Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Г. Н. Гутман, Формирование структуры связей узлов плоской сетки конечных элементов, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 1998, выпуск 6, 129–131

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu16>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.234.197.8

26 апреля 2023 г., 07:20:54

Таким образом, вариант МНК вида (4) даёт существенно худшие результаты по сравнению с МНК вида (2). При этом коэффициент нелинейности n отличается от “теоретического” на 25,1%, хотя возмущение в целом было незначительным.

На рис.2 приведены результаты обработки реальных экспериментальных данных диаграммы упругопластического деформирования сплава АД1 при температуре $T = 26^\circ \text{C}$. Как видно из рисунка, результаты расчёта на основании системы (4) дают совершенно неприемлемые результаты, при этом показатель нелинейности в данном случае имеет значение $n = 1,06$, в то время как при использовании системы (2) имеем $n = 1,79$.

Почему в данной работе большое внимание уделено именно коэффициенту нелинейности n ? Дело в том, что для процессов, например, установившейся ползучести показатель нелинейности изменяется в пределах $3 \leq n \leq 18$; для пластичности $1,5 \leq n \leq 6$. Поэтому ошибка в его определении существенно сказывается на решениях соответствующих краевых задач. Для теорий же, например, неупругого деформирования и разрушения [6,9] кроме параметров a и n используют ещё ряд параметров, описывающих накопление повреждённости в материале и его разрушение, при этом остальные параметры выражаются через a и n .

Таким образом, при создании автоматизированных систем обработки экспериментальных данных, элементом которых является построение степенных (экспоненциальных) зависимостей рекомендуется:

- 1) использовать систему уравнений (2);
- 2) применять фильтрацию экспериментальных данных и методы их непараметрического выравнивания с целью сохранить основные математические свойства процесса (например, монотонность и выпуклость) [10].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Биргер И. А. Термопрочность деталей машин. М.: Машиностроение, 1975. 455с.
2. Болошин В. В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1984. 312с.
3. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752с.
4. Локощенко А. М., Шестериков С. А. Стандартизация критериев длительной прочности // Унифицированные методы определения ползучести и длительной прочности. Вып.7. М.: Изд-во стандартов, 1986. С.3-15.
5. Расчёты и испытания на прочность. Расчетные методы определения несущей способности и долговечности элементов машин и конструкций. Метод определения параметров кривых ползучести и накопления повреждений при одноосном нагружении: Метод. рекомендации. 1 редакция. М.: Госстандарт, 1982. 91с.
6. Радченко В. П. Прогнозирование ползучести и длительной прочности материалов на основе энергетического подхода в стохастической постановке // Пробл. Прочности. 1992. №2. С.34-40.
7. Венцель Е. С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. 576с.
8. Зоркальцев В. И. Метод наименьших квадратов. Новосибирск: ВО “Наука”, 1995. 220с.
9. Радченко В. П. Энергетический вариант одноосной теории ползучести и длительной прочности// ЖПМТФ, 1991. №4. С.172-179.
10. Мухина Л. Г. Вычисление характеристик ползучести по основным данным с применением метода непараметрического выравнивания// Теоретико-экспериментальный метод исследования ползучести в конструкциях. С.науч.тр. Куйбышев: КПТИ, 1984. С.86-94.

УДК 539.3: 681.3

Г.Н. Гутман

ФОРМИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ СВЯЗЕЙ УЗЛОВ ПЛОСКОЙ СЕТКИ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Приведен новый алгоритм формирования связей узлов плоской сетки треугольных конечных элементов. Даны достижимые оценки размеров массивов, необходимых для работы алгоритма.

Широкое применение метода конечных элементов (МКЭ) для решения инженерных задач потребовало создания алгоритмов автоматизированной генерации сетки конечных элементов (СКЭ). Чаще всего в инженерной практике используются сетки треугольных конечных элементов. Одним из основных алгоритмов генерирования таких сеток является метод текущей границы [1]. Однако полученная методом текущей границы СКЭ нуждается в некоторой оптимизации (регуляризации и перенумерации). Исходными данными для работы этих алгоритмов является структура смежности (инцидентности) графа СКЭ [2].

В процессе разбиения области метод текущей границы формирует матрицу связей, в i -той строке которой записаны номера вершин i -того конечного элемента, перечисленных против хода часовой стрелки. Затем, исходя из этих данных, строится требуемая структура. Алгоритм, изложенный в [1] накладывает ограничение на сетку конечных элементов, так как предполагает, что каждый узел СКЭ соединен не более чем с восемью другими узлами. Для хранения информации о связях всех узлов формируется основной массив размером $8*NP$, где NP – число вершин СКЭ. В дополнительном массиве размером NP хранится число связей каждой вершины графа с остальными.

В данной статье приводится новый алгоритм формирования связей узлов СКЭ, который уменьшает размер основного массива до $6*NP-12$ элементов, причем число связей в отдельном узле не ограничивается.

Докажем это утверждение. Получим сначала некоторые соотношения между числом узлов и числом элементов СКЭ для произвольной плоской сетки треугольных конечных элементов.

Обозначим через S_0 - число отверстий в исходной области; NP - число узлов СКЭ; NE - число элементов СКЭ; NS - число связей СКЭ. Тогда из формулы Эйлера для многогранников, справедливой и для плоских графов [3], следует, что

$$NS = NP + NE + S_0 - 1. \quad (1)$$

Покажем теперь, что

$$2*NS = 3*NE + NGS, \quad (2)$$

где NGS - число ребер СКЭ, принадлежащее всем границам области, включая и границы отверстий.

Действительно, в слагаемое $3*NE$ каждое внутреннее ребро разбиения входит два раза, а граничное – только один, поэтому, добавив второй раз граничные ребра, получим величину $2*NS$.

Подставляя из (1) в (2), получим

$$NE = 2*NP + 2*S_0 - NGS - 2. \quad (3)$$

Поскольку каждая из границ области содержит, по крайней мере, три ребра СКЭ, то

$$NGS \geq 3 + 3*S_0. \quad (4)$$

Из соотношений (3) и (4) получим оценку для числа элементов

$$NE \leq 2*NP - S_0 - 5, \quad (5)$$

а из (1) и (5) – оценку для числа ребер графа разбиения

$$NS \leq 3*NP - 6. \quad (6)$$

Следует особо подчеркнуть, что улучшить оценки (5) и (6) нельзя. На рис. 1 и рис. 2 показаны примеры сеток, для которых неравенства (5) и (6) превращаются в равенства.

Р и с. 1. Область без отверстия

Р и с. 2. Область с отверстием

Таким образом, в качестве основного параметра, определяющего размеры рабочих массивов, необходимых при генерации сетки, можно выбрать задаваемое пользователем предельное количество **NPMAX** узлов сетки. Тогда предельное количество элементов и связей сетки треугольных КЭ составит **2*NPMAX-5** и **3*NPMAX-6** соответственно.

Опишем теперь алгоритм формирования структуры смежности графа разбиения. Массив **ADJLIST** отведем для хранения списков соседних узлов, а массив **UADJ** - для хранения указателей на начала списков. Очевидно, что в массиве **ADJLIST** каждое ребро СКЭ будет учтено дважды, поэтому для его размещения в памяти, в соответствии с (6), потребуется не более **6*NP-12** элементов.

Предлагаемый алгоритм состоит из четырех шагов.

Шаг 1. Формируется массив типов узлов **TIUZ**. Тип узла равен числу проходящих через него граничных базовых линий. Таким образом, **TIUZ[i]=0**, если **i**-тый узел является внутренней точкой области и **TIUZ[i]>0** – если **i**-тый узел является граничной точкой.

Шаг 2. Для каждого узла вычисляется число его соседей. Оно равно сумме **NKE[i] + TIUZ[i]**, где **NKE[i]** - количество конечных элементов, содержащих **i**-тый узел в качестве вершины. Затем формируется массив указателей **UADJ**, содержащий **NP+1** элементов:

UADJ[1] = 1;

...

UADJ[i+1] = UADJ[i] + NKE[i] + TIUZ[i];

...

UADJ[NP+1] = UADJ[NP] + NKE[NP] + TIUZ[NP].

Шаг 3. Заполняется частично массив **ADJLIST**: просматриваются последовательно все конечные элементы, и в список соседей каждой из трех вершин вносится следующая против хода часовой стрелки вершина данного конечного элемента. В результате списки соседей всех внутренних узлов будут сформированы полностью, а для граничных узлов число незаполненных мест будет равно типу узла.

Шаг 4. Просматриваются граничные узлы. Очевидно, что все соседи **i**-того граничного узла должны иметь значение **i** в своих списках. Если в каком-то из них значения **i** нет, то последнее следует внести в соответствующий список. Тем самым будут зафиксированы все связи граничных узлов и полностью сформирован массив **ADJLIST**.

На рис.3 представлена сетка конечных элементов, к которой применялся описанный алгоритм, а ниже – массивы, полученные после выполнения каждого шага алгоритма:

TIUZ = 1,1,1,0,1,1,1;

NKE = 2,2,2,6,2,2,2;

UADJ = 1,4,7,10,16,19,22,25;

ADJLIST после шага 3

3	4		1	4		4	6		1	2	5	3	6	7	2	4		4	7		4	5		⊗
узел 1			узел 2			узел 3			узел 4				узел 5			узел 6			узел 7					

ADJLIST после шага 4

3	4	2	1	4	5	4	6	1	1	2	5	3	6	7	2	4	7	4	7	3	4	5	6	⊗
узел 1			узел 2			узел 3			узел 4				узел 5			узел 6			узел 7					

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Автоматизированная система обслуживания конечноэлементных расчетов / Цыбенко А.С., Ващенко Н.Г., Кришук Н.Г., Лавендел Ю.О. Киев: Вища школа., 1986 . 251 с.
2. Джордж А., Лю Дж. Численное решение больших разреженных систем уравнений . М.: Мир, 1984 . 735 с.
3. Оре О. Графы и их применение . М.: Мир, 1965. 174 с.

Р и с. 3. Пример сетки