Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. М. Крылов, Взаимосвязь между энтропийным, структурным и функциональным описанием объектов и систем, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2003, выпуск 19, 156–160

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu157>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.84.234.179

26 апреля 2023 г., 13:38:49

Системный анализ

УДК 519.7

С.М. Крылов

ВЗАИМОСВЯЗЬ МЕЖДУ ЭНТРОПИЙНЫМ, СТРУКТУРНЫМ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫМ ОПИСАНИЕМ ОБЪЕКТОВ И СИСТЕМ

Рассматривается формально-технологический подход к сущности таких понятий, как энтропия системы или объекта, информация, описывающая его структуру и функциональность. Показывается, что все эти понятия, по сути, связаны с попытками описать потенциальное пространство состояний объекта и его компонентов – т.е. его структуру и ее возможные потенциальные изменения.

Энтропия - одно из самых интригующих понятий в общей теории систем [1-17]. На одном из сайтов, посвященных этому понятию, Дэйв Славен (Dave Slaven) прямо пишет: "...во всей физике, возможно, нет более недооцененного и неправильно истолкованного понятия, чем энтропия" [16]. В свое время Джон фон Нейман не без юмора заметил по этому поводу: "Никто не знает, чем на самом деле является энтропия" [6].

Тем не менее вводимая обычно как "мера неупорядоченности или неопределенности системы" [8, 10, 11, 17] энтропия часто используется в рассуждениях о направленности эволюционных процессов, об их причинах и движущей силе [2, 4, 6, 7, 9, 12, 14, 15, 16, и др.]. Достаточно вспомнить такие известные фразы Шредингера о том, что "жизнь питается негэнтропией" [13], или - "энтропия - стрела времени" [12], и т.д.

Кроме достаточно разнопланового толкования смысла энтропии и существования различных ее видов [18], проблему понимания "истинной сущности" и необходимости использования концепции энтропии в различных научных областях усугубляет тот факт, что сама эта концепция часто базируется на описательном, феноменологическом (конкретно – вероятностном) подходе [18, 17], т.е. рассматривает любую систему как уже заданную, существующую в природе независимо от того, на самом ли деле это так, или же она создается конструктивным путем из некоторых исходных компонентов. Отсюда - парадокс: пока не – известны вероятности появления тех или иных состояний системы (т.е. различных ее "конфигураций" в самом широком смысле этого термина) - ничего нельзя сказать ни о величине ее энтропии, ни о характере ее возможных изменений при тех или иных трансформациях (преобразованиях) системы. Тем не менее многие высокоуровневые и чрезвычайно общие конструктивные модели вычислительных и технологических систем, полученные в теории алгоритмов и ее объектном расширении - формальной технологии (ФТ) [19], - не требуют вероятностного подхода. В этой связи возникает возможность разработки соответствующего этим моделям более общего - **конструктивного** подхода к определению понятия энтропии, в котором вероятностный характер возможных (изменений) состояний системы играл бы не главную, а вспомогательную роль (т.е. попросту был бы частным случаем общего подхода).

Прежде чем приступить к анализу сущности концепции энтропии с формально-технологической точки зрения, еще раз подчеркнем, что при выбранном нами **конструктивном** подходе мы вообще ничего не должны говорить о вероятностях, поскольку предполагается, что мы имеем возможность **конструировать системы с нужным нам числом нужных состояний, переключения между которыми определяются конструируемыми нами полностью определенными функциональностями компонентов системы.**

Заметим, что задача разработки такого подхода (т.е. не использующего теорию вероятностей), по мнению многих исследователей, достаточно актуальна сама по себе [8].

В какой-то степени аналогичные замечания можно отнести и к понятию информации, до сих пор вызывающему разного рода споры - особенно у биологов и биохимиков,

занимающихся проблемами происхождения генетической информации, а также связанных с ней проблемами описания функционирования различных биомолекулярных систем [4, 7]. Так, классическая формула для вычисления информации тоже содержит вероятностные параметры - частоты появления различных символов в передаваемых сообщениях [17]:

$$I = -k \sum_{i=1}^r p_i \log_2 p_i, \quad (1)$$

где k - число символов в передаваемом сообщении (т.е. его длина); p_i - вероятность появления i -того символа (из некоторого конечного алфавита в r символов) в сообщении. Точно так же К.Шеннон определяет в [17] и энтропию сообщения.

Между тем при проектировании наиболее массовых информационных систем на основе компьютеров или глобальных коммуникационных систем типа Интернет никогда не используется вероятностный подход, т.е. наиболее массовые современные системы кодирования для различных алфавитов конструируются так, как будто вероятности появления различных символов в сообщениях одинаковы. Например, широко используемые системы кодирования типа ASCII или КОИ-8 преобразуют любые символы в коды абсолютно одинаковой длины независимо от реальной частоты появления этих символов. Исключение - почти выходящая из употребления азбука Морзе. Другими словами, современные массовые практические системы кодирования, ориентированные на компьютерные технологии, пренебрегают формулой (1) в угоду простоте и ясности процесса преобразования информации из одной системы кодирования в другую, т. е. в угоду простоте реализации соответствующих кодирующих и декодирующих механизмов (автоматов). При этом формула, определяющая необходимый объем информации I_0 для представления одного символа из исходного набора (алфавита) A , содержащего r символов (с априори разными частотами появления), в другом - рабочем (обычно двоичном) алфавите, записывается следующим образом:

$$I_0 = -\log_2 r. \quad (2)$$

Соответственно для передачи сообщения из k символов исходного алфавита A необходимо I_n бит информации:

$$I_n = -k \log_2 r. \quad (3)$$

Как ни удивительно, природа тоже пошла по схожему пути - система кодирования генетической информации, описывающей структуру нужных белков, слабо связана с частотами появления тех или иных аминокислот в этих белках. Например, на самом нижнем уровне кодирования любой аминокислоте - независимо от частоты ее появления в белках - соответствует ровно три нуклеотида, т.е. аналогично тому, как любому символу кода ASCII или КОИ-8 отводится ровно 8 двоичных разрядов (8 бит информации независимо от частоты использования символа), так и в генетическом коде для каждой аминокислоты резервируется ровно три позиции нуклеотидов, называемых кодонами или триплетами. Правда, в отличие от наших систем кодирования, некоторые аминокислоты в генетическом коде кодируются не одним триплетом, а несколькими. Этому может быть ряд объяснений. Во-первых, в генетическом коде не должно быть "бессмысленных" (пустых) кодонов, т.е. таких, которые механизм трансляции генетической последовательности в структуру конкретного белка не может интерпретировать. Иначе сам этот механизм просто остановится или допустит грубую ошибку, вследствие чего жизнедеятельность клетки прервется. Во-вторых, избыточность кодовых комбинаций (всего возможны 64 различных кодона для 20 основных аминокислот и двух управляющих комбинаций, начинающих и останавливающих процесс трансляции) может использоваться для повышения надежности передачи генетической информации при случайных сбоях в механизме наследования, т.е. при случайных заменах (мутациях) одного нуклеотида на другой. Наконец, в третьих - эти особенности кодирования генетической информации могут быть связаны с еще одной возможностью, а именно с предпочтительными направлениями мутаций, приводящих к замене одной аминокислоты на другую, т.е. с наиболее предпочтительным выбором возможного кратчайшего эволюционного пути развития (ЭПР) к новой функции белка (и соответственно к его новой структуре), см., например, [19].

Кроме упомянутых выше фундаментальных общесистемных концепций энтропии и информации (и соответствующих им параметров), к столь же фундаментальным общесистемным концепциям имеет смысл отнести и функциональные возможности системы [2, 14, 15, 19, 20, 21, 22]. Однако сколько-нибудь серьезные исследования на эту тему в существующей научной литературе практически отсутствуют. Попытаемся ввести соответствующий параметр на основе рассмотренного в [22] формально-технологического

подхода. В соответствии с определением 3 из [22] назовем этот параметр (потенциальной) функциональностью (системы или объекта).

Согласно определению 2 из [22], состояние объекта x можно представить в виде n -мерного вектора x^n , где n - число интересующих нас свойств объекта x (т.е. важных для нас с той или иной точки зрения), а каждая i -тая координата вектора определяет "значение" соответствующего свойства по выбранной для данного свойства (*не обязательно количественной!*) шкале. Отметим, что состояния в нашем случае могут ассоциироваться не только с какими-то статическими компонентами или параметрами объекта. Это вполне могут быть и какие-либо периодически повторяющиеся (стационарные) динамические (но устойчивые согласно тому же определению 2) процессы в самом объекте, его компонентах или параметрах. Например, это могут быть резонансные колебательные процессы, связанные с объектом ("резонансное вращение" электрона вокруг атомного ядра по определенной - "разрешенной" - орбите или колебания пружины с достаточно малым - с точки зрения используемого временного масштаба - затуханием и т.д.). Все такого рода явления с внешней стороны могут рассматриваться как свойства объекта [22], благодаря которым мы отличаем его от другого, и соответственно использоваться, согласно определению свойств в [22], - как соответствующие компоненты общего вектора x^n свойств объекта x . Обозначим возможное число различных "значений" i -того свойства через m_i . Тогда максимальное теоретически возможное число состояний Φ объекта x будет равно

$$\Phi = \prod_{i=1}^n m_i. \quad (4)$$

Если для каждого "значения" любого i -того свойства ($i = 1...n$) в списке функциональностей объектов рассматриваемой технологии имеется функциональность, позволяющая в принципе получать данное "значение" i -того свойства, то тем самым имеется, по крайней мере, теоретическая возможность перевести вектор состояний x^n объекта x в положение, когда значение его i -ой компоненты равно данному "значению" соответствующего i -ого свойства. Назовем такой объект полнофункциональным.

На самом деле мы предпочитаем работать с частично функциональными технологиями и объектами, для удобства разделяя различные типы функциональностей на, так сказать, "основные" (например булевские, т.е. логические) и "вспомогательные" (например размеры и конфигурации микросхем, реализующих эти функциональности). Поэтому при подсчете функциональных возможностей различных объектов и конструкций тип объекта (элемента базы) исключается из списка функциональных свойств, т.е. считается, что он в принципе не может быть изменен в процессе использования данной конструкции.

Если технология линейная [23], а все элементы базы в ней полнофункциональные, то число возможных состояний Φ_y любой конструкции y будет определяться числом элементов k , входящих в конструкцию, и возможным числом функциональных состояний каждого j -того элемента:

$$\Phi_y = \prod_{j=1}^k \Phi_j = \prod_{j=1}^k \prod_{i=1}^{n_j} m_{ij}, \quad (5)$$

где n_j - число компонентов вектора свойств j -тоого объекта.

Если же технология линейная и не полнофункциональна, то число возможных состояний Φ любой конструкции y будет определяться числом элементов k , входящих в конструкцию, типом этих элементов, т.е. как бы еще одним - нефункциональным, дополнительным компонентом вектора свойств j -того элемента, который может принимать одно из r значений для базы A , содержащей ровно r различных типов элементов, и возможным числом функциональных состояний каждого j -того элемента (учитывать конкретный тип элементов в конструкции в общем случае необходимо, поскольку замена элемента в любом месте конструкции может приводить и к смене ее функциональности):

$$\Phi_y = \prod_{j=1}^k \Phi_j = \prod_{j=1}^k (r \prod_{i=1}^{n_j} m_{ij}), \quad (6)$$

где n_j - число компонентов вектора свойств j -тоого объекта (еще раз подчеркнем, что для разных элементов базы i -тые компоненты векторов свойств, имеющие один и тот же индекс i , могут не совпадать, почему в общем случае и приходится вводить параметр r , связанный с указанием конкретного типа элемента базы).

Естественно рассматривать Φ_y как величину, связанную с полной возможной функциональностью объекта y , состоящего из k элементов базы (объектов x_j), функциональности которых определяется величинами типа m_{ij} .

Обратим теперь внимание на тот почти очевидный факт, что на самом деле формула (6) включает в себя все параметры, необходимые для **полного описания всей конструкции** y . Действительно, в ней содержатся все компоненты, представляющие, во-первых, информацию о типах используемых элементов базы, во-вторых, о возможных состояниях этих элементов, в-третьих, о последовательности самих элементов в линейной конструкции y , поскольку всегда можно договориться перечислять элементы $1...k$ в том порядке, в каком они входили в конструкцию в процессе ее синтеза. Требуемый для такого описания объем информации (в битах) вычисляется, как логарифм по основанию 2 от числа возможных значений (состояний) параметра Φ_y . Но одновременно величина Φ_y описывает, как уже говорилось, и число возможных состояний сложного объекта (системы) y и может, таким образом, использоваться для оценки неопределенности ее состояния (энтропии)! Наконец, мы сами введем параметр, описывающий степень функциональности F объекта y следующим образом (в сравнении с прежней записью Φ_y вводимое определение функциональности просто выделяется жирным шрифтом):

$$F = \log_2 \Phi_y = \log_2 \prod_{j=1}^k r \Phi_j = S \sum_{j=1}^k (S (\log_2 m_{ij}) + \log_2 r). \quad (7)$$

Таким образом, формула (7) может служить как критерием неопределенности состояния системы - ее энтропии H , так и одновременно определять величину информации I , необходимой для полного устранения этой неопределенности, т.е. для полного описания текущей структуры конструкции вместе со всеми текущими состояниями ее элементов. Следовательно, **в данной трактовке для линейной технологии T максимальное значение информации I** , описывающей конкретную конструкцию y с учетом состояния всех ее элементов, максимальная **функциональность** F , соответствующая потенциальным функциональным возможностям конструкции y , и максимальная степень возможной неопределенности ее состояния - **энтропия H совпадают!** Кроме того, в формуле (7) не используются вероятности (частоты) появления тех или иных элементов базы в конструкциях, а также вероятности (частоты) нахождения элементов в тех или иных состояниях, что значительно облегчает вычисление значений I , H и F для вновь создаваемых (т.е. заново конструируемых) объектов.

Для осредненных статистических оценок можно еще больше упростить выражение (7), введя величину "среднего числа функциональных состояний на один элемент базы" m , определив это число, к примеру, следующим образом:

$$m = (\sum_{j=1}^r \prod_{i=1}^{n_j} m_{ij}) / r, \quad (8)$$

где r - число элементов в базе A .

Тогда средние оценки функциональности, энтропии и информации, описывающей структуру линейной конструкции из k элементов, будут, согласно (7) и (8), равны:

$$F = H = I = k (\log_2 m + \log_2 r), \quad (9)$$

где величина $\log_2 m + \log_2 r = \log_2 mr$ определяет количество информации, необходимой, во-первых, для указания типа элемента базы в каждой из k позиций линейной конструкции (компонента $\log_2 r$), во-вторых, его состояния по "среднестатистическому пространству числа состояний" (компонента $\log_2 m$).

Отметим, что формула (1) вычисления информации и энтропии сообщения длиной в k символов для равновероятных событий появления различных символов из алфавита в r символов дает

$$I = -k \sum_{i=1}^r (1/r) \log_2 (1/r) = k (\log_2 r), \quad (10)$$

т.е. отличается от (9) отсутствием в скобках дополнительного слагаемого $\log_2 m$ (учитывающего состояния элементов в линейной конструкции) по вполне очевидной причине - символы в сообщении не могут иметь состояний.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Хакен Г.* Синергетика. М.: Мир, 1980. 408с.
2. *Katpis, G.* Self-Modifying Systems in Biology and Cognitive Science. Oxford: Pergamon, 1991. 544p.
3. *Винер Н.* Кибернетика и управление и связь в животном и машине. 2-е изд. М.: Наука, 1983. 344с.
4. *Николис Г, Пригожин И.* Познание сложного. М.: Мир, 1990. 344с.
5. *Шустер Г.* Детерминированный хаос. М.: Мир, 1988. 352 с.
6. *Штернберг М.И.* Синергетика и биология. // Вопросы философии. №2. 1999. С. 95-108.
7. *Хакен Г.* Информация и самоорганизация: Макроскопический подход к сложным системам. М.: Мир, 1991. 240с.
8. *Higashi M., Klir G.J.* Measure of Uncertainty and Information Based on Possibility Distributions // Int. J. of General Systems. 1982. V.9. P.43-58.
9. *Лампрехт И.* Энтропия и информация - сверхъестественное поведение демона Максвелла // Термодинамика и регуляция биологических процессов. Теория информации, управление в живых системах, проблема самоорганизации, эволюция и онтогенез. М.: Наука. 1984. С.82-97.
10. *Глушков В.М.* Введение в кибернетику. Киев: Изд-во АН УССР, 1964. 324с.
11. *Ashby W.R.* An Introduction to Cybernetics. Chapman & Hall. London, 1956. 342 p.
12. *Пригожин И., Стенгерс И.* Порядок из хаоса: Новый диалог человека с природой: Пер.с англ. М.: Прогресс, 1986. 432с.
13. *Рапапорт А.* Математические аспекты абстрактного анализа систем // Исследования по общей теории систем. М.: Прогресс. 1969. С. 83-105.
14. *Berlinski D.* The Language of Life. In: Complexity, Language, and Life // Mathematical Approaches. Ed. By J.L.Casti, A.Karlqvist. - Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo. 1986. P. 231-267.
15. *Yockey H.P.* Origin of life on earth and Shannon theory of communication // Computers and Chemistry. 2000. N 24. P.105-123.
16. *Slaven D.* The Page of EntRoPy. <http://www.svsu.edu/~slaven/Entropy.html>, 1996.
17. *Шеннон К.* Математическая теория связи // Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике: Пер.с англ. М.: ИИЛ, 1963. С. 243-332.
18. *Hillman C.* All Entropies Agree for an SFT. <http://www.math.psu.edu/gunesch/Entropy/PUB/aeasft.ps>. Feb. 18. 1998.
19. *Крылов С.М.* Формальная технология в философии, технике, биоэволюции и социологии. Самара: СамГТУ, 1997. 180с.
20. *Heylighen F.* The Growth of Structural and Functional Complexity during Evolution, in: F. Heylighen & D. Aerts (eds.) "The Evolution of Complexity" – Kluwer, Dordrecht, 1997.
21. *Casti J.L.* On System Complexity: Identification, Measurement, and Management. In: Complexity, Language, and Life. Mathematical Approaches. Ed. By J.L.Casti, A.Karlqvist. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, New York, Tokyo. 1986. P. 146-173.
22. *Крылов С.М.* Элементы теории свойств и функциональности объектов, тезис Черча и модели простейших химических функциональностей в виде слабоструктурированных гетерогенных автоматов / Самар. гос. техн. ун-т. Самара, 2001. 22с. Деп. в ВИНТИ 23.02.01 № 466-B2001.
23. *Krylov S.M.* Formal Technology and Cognitive Processes // Int. Journal of General Systems. 1996. V.24. P.233-243.

Поступила 6.03.2003 г.