Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

К. А. Пугачёв, Система динамических ограничений в задаче оптимального формирования смеси, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2003, выпуск 19, 183–185

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu166>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.229.45.116

26 апреля 2023 г., 16:37:11

Математическое моделирование

УДК 658.012.011.56; 519.876

К.А. Пугачев

СИСТЕМА ДИНАМИЧЕСКИХ ОГРАНИЧЕНИЙ В ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО ФОРМИРОВАНИЯ СМЕСИ

Проведен анализ влияния характера ограничений в задаче оптимального формирования смеси. Для повышения эффективности предложено использовать динамические ограничения.

Формирование односырьевых смесей характерно для таких предприятий по переработке сельскохозяйственного сырья, как мукомольные заводы.

Показатели качества сырьевой смеси подчиняются аддитивному принципу [1-3]. В соответствии с этим принципом значение какого-либо показателя p_{sj} смеси определяется путем взвешенного усреднения соответствующего показателя смешиваемых партий. Вес показателя зависит от количества x_i сырья, взятого из партии:

$$p_{sj} = \sum_{i=1}^n p_{ij} \frac{x_i}{r}, \quad j=1, \mathbf{K}, m. \quad (1)$$

Общая формулировка задачи о приготовлении заданного количества смеси r выглядит следующим образом:

$$\sum_{i=1}^n c_i x_i \rightarrow \min; \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n p_{ij} x_i - r p_{sj} = 0, \quad j=1, \dots, m; \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i - r = 0; \quad (4)$$

$$x_i \geq 0, \quad i=1, \dots, n; \quad (5)$$

$$x_i \leq b_i, \quad i=1, \dots, n. \quad (6)$$

Здесь c_i – цена единицы сырья, а b_i – количество сырья в i -той партии.

Из (1) следует, что система (2) – (6) может иметь решение лишь в том случае, если

$$\min_{i=1, \dots, n} p_{ij} \leq p_{sj} \leq \max_{i=1, \dots, n} (p_{ij}), \quad j=1, \dots, m. \quad (7)$$

Такой контроль значений коэффициентов системы необходимо производить перед ее решением. Поэтому в дальнейшем будем считать, что для рассматриваемой задачи условие (7) выполняется.

Далее следует отметить, что ограничения (3) в форме уравнений имеют неоправданно строгий характер, что может приводить к формальному отсутствию решений задачи даже при благоприятных начальных условиях. Поэтому ограничения в форме (3) целесообразно использовать лишь при малой размерности задачи (до $m \leq 3$). Как показывает анализ отраслевых нормативов, на показатели качества большинства видов сырья и смесей установлены допустимые отклонения от базовых значений:

$$p_j^- \leq p_{sj} \leq p_j^+, \quad j=1, \dots, m, \quad (8)$$

где $p_j^- = p_{sj} - d_{lj}$; $p_j^+ = p_{sj} + d_{hj}$. Переменные d_{lj} и d_{hj} обозначают допустимые отклонения p_j от стандарта p_{sj} в меньшую и большую стороны.

Использование допусков позволяет смягчить ограничения (3), заменив их следующими:

$$\sum_{i=1}^n p_{ij} x_i - p_{sj} r \geq -d_{lj} r, \quad j=1, \dots, m; \quad \sum_{i=1}^n p_{ij} x_i - p_{sj} r \leq d_{hj} r, \quad j=1, \dots, m; \quad \sum_{i=1}^n x_i - r = 0. \quad (9)$$

Ограничения (5) и (6) оставим без изменений. Хотя ограничения (9) являются более мягкими, опытное использование их показало, что и при данной постановке решение задачи может отсутствовать в случаях, когда какой-либо параметр качества значительно лучше базовых значений. Так, например, если процент сорной примеси зерна в силосах элеватора в целом ниже базового значения, то несмотря на хорошее качество сырья формальное решение задачи может отсутствовать, если нижний допуск на отклонение процента сорной примеси задан жестко. Ес-

ли же его установить равным нулю, то в других случаях при оптимизации состава смеси будет неоправданно расходоваться сырье хорошего качества.

В настоящей работе для решения данной проблемы предлагается устанавливать границы допуска на значения таких параметров динамически, на основе оценки параметров имеющихся запасов сырья. В качестве такого варианта целесообразно рассчитывать границы допусков по параметрам следующим образом. Для показателей, ограниченных сверху, $d_{lj} = \max(p_s - p_{fj}, 0) + p_{sj}\sigma_j$; $d_{hj} = p_{sj}\sigma_j$. Для показателей, ограниченных снизу, $d_{lj} = p_{sj}\sigma_j$; $d_{hj} = \max(p_{fj} - p_{sj}, 0) + p_{sj}\sigma_j$. Здесь σ_j – допустимое относительное отклонение показателя p_j ; p_{fj} – фактическое значение показателя для общих запасов сырья. Графики, приведенные на рисунке, показывают, как с ростом значений показателей p_{fj} изменяется граница допуска.

Изменение границ допуска с ростом показателей

Как уже отмечалось, в качестве критерия оптимизации для данной задачи в проанализированных работах предлагаются различные целевые функции [2-5].

В работах [2,4] для автоматизации решения задачи о составлении помольных смесей предлагается не задавать количество смеси r , а рассчитывать выход продукции из нее на основании отраслевой методики. При этом в систему ограничений вместо уравнения баланса добавляется ограничение по выходу продукции, а в качестве критерия оптимизации смеси предлагается минимизация общего расхода зерна на составление смеси, т.е.

$$\sum_{i=1}^n x_i \rightarrow \min. \quad (10)$$

Другой, критерий оптимизации для задачи о составлении гранулированных смесей приводится в работе [3]. Если применить его к условиям рассматриваемой задачи, то он будет состоять в минимизации суммы отклонений показателей качества смеси от требуемых значений:

$$\sum_{j=1}^m (d_{lj} + d_{hj}) \rightarrow \min. \quad (11)$$

В данной постановке d_{lj} и d_{hj} не задаются как коэффициенты, а так же относятся к переменным задачи (слабые переменные). Для выравнивания веса отдельных отклонений в (9) значения d_{lj} и d_{hj} следует пронормировать. Чтобы учесть значимость отдельных показателей качества для формируемой смеси в критерии оптимизации (11) используются весовые коэффициенты, характеризующие относительную важность контролируемых показателей.

Недостаток данного подхода – отсутствие контроля показателей качества смеси, что может привести к недопустимо большим отклонениям их от базисных норм.

Следует учитывать, что на предприятиях требуется, чтобы партия расходовалась полностью, если при использовании сырья из нее образуется остаток меньше некоторого установленного предела e_0 . Поэтому адекватным критерием оптимизации будет линейная функция, коэффициенты которой выражают относительную предпочтительность использования различных партий сырья в смеси:

$$\sum_{i=1}^n r_i x_i \rightarrow \max, \quad (12)$$

где r_i – коэффициент относительной предпочтительности i -той партии. Коэффициенты r_i могут назначаться экспертным путем, либо рассчитываться аналитически следующим образом:

$$\rho_i = \left(\frac{(b_i - \varepsilon_0)}{\sum_{i=1}^n b_i} \right)^2.$$

С учетом рассмотренных ограничений задачу формирования смеси можно сформулировать следующим образом:

$$\sum_{i=1}^n r_i x_i \rightarrow \max; \quad \sum_{i=1}^n p_{ij} x_i \geq p_{sj}^- r, \quad j=1, \mathbf{K}, m; \quad \sum_{i=1}^n p_{ij} x_i \leq p_{sj}^+ r, \quad j=1, \mathbf{K}, m; \quad \sum_{i=1}^n x_i - r = 0;$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n; \quad x_i = b_i, \quad \text{если } b_i - x_i \leq \varepsilon_0, \quad i = 1, \dots, n; \quad x_i \leq b_i, \quad \text{если } b_i - x_i \geq \varepsilon_0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Решением задачи будет вектор $\mathbf{X} = (x_i)$.

Использование предложенных динамических ограничений позволяет получить заметный выигрыш в объеме получаемой смеси из одних и тех же запасов сырья по сравнению с использованием жестких ограничений. Проведенное имитационное моделирование процессов расходования сырья на приготовление смесей показало, что предложенная методика повышает эффективность его использования на 10-20 %.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Мерко И.Т. Технология мукомольного и крупяного производства. М.: Агропромиздат, 1985. 260 с.
2. Бутковский В.А. Технология мукомольного, крупяного и комбикормового производства. М.: Колос, 1981. 321 с.
3. Исследование операций. В 2-х т. Методологические основы и математические методы / Под ред. Дж. Моудера и С. Элмаграби. М.: Мир, 1981. 430 с.
4. Черняев Н.П. Технология комбикормового производства. М.: Колос, 1985. 312 с.
5. Мерко И.Т. Совершенствование технологических процессов сортового помола пшеницы. М.: Колос, 1979. 230 с.

Поступила 7.04.2003 г.