Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. С. Глущенко, Н. А. Архипова, Ю. В. Хохрякова, Эффективные свойства хаотически армированных нелинейных максвелловских композиционных материалов, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2003, выпуск 19, 165–167

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu160>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.209.158.208

26 апреля 2023 г., 17:14:58

ЭФФЕКТИВНЫЕ СВОЙСТВА ХАОТИЧЕСКИ АРМИРОВАННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ МАКСВЕЛЛОВСКИХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

В работе моделируются эффективные параметры течения микронеоднородных нелинейных вязко-упругих изотропных двухкомпонентных композиционных материалов типа "матрица – эллипсоидальные включения различных конфигураций", реологические свойства компонентов которых описываются механическими моделями типа релаксирующего тела Максвелла.

Рассмотрим композиционный материал, образованный двумя компонентами, соединенными между собой с идеальной адгезией. Первый компонент является связующей матрицей, а второй состоит из n фракций – включений эллипсоидальной формы с главными полуосями $a_1^{(s)}, a_2^{(s)}, a_3^{(s)}$, $s = 1, 2, \mathbf{K}, n$, хаотически распределенными в матрице.

Пусть реологические свойства компонентов описываются двухэлементными механическими моделями типа релаксирующего тела Максвелла. Упругие элементы этих моделей подчиняются обобщенному закону линейной упругости

$$s_{ij}(\mathbf{r}, t) = 2 m_{m, f} e_{ij}(\mathbf{r}, t), s_{kk}(\mathbf{r}, t) = 3 K_{m, f} e_{kk}(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

а вязкие – нелинейным законам течения

$$s_{ij}(\mathbf{r}, t) = 2 h_{m, f} \left(\sqrt{\mathbf{\&}_{kl}(\mathbf{r}, t) \mathbf{\&}_{kl}(\mathbf{r}, t)} \right) \mathbf{\&}_{ij}(\mathbf{r}, t). \quad (2)$$

Здесь m, f – индексы материалов фаз; $m_{m, f}, K_{m, f}$ – сдвиговый и объемный модули упругости соответственно; $h_{m, f} \left(\sqrt{\mathbf{\&}_{kl}(\mathbf{r}, t) \mathbf{\&}_{kl}(\mathbf{r}, t)} \right)$ – коэффициенты нелинейной вязкости материалов фаз;

$s_{ij} = s_{ij} - \frac{1}{3} s_{kk}$, $e_{ij} = e_{ij} - \frac{1}{3} e_{kk}$ – девиаторные части тензоров напряжений и деформаций; s_{ij} , e_{ij} – тензоры напряжений и деформаций; $\mathbf{r}$ – радиус – вектор координат; t – время; точкой обозначена операция дифференцирования по времени.

Положим $h_{m, f} \left(\sqrt{\mathbf{\&}_{kl}(\mathbf{r}, t) \mathbf{\&}_{kl}(\mathbf{r}, t)} \right) = h_{m, f} j_{m, f} \left(\sqrt{\mathbf{\&}_{kl}(\mathbf{r}, t) \mathbf{\&}_{kl}(\mathbf{r}, t)} \right)$. С помощью системы индикаторных функций координат $c_{m, f}(\mathbf{r})$, равных единице в объеме матрицы и включений и нулю вне этих объемов соответственно, перепишем локальные определяющие соотношения в виде

$$\mathbf{\&}_{ij}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mathbf{\&}_{ij}(\mathbf{r}, t)}{2m(\mathbf{r})} + \frac{s_{ij}(\mathbf{r}, t)}{2h(\mathbf{r})j(\mathbf{r}, t)}; \quad s_{kk}(\mathbf{r}, t) = 3 K(\mathbf{r}) e_{kk}(\mathbf{r}, t), \quad (3)$$

где $j(\mathbf{r}, t) = j_m \left(\sqrt{\mathbf{\&}_{kl}(\mathbf{r}, t) \mathbf{\&}_{kl}(\mathbf{r}, t)} \right) c_m(\mathbf{r}) + j_f \left(\sqrt{\mathbf{\&}_{kl}(\mathbf{r}, t) \mathbf{\&}_{kl}(\mathbf{r}, t)} \right) c_f(\mathbf{r})$, $h(\mathbf{r}) = h_m c_m(\mathbf{r}) + h_f c_f(\mathbf{r})$,

$$m(\mathbf{r}) = m_m c_m(\mathbf{r}) + m_f c_f(\mathbf{r}); \quad K(\mathbf{r}) = K_m c_m(\mathbf{r}) + K_f c_f(\mathbf{r}).$$

Присоединяя к (3) уравнения равновесия и формулы Коши

$$s_{ij,j}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad e_{ij}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} [u_{i,j}(\mathbf{r}, t) + u_{j,i}(\mathbf{r}, t)], \quad (4)$$

получим замкнутую систему уравнений деформирования композиционного материала, на границе которого выполняется условие отсутствия флуктуаций стохастических величин, заданных в объеме V :

$$f(\mathbf{r}, t) \big|_{\mathbf{r} \in S} = \langle f(t) \rangle, \quad (5)$$

а все процессы, протекающие во времени, детерминированы.

С целью линеаризации физически нелинейных исходных определяющих соотношений (3) будем пренебрегать флуктуациями функции $j(\mathbf{r}, t)$ в объеме композиционного материала. Заменим девиаторные составляющие тензоров скоростей деформаций на их средние значения в объеме V :

$$j(\mathbf{r}, t) = c_m j_m \left(\langle \mathbf{\&}_{kl}(t) \rangle \right) + c_f j_f \left(\langle \mathbf{\&}_{kl}(t) \rangle \right). \quad (6)$$

Здесь c_m, c_f – объемные концентрации материалов матрицы и включений.

Введем новую переменную $dt = \frac{dt}{\Delta(t)}$ и, применяя преобразование Лапласа

$\bar{f}(\mathbf{r}, p) = \int_0^\infty f(\mathbf{r}, t) e^{-pt} dt$ к системе уравнений (3) – (5), получим в пространстве изображений ассоциированную линейно – упругую задачу установления эффективных характеристик:

$$\bar{s}_{ij}(\mathbf{r}, p) = 2 \bar{M}(\mathbf{r}, p) \bar{e}_{ij}(\mathbf{r}, p), \quad \bar{s}_{kk}(\mathbf{r}, p) = 3 \bar{K}(\mathbf{r}) \bar{e}_{kk}(\mathbf{r}, p);$$

$$\bar{s}_{ij,j}(\mathbf{r}, p) = 0, \quad \bar{e}_{ij}(\mathbf{r}, p) = \frac{1}{2} [\bar{u}_{i,j}(\mathbf{r}, p) + \bar{u}_{j,i}(\mathbf{r}, p)], \quad \bar{f}(\mathbf{r}, p)|_{\mathbf{r} \in S} = \langle \bar{f}(p) \rangle. \quad (7)$$

Здесь $\bar{M}_{m,f} = \frac{pm_{m,f}h_{m,f}}{m_{m,f} + h_{m,f}p}$; $\bar{M}(\mathbf{r}, p) = \bar{M}_m c_m(\mathbf{r}) + \bar{M}_f c_f(\mathbf{r})$; $\bar{K}(\mathbf{r}) = K_m c_m(\mathbf{r}) + K_f c_f(\mathbf{r})$.

Эффективная связь между макровеличинами в пространстве изображений в общем случае имеет вид

$$\langle \bar{s}_{ij}(p) \rangle = 2 \bar{M}^*(p) \langle \bar{e}_{ij}(p) \rangle, \quad \langle \bar{s}_{kk}(p) \rangle = 3 \bar{K}^*(p) \langle \bar{e}_{kk}(p) \rangle. \quad (8)$$

В качестве “базисных” упругих решений задачи (7) в пространстве изображений воспользуемся эффективными решениями, полученными в [1], заменяя в них модули пластичности на модули упругости:

$$\bar{M}^* = M_m + [M_f] \frac{\sum_{s=1}^n c_s a_s}{c_m + \sum_{s=1}^n c_s a_s}; \quad \bar{K}^* = K_m + [K_f] \frac{\sum_{s=1}^n c_s g_s}{c_m + \sum_{s=1}^n c_s g_s}. \quad (9)$$

Здесь $[M_f] = M_f - M_m$; $[K_f] = K_f - K_m$. Параметры a_s, g_s выражаются через компоненты тензора Эшелби эллипсоидальных включений конфигурации s , значения материальных параметров и параметр преобразования Лапласа p . Макроскопические функции релаксации имеют вид

$$2 \bar{M}^*(p) = \frac{\sum_{l=0}^L a_l p^l}{\sum_{m=0}^M b_m p^m}; \quad 3 \bar{K}^*(p) = \frac{\sum_{n=0}^N f_n p^n}{\sum_{r=0}^R q_r p^r}. \quad (10)$$

Коэффициенты a_l, b_m, f_n, q_r в выражении (10) являются рациональными алгебраическими функциями материальных параметров компонентов композиционного материала и их объемных концентраций.

Применяя к уравнениям (8) операцию обращения $f(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{S-i\infty}^{S+i\infty} \bar{f}(\mathbf{r}, p) e^{-pt} dp$ при помощи известных стандартных методов после задания конкретного значения реологических характеристик материалов фаз и их объемных концентраций и возвращаясь к физическому времени t , получим эффективные реологические соотношения, записанные в дифференциально-операторной форме:

$$\sum_{m=0}^M b_m D_m \langle s_{ij}(t) \rangle = \sum_{l=0}^L a_l D_l \langle e_{ij}(t) \rangle;$$

$$\sum_{r=0}^R q_r D_r \langle s_{kk}(t) \rangle = \sum_{n=0}^N f_n D_n \langle e_{kk}(t) \rangle; \quad D_p \{ \cdot \cdot \cdot \} = \left\{ \Delta(t) \frac{d}{dt} \right\}^p \{ \cdot \cdot \cdot \}. \quad (11)$$

Заметим, что зависимость между девиаторными компонентами напряжений и деформаций (11) имеет место при выполнении начальных условий

$$\sum_{k=m}^M b_k s_{ij}^{(k-m)}(0) = \sum_{k=l}^L a_k e_{ij}^{(k-l)}(0); \quad m = 1, 2, \dots, M; \quad l = 1, 2, \dots, L.$$

Здесь $f^{(k-l)}(0)$ - производная $(k-l)$ -го порядка в точке $t = 0$.

1. Глуценков В. С., Сараев Л. А., Хохрякова Ю. В. Малые упругопластические деформации композиционного материала, хаотически армированного эллипсоидальными включениями // Вестн. СамГУ. 2001. № 2(20). С. 121–125.

Поступила 15.02.2003 г.

УДК 624.012: 69.059.3

В.В. Теряник

О ПРОБЛЕМЕ УСТОЙЧИВОСТИ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ БЕТОННЫХ И ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СРЕДНЕЙ И БОЛЬШОЙ ГИБКОСТИ (ДО $\lambda = l_0/i \leq 120$)

Проанализированы и обобщены результаты экспериментальных исследований по определению несущей способности внецентренно сжатых колонн средней и большой гибкости. Выявлены недостатки существующей методики расчета. Усовершенствована методика проверки несущей способности внецентренно сжатых колонн из условия прочности и устойчивости с учетом реальных свойств материала.

Известно, что для нормальной эксплуатации конструкций должно соблюдаться общее требование строительных норм [1]

$$gF \leq \Phi \cdot K, \quad (1)$$

где F - фактическая нагрузка на конструкцию в момент обследования, когда выявлены дефекты и повреждения; Φ - несущая способность конструкции без учета повреждений и дефектов, определяемая расчетом из условия прочности и устойчивости по фактическим значениям площадей сечений A_0 , A_s и прочности бетона и стали R_b , R_s ; K - коэффициент снижения несущей способности конструкции при наличии дефектов и повреждений, значение которого может быть установлено на основе результатов обследований; g - коэффициент надежности по материалу.

При практических расчетах условие (1) удобно представить в виде

$$F \leq (1/g)\Phi K. \quad (2)$$

Чтобы правильно решить вопрос, какие элементы конструкции надо усиливать и по какой причине, условие (2) необходимо проверять для каждого элемента конструкции отдельно. Для внецентренно сжатых элементов:

а) из условия прочности –

$$M_{\text{факт}} \leq (g_e \cdot g_s) M_{np} \text{ или } N_{\text{факт}} \leq (g_e \cdot g_s) N_{np}; \quad (3)$$

б) из условия устойчивости –

$$N_{\text{факт}} \leq (g_e \cdot g_s) N_{кр}, \quad (4)$$

где $g_e \cdot g_s$ - коэффициенты надежности по бетону и арматуре.

Как показано в работе [2], для внецентренно сжатых элементов средней и большой гибкости несущая способность при потере устойчивости всегда будет меньше, чем из условия прочности N_{np} . Однако методика определения $N_{кр}$ из условия устойчивости для внецентренно сжатых элементов (колонн) при малых и средних эксцентриситетах e_0 с учетом гибкости I разработана пока недостаточно. По имеющейся методике расчета бетонных и железобетонных колонн в СНиПе [1] проверка устойчивости выполняется в косвенном виде и весьма приближенно. При этом проектировщики не имеют возможности строгой оценки несущей способности таких колонн из условия устойчивости. А для решения вопроса о необходимости усиления сжатых колонн следует более точно проверять несущую способность их из условия возможной потери устойчивости, особенно это относится к колоннам средней и большой гибкости (3).

Для проверки несущей способности гибких сжатых элементов при $I \geq 14$ рекомендуется использовать условие [1]

$$N_{\text{расч}} \cdot e_{\text{расч}} \leq [M_{np} = R_b A_{bc} \cdot Z_b + R_{sc} A'_s \cdot Z_s], \quad (5)$$