повторяющемуся индексу $\mathbf{n}$ не производится.

В (18) использованы обозначения

$$B = \left(\frac{3}{2} \mathbf{s}_{mn} - \frac{1}{2} \mathbf{s}^0 d_{vv} \right) - \mathbf{s}_{np} \operatorname{sign} \left(\frac{3}{2} \mathbf{s}_{mn} - \frac{1}{2} \mathbf{s}^0 d_{vv} \right),$$

$$\mathbf{s}^0 = \mathbf{s}_{11} + \mathbf{s}_{22} + \mathbf{s}_{33}, \quad (21)$$

где sign – функция сигнатуры (знака). Остальные обозначения имеют тот же смысл, что и в уравнениях (12) – (16).

Не составляет труда обобщение критерия разрушения (16) для одноосного напряженного состояния на случай сложного напряженного состояния:

$$\int_0^{t_*} \frac{\mathbf{s}_{ij} de_{ij}^p}{R_A^p} = 1, \quad (22)$$

где R_A^p имеет тот же смысл, что и для соотношений (12) – (16).

Таким образом, случайными величинами в модели (18) – (22) являются A, G, Σ_{np}, R_A^p ; все остальные параметры – детерминированные. Относительно случайных величин и случайных функций сохраняются все гипотезы, принятые при построении одноосной модели (12) – (16), с заменой номинального напряжения S_0 на интенсивность номинальных напряжений S_0 .

Следует отметить, что предложенная стохастическая модель (18) – (22) для описания неупругой реологической деформации и разрушения материала не требует дополнительных экспериментальных затрат при сложном напряженном состоянии. Все параметры модели определяются по результатам одноосных испытаний по методике, изложенной в работе [15], при этом достаточно иметь выборку диаграмм упругопластического деформирования.

Моделирование пластической деформации при сложном напряженном состоянии по модели (18) – (22) ведется аналогично одноосному случаю на основе метода статистических испытаний по известным законам распределения для случайных величин A, G, Σ_{np} и R_A^p .

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кузнецов А.А., Алифанов О.Н., Ветров В.И. и др. Вероятностные характеристики прочности авиационных материалов и размеров сортамента. М.: Машиностроение, 1970. 568 с.
2. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1984. 312 с.
3. Ломакин В.А. Статистические задачи механики твердых деформируемых тел. М.: Наука, 1970. 139 с.
4. Самарин Ю.П. О применении стохастических уравнений в теории ползучести материалов // Изв. АН СССР. МТТ. 1974. №1. С. 88-94.
5. Биргер И.А., Шор Б.Ф. и др. Термопрочность деталей машин. М.: Машиностроение, 1975. 456 с.
6. Бадаев А.Н. К вопросу об определении функции распределения параметров уравнения состояния ползучести // Проблемы прочности. 1984. №12. С. 22-26.
7. Локощенко А.М., Шестериков С.А. Методика описания ползучести и длительной прочности при чистом растяжении // ПМТФ. 1980. №3. С. 155-159.
8. Вильдеман В.Э., Соколкин Ю.В., Ташинов А.А. Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов. М.: Наука. 1997. 228с.
9. Сараев Л.А. Моделирование макроскопических пластических свойств многокомпонентных композиционных материалов. Самара: Самар. гос. ун-та, 2000. 182с.
10. Радченко В.П., Дудкин С.А., Тимофеев М.И. Экспериментальное исследование и анализ полей неупругих микро- и макродеформаций сплава АД-1 // Вестн. СамГТУ. Сер. Физ.-мат. науки. 2002. Вып. 16. С.111-118.

11. Самарин Ю.П. Стохастические механические характеристики и надежность конструкций с реологическими свойствами//Ползучесть и длительная прочность конструкций. Сб. науч. тр. Куйбышев: КППИ, 1986. С.8-17.
12. Радченко В.П., Симонов А.В., Дудкин С.А. Стохастический вариант одномерной теории ползучести и длительной прочности// Вест. СамГТУ. Сер. Физ.-мат. науки. 2001. Вып. 12. С. 73-84.
13. Радченко В.П. Математическая модель неупругого деформирования и разрушения металлов при ползучести энергетического типа // Вест. СамГТУ. Сер. Физ.-мат. науки. 1996. Вып. 4. С. 43-63.
14. Радченко В.П. Энергетический вариант одноосной теории ползучести и длительной прочности // ПМТФ. 1991. №4. С. 172-179.
15. Радченко В.П., Кичаев Е.К. Феноменологическая реологическая модель и критерий разрушения металлов при одноосном напряженном состоянии // Проблемы прочности. 1991. №11. С. 13-19.
16. Радченко В.П., Симонов А.В. Разработка автоматизированной системы построения моделей неупругого деформирования металлов на основе методов непараметрического выравнивания экспериментальных данных// Вестн. СамГТУ. Сер. Физ.-мат. науки. 1999. Вып.7. С.51-62.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №03-01-00448.

Поступила 19.07.2003 г.