Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. А. Алдашев, Корректность смешанной задачи для многомерного гиперbolo-параболического уравнения, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2020, номер 3, 574–582

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu1809>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.89.56.158

26 апреля 2023 г., 16:05:59

Краткие сообщения

УДК 517.955.2:517.956

Корректность смешанной задачи для многомерного гиперbolo-параболического уравнения

© С. А. Алдашев

Казахский национальный педагогический университет им. Абая,
Казахстан, 480100, Алматы, ул. Толе Би, 86.

Аннотация

В цилиндрической области евклидова пространства рассматривается модельное многомерное гиперbolo-параболическое уравнение, для которого ставится смешанная задача с неоднородными краевыми условиями. В классе непрерывно-дифференцируемых функций показывается однозначная разрешимость поставленной задачи и указывается способ получения явного вида классического решения.

Ключевые слова: корректность смешанной задачи, гиперbolo-параболическое уравнение, цилиндрическая область, функции Бесселя.

Получение: 22 июля 2020 г. / Исправление: 25 августа 2020 г. /
Принятие: 14 сентября 2020 г. / Публикация онлайн: 30 сентября 2020 г.

Введение. К многомерным гиперbolo-параболическим уравнениям приводят различные задачи, например, анализ электромагнитных полей в сложных средах (например, если проводимость среды меняется) [1], моделирование процесса распространения тепла в колеблющихся упругих мембранах [2]. При этом возникает необходимость получения явного представления решений исследуемых задач. Теория краевых задач для гиперbolo-параболических уравнений на плоскости изучена в [3]. Многомерные аналоги этих задач в обобщенных пространствах исследованы в [4, 5].

Основная смешанная задача для многомерных гиперболических уравнений в обобщенных пространствах исследована в работах [6, 7]. В [8] доказана

Краткое сообщение

Контент публикуется на условиях лицензии [Creative Commons Attribution 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru) (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

Образец для цитирования

Алдашев С. А. Корректность смешанной задачи для многомерного гиперbolo-параболического уравнения // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2020. Т. 24, № 3. С. 574–582. <https://doi.org/10.14498/vsgtu1809>.

Сведения об авторе

Серик Аймурзаевич Алдашев <https://orcid.org/0000-0002-8223-6900>

доктор физико-математических наук, профессор; заведующий кафедрой; каф. фундаментальной и прикладной математики; e-mail: aldash51@mail.ru

корректность этой задачи и получен явный вид классического решения. В работах [9, 10] доказано, что для многомерных гиперβολо-параболических уравнений в классе непрерывных функций смешанная задача в цилиндрической области имеет бесчисленное множество решений. В данной работе показывается, что в классе непрерывно-дифференцируемых функций эта задача однозначно разрешима, приводится явное представление классического решения для одного модельного многомерного гиперβολо-параболического уравнения.

1. Постановка задачи и основной результат. Пусть $\Omega_{\alpha\beta}$ — цилиндрическая область евклидова пространства E_{m+1} точек $(x_1, \dots, x_m, t)$, ограниченная цилиндром $\Gamma = \{(x, t) : |x| = 1\}$, плоскостями $t = \alpha > 0$ и $t = \beta < 0$, где $|x|$ — длина вектора $x = (x_1, \dots, x_m)$.

Через Ω_α и Ω_β обозначим части области $\Omega_{\alpha\beta}$, а через Γ_α , Γ_β — части поверхности Γ , лежащие в полупространствах $t > 0$ и $t < 0$; σ_α — верхнее, а σ_β — нижнее основание области $\Omega_{\alpha\beta}$; S — общая часть границ областей Ω_α и Ω_β , представляющая собой множество $\{t = 0, 0 < |x| < 1\}$ в E_m .

В области $\Omega_{\alpha\beta}$ рассмотрим гиперβολо-параболическое уравнение

$$0 = \begin{cases} \Delta_x u - u_{tt}, & t > 0, \\ \Delta_x u - u_t, & t < 0, \end{cases} \quad (1)$$

где Δ_x — оператор Лапласа по переменным $x_1, \dots, x_m$, $m \geq 2$.

Перейдем от декартовых координат $x_1, \dots, x_m, t$ к сферическим $r, \theta_1, \dots, \theta_{m-1}, t, r \geq 0, 0 \leq \theta_1 < 2\pi, 0 \leq \theta_i \leq \pi, i = 2, 3, \dots, m-1, \theta = (\theta_1, \dots, \theta_{m-1})$.

ЗАДАЧА 1. Найти решение уравнения (1) в области $\Omega_{\alpha\beta}$ при $t \neq 0$ из класса $C(\overline{\Omega_{\alpha\beta}}) \cap C^1(\Omega_{\alpha\beta}) \cap C^2(\Omega_\alpha \cup \Omega_\beta)$, удовлетворяющее краевым условиям

$$u|_{\Gamma_\alpha} = \varphi_1(t, \theta), \quad (2)$$

$$u|_{\Gamma_\beta} = \psi_2(t, \theta), \quad u|_{\sigma_\beta} = \varphi(r, \theta), \quad (3)$$

при этом $\psi_1(0, \theta) = \psi_2(0, \theta), \psi_2(\beta, \theta) = \varphi(1, \theta)$.

Пусть $\{Y_{n,m}^k(\theta)\}$ — система линейно независимых сферических функций порядка n , $1 \leq k \leq k_n, (m-2)!n!k_n = (n+m-3)!(2n+m-2)$; $W_2^l(S)$ — пространства Соболева, $l = 0, 1, \dots$.

ЛЕММА 1 [11]. Пусть $f(r, \theta) \in W_2^l(S)$. Если $l \geq m-1$, то ряд

$$f(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} f_n^k(r) Y_{n,m}^k(\theta), \quad (4)$$

а также ряды, полученные из него дифференцированием порядка $p \leq l-m+1$, сходятся абсолютно и равномерно.

ЛЕММА 2. Для того чтобы $f(r, \theta) \in W_2^l(S)$, необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты ряда (4) удовлетворяли неравенствам

$$|f_0^1(r)| \leq c_1, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} n^{2l} |f_n^k(r)|^2 \leq c_2, \quad c_1, c_2 = \text{const.}$$

Через $\bar{\varphi}_n^k(r)$, $\psi_{2n}^k(t)$ обозначим коэффициенты разложения ряда (4) для функций $\varphi(r, \theta)$, $\psi_2(t, \theta)$.

ТЕОРЕМА 1. Если $\psi_1(t, \theta) \in W_2^l(\Gamma_\alpha)$, $\psi_2(t, \theta) \in W_2^l(\Gamma_\beta)$, $\varphi(r, \theta) \in W_2^l(S)$, $l > 3m/2$, то задача 1 однозначно разрешима.

2. Доказательство теоремы 1. В сферических координатах уравнение (1) в области Ω_β имеет вид [11, 12]

$$\begin{aligned} u_{rr} + \frac{m-1}{r}u_r - \frac{1}{r^2}\delta u - u_t &= 0, \\ \delta &\equiv - \sum_{j=1}^{m-1} \frac{1}{g_j \sin^{m-j-1} \theta_j} \frac{\partial}{\partial \theta_j} \left(\sin^{m-j-1} \theta_j \frac{\partial}{\partial \theta_j} \right), \\ g_1 &= 1, \quad g_j = (\sin \theta_1 \cdots \sin \theta_{j-1})^2, \quad j > 1. \end{aligned} \quad (5)$$

Известно [11, 12], что спектр оператора δ состоит из собственных чисел $\lambda_n = n(n+m-2)$, $n = 0, 1, \dots$, каждому из которых соответствует k_n ортонормированных собственных функций $Y_{n,m}^k(\theta)$.

Так как искомое решение задачи 1 в области Ω_β принадлежит классу $C(\bar{\Omega}_\beta) \cap C^2(\Omega_\beta)$, его можно искать в виде ряда

$$u(r, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} \bar{u}_n^k(r, t) Y_{n,m}^k(\theta), \quad (6)$$

где $\bar{u}_n^k(r, t)$ — функции, подлежащие определению.

Подставляя (6) в (5) и используя ортогональность сферических функций $Y_{n,m}^k(\theta)$ [12], будем иметь

$$\bar{u}_{nrr}^k + \frac{m-1}{r}\bar{u}_{nr}^k - \bar{u}_{nt}^k - \frac{\lambda_n}{r^2}\bar{u}_n^k = 0, \quad k = \overline{1, k_n}, \quad n = 0, 1, \dots, \quad (7)$$

при этом краевое условие (3) с учетом леммы 1 запишется в виде

$$\bar{u}_n^k(r, \beta) = \bar{\varphi}_n^k(r), \quad \bar{u}_n^k(1, t) = \psi_{2n}^k(t), \quad k = \overline{1, k_n}, \quad n = 0, 1, \dots \quad (8)$$

Произведя в (7), (8) замену $\bar{v}_n^k(r, t) = \bar{u}_n^k(r, t) - \psi_{2n}^k(t)$, получим

$$\bar{v}_{nrr}^k + \frac{m-1}{r}\bar{v}_{nr}^k - \bar{v}_{nt}^k - \frac{\lambda_n}{r^2}\bar{v}_n^k = \bar{f}_n^k(r, t), \quad (9)$$

$$\bar{v}_n^k(r, \beta) = \varphi_n^k(r), \quad \bar{v}_n^k(1, t) = 0, \quad k = \overline{1, k_n}, \quad n = 0, 1, \dots, \quad (10)$$

$$\bar{f}_n^k(r, t) = \psi_{2nt}^k + \frac{\lambda_n}{r^2}\psi_{2n}^k(t), \quad \varphi_n^k(r) = \bar{\varphi}_n^k(r) - \psi_{2n}^k(\beta).$$

Задача (9), (10) заменой $\bar{v}_n^k(r, t) = r^{\frac{(1-m)}{2}}v_n^k(r, t)$ приводится к следующей:

$$Lv_n^k \equiv v_{nrr}^k - v_{nt}^k + \frac{\bar{\lambda}_n}{r^2}v_n^k = f_n^k(r, t), \quad (11)$$

$$v_n^k(r, \beta) = \tilde{\varphi}_n^k(r), \quad v_n^k(1, t) = 0, \quad (12)$$

$$\bar{\lambda}_n = \frac{1}{4}(m-1)(3-m) - \lambda_n, \quad f_n^k(r, t) = r^{\frac{(m-1)}{2}} \bar{f}_n^k(r, t), \quad \tilde{\varphi}_n^k(r) = r^{\frac{(m-1)}{2}} \varphi_n^k(r).$$

Решение задачи (11), (12) ищется в виде $v_n^k(r, t) = v_{1n}^k(r, t) + v_{2n}^k(r, t)$, где $v_{1n}^k(r, t)$ — решение задачи

$$Lv_{1n}^k = f_n^k(r, t); \quad v_{1n}^k(r, \beta) = 0, \quad v_{1n}^k(1, t) = 0, \quad (13)$$

а $v_{2n}^k(r, t)$ — решение задачи

$$Lv_{2n}^k = 0; \quad v_{2n}^k(r, \beta) = \tilde{\varphi}_n^k(r), \quad v_{2n}^k(1, t) = 0. \quad (14)$$

Решение вышеуказанных задач представим в виде

$$v_n^k(r, t) = \sum_{s=1}^{\infty} R_s(r) T_s(t), \quad (15)$$

при этом

$$f_n^k(r, t) = \sum_{s=1}^{\infty} a_{s,n}(t) R_s(r), \quad \tilde{\varphi}_n^k(r) = \sum_{s=1}^{\infty} b_{s,n} R_s(r). \quad (16)$$

Подставляя (15) в (13), с учетом (16) получим

$$R_{srr} + \frac{\bar{\lambda}_n}{r^2} R_s + \mu R_s = 0, \quad 0 < r < 1; \quad R_s(1) = 0, \quad |R_s(0)| < \infty; \quad (17)$$

$$T_{st} + \mu T_s = -a_{s,n}(t), \quad \beta < t < 0; \quad T_s(\beta) = 0. \quad (18)$$

Ограниченное решение задачи (17) имеет вид [13]

$$R_s(r) = \sqrt{r} J_{\nu}(\mu_{s,n} r), \quad \nu = n + \frac{1}{2}(m-2), \quad \mu = \mu_{s,n}^2. \quad (19)$$

Решение задачи (18) имеет вид

$$T_{s,n}(t) = \exp(-\mu_{s,n}^2 t) \int_t^{\beta} a_{s,n}(\xi) \exp(\mu_{s,n}^2 \xi) d\xi. \quad (20)$$

Подставляя (19) в (16), получим

$$\begin{aligned} r^{-\frac{1}{2}} f_n^k(r, t) &= \sum_{s=1}^{\infty} a_{s,n}(t) J_{\nu}(\mu_{s,n} r), \\ r^{-\frac{1}{2}} \tilde{\varphi}_n^k(r) &= \sum_{s=1}^{\infty} b_{s,n} J_{\nu}(\mu_{s,n} r), \quad 0 < r < 1. \end{aligned} \quad (21)$$

Ряды (21) являются рядами Фурье—Бесселя [14] для соответствующих функций, если

$$a_{s,n}(t) = 2[J_{\nu+1}(\mu_{s,n})]^{-2} \int_0^1 \sqrt{\xi} f_n^k(\xi, t) J_{\nu}(\mu_{s,n} \xi) d\xi, \quad (22)$$

$$b_{s,n} = 2[J_{\nu+1}(\mu_{s,n})]^{-2} \int_0^1 \sqrt{\xi} \tilde{\varphi}_n^k(\xi) J_{\nu}(\mu_{s,n}\xi) d\xi, \quad s = 1, 2, \dots, \quad (23)$$

где $\mu_{s,n}$ — положительные нули функций Бесселя $J_{\nu}(z)$, расположенные в порядке возрастания их величины.

Из (15), (19), (20) получим решение задачи (13) в виде

$$v_{1n}^k(r, t) = \sum_{s=1}^{\infty} \sqrt{r} T_{s,n}(t) J_{\nu}(\mu_{s,n}r), \quad (24)$$

где $a_{s,n}(t)$ определяются из (22).

Подставляя (15) в (14), с учетом (16) приходим к задаче

$$T_{st} + \mu_{s,n}^2 T_s = 0, \quad \beta < t < 0; \quad T_s(\beta) = b_{s,n}$$

с решением

$$T_{s,n}(t) = b_{s,n} \exp \mu_{s,n}^2 (\beta - t). \quad (25)$$

Из (19), (25) получим

$$v_{2n}^k(r, t) = \sum_{s=1}^{\infty} b_{s,n} \sqrt{r} (\exp \mu_{s,n}^2 (\beta - t)) J_{\nu}(\mu_{s,n}r), \quad (26)$$

где $b_{s,n}$ находятся из (23).

Следовательно, единственное решение задачи (1), (3) в области Ω_{β} имеет вид

$$u(r, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} \left\{ \psi_{2n}^k(t) + r^{\frac{(1-m)}{2}} \left[v_{1n}^k(r, t) + v_{2n}^k(r, t) \right] \right\} Y_{n,m}^k(\theta), \quad (27)$$

где $v_{1n}^k(r, t)$, $v_{2n}^k(r, t)$ находятся из (24), (26).

Имеют место следующие формулы [1, 14]:

$$\begin{aligned} 2J'_{\nu}(z) &= J_{\nu-1}(z) - J_{\nu+1}(z), \\ J_{\nu}(z) &= \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \cos\left(z - \frac{\pi}{2}\nu - \frac{\pi}{4}\right) + O\left(\frac{1}{z^{3/2}}\right), \quad \nu \geq 0, \end{aligned} \quad (28)$$

По признаку Даламбера с учетом свойств (28) показывается, что ряды (24), (26) и их продифференцированные ряды сходятся абсолютно и равномерно.

Применяя (28), оценки [11]

$$k_n \leq c_1 n^{m-2}, \quad \left| \frac{\partial^l}{\partial \theta_j^l} Y_{n,m}^k(\theta) \right| \leq c_2 n^{\frac{m}{2}-1+l}, \quad j = \overline{1, m-1}, \quad l = 0, 1, \dots,$$

а также леммы 1, 2 и ограничения на заданные функции $\psi_2(t, \theta)$, $\varphi(r, \theta)$, можно показать, что полученное решение в виде (27) принадлежит классу $C(\bar{\Omega}_{\beta}) \cap C^1(\Omega_{\beta} \cup S) \cap C^2(\Omega_{\beta})$.

Из (24), (26), (27) при $t \rightarrow -0$ имеем

$$u(r, \theta, 0) = \tau(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} \tau_n^k(r) Y_{n,m}^k(\theta), \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \tau_n^k(r) = \psi_{2n}^k(0) + \sum_{s=1}^{\infty} r^{\frac{2-m}{2}} \left[\int_0^{\beta} a_{s,n}(\xi) (\exp \mu_{s,n}^2 \xi) d\xi + \right. \\ \left. + b_{s,n}(\exp \mu_{s,n}^2 \beta) \right] J_{n+\frac{(m-2)}{2}}(\mu_{s,n} r). \end{aligned}$$

$$u_t(r, \theta, 0) = \nu(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} \nu_n^k(r) Y_{n,m}^k(\theta), \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \nu_n^k(r) = \psi_{2nt}^k(0) - \sum_{s=1}^{\infty} r^{\frac{(2-m)}{2}} \left[a_{s,n}(0) + \mu_{s,n}^2 b_{s,n}(\exp \mu_{s,n}^2 \beta) + \right. \\ \left. + \mu_{s,n}^2 \int_0^{\beta} a_{s,n}(\xi) (\exp \mu_{s,n}^2 \xi) d\xi \right] J_{n+\frac{(m-2)}{2}}(\mu_{s,n} r). \end{aligned}$$

Из (21)–(23), (28), а также из лемм 1, 2 вытекает, что $\tau(r, \theta), \nu(r, \theta) \in W_2^l(S)$, $l > 3m/2$.

Таким образом, в области Ω_{α} получена смешанная задача для многомерного волнового уравнения:

$$\Delta_x u - u_{tt} = 0, \quad (31)$$

$$u|_S = \tau(r, \theta), \quad u_t|_S = \nu(r, \theta), \quad u|_{\Gamma_{\alpha}} = \psi_1(t, \theta), \quad (32)$$

где соответствующие функции определяются условиями (2), (29), (30).

В [8] доказана

ТЕОРЕМА 2. Если $\tau(r, \theta), \nu(r, \theta) \in W_2^l(S)$, $\psi_1(t, \theta) \in W_2^l(\Gamma_{\alpha})$, $l > 3m/2$, то задача (31), (32) имеет единственное решение.

Используя теорему 2, приходим к справедливости теоремы 1, и на основании работы [8] можно записать явное представление решения задачи 1.

Конкурирующие интересы. Я заявляю об отсутствии явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Авторская ответственность. Я несу полную ответственность за предоставление окончательной версии рукописи в печать. Окончательная версия рукописи мною одобрена.

Финансирование. Исследование выполнялось без финансирования.

Библиографический список

1. Тихонов А. Н., Самарский А. А. *Уравнения математической физики*. М.: Наука, 1966. 287 с.
2. Бицадзе А. В. *Некоторые классы уравнений в частных производных*. М.: Наука, 1981. 448 с.
3. Нахушев А. М. *Задачи со смещением для уравнения в частных производных*. М.: Наука, 2006. 287 с.

4. Врагов В. Н. *Краевые задачи для неклассических уравнений математической физики*. Новосибирск: Акад. АН СССР, Сиб. отдел., Ин-т. мат., 1983. 84 с.
5. Karatoprakliev G. D. Boundary value problems for equations of mixed type in multi-dimensional domains // *Banach Center Publications*, 1983. vol. 10. pp. 231–269 (In Russian). <https://doi.org/10.4064/-10-1-231-269>.
6. Ладыженская О. А. *Смешанная задача для гиперболического уравнения*. М.: Гостехиздат, 1953. 279 с.
7. Ладыженская О. А. *Краевые задачи математической физики*. М.: Наука, 1973. 407 с.
8. Алдашев С. А. Корректность смешанной задачи для многомерных гиперболических уравнений с волновым оператором // *Укр. мат. журн.*, 2017. Т. 69, № 7. С. 992–999. <http://umj-old.imath.kiev.ua/article/?lang=en&article=10799>.
9. Алдашев С. А. Некорректность смешанной задачи для многомерного гиперболо-параболического уравнения / *Актуальные проблемы математики, информатики, механики и теории управления*: Материалы межд. научно-практической конф. Алматы, 2009. С. 469–474.
10. Алдашев С. А. Некорректность смешанной задачи для одного класса многомерных гиперболо-параболических уравнений // *Мат. журнал*. Алматы, 2010. Т. 10, № 4. С. 4–12.
11. Михлин С. Г. *Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения*. М.: Физматгиз, 1962. 254 с.
12. Михлин С. Г. *Линейные уравнения в частных производных*. М.: Высш. шк., 1977. 431 с.
13. Камке Э. *Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям*. М.: Наука, 1965. 703 с.
14. Erdélyi A., Magnus W., Oberhettinger F., Tricomi F. G. *Higher transcendental functions*. vol. II / Bateman Manuscript Project. New York, Toronto, London: McGraw-Hill Book Co., 1953. xvii+396 pp.

Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук приступает к работе в рамках Государственного контракта № 13.597.11.0043 по теме «Создание электронного архива выпусков научных журналов по тематическому направлению «Математика, физика, информационные технологии». Архив будет размещен на Общероссийском портале Math-Net.Ru.

Предполагается пополнить коллекцию Math-Net.Ru архивами ряда ведущих журналов по математике, физике и информационным технологиям, а также материалами научных мероприятий.

Проект представлен в социальных сетях: @MathNetRu, @MathNetRu, Math-Net. Ru.

MSC: 35M12, 35A02

Well-posedness of a mixed type problem for the multidimensional hyperbolic-parabolic equation

© S. A. Aldashev

Kazakh National Pedagogical University named after Abay,
86, Tole-bi st., Almaty, 480100, Kazakhstan.

Abstract

We consider the modeling multidimensional hyperbolic-parabolic equation in the cylindrical area of Euclidean space and formulate the mixed problem with non-homogeneous boundary conditions for it. We show the unique solvability of the problem for the class of continuously differentiable functions and give a way to construct its explicit classical solution.

Keywords: well-posedness of mixed type problem, hyperbolic-parabolic equation, cylindrical area, Bessel functions.

Received: 22nd July, 2020 / Revised: 25th August, 2020 /

Accepted: 14th September, 2020 / First online: 30th September, 2020

Competing interests. I declare that I have no apparent or potential conflicts of interest related to the publication of this article.

Author's Responsibilities. I take full responsibility for submitting the final manuscript in print. I approved the final version of the manuscript.

Funding. The research has no funding from any party.

References

1. Tikhonov A. N., Samarskii A. A. *Uravneniia matematicheskoi fiziki* [The Equations of Mathematical Physics]. Moscow, Nauka, 1966, 287 pp. (In Russian)
2. Bitsize A. V. *Nekotorye klassy uravnenii v chastnykh proizvodnykh* [Some Classes of Partial Differential Equations]. Moscow, Nauka, 1981, 448 pp. (In Russian)
3. Nakhushiev A. M. *Zadachi so smeshcheniem dlia uravneniia v chastnykh proizvodnykh* [Problems with Shifts for Partial Differential Equations]. Moscow, Nauka, 2006, 287 pp. (In Russian)

Short Communication

The content is published under the terms of the [Creative Commons Attribution 4.0 International License](http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

Please cite this article in press as:

Aldashev S. A. Well-posedness of a mixed type problem for the multidimensional hyperbolic-parabolic equation, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2020, vol. 24, no. 3, pp. 574–582. <https://doi.org/10.14498/vsgtu1809> (In Russian).

Author's Details:

Serik A. Aldashev <https://orcid.org/0000-0002-8223-6900>

Dr. Phys. & Math. Sci., Professor; Head of Dept.; Dept. of Fundamental and Applied Mathematics; e-mail: aldash51@mail.ru

4. Vragov V. N. *Kraevye zadachi dlia neklassicheskikh uravnenii matematicheskoi fiziki* [Boundary Value Problems for Nonclassical Equations in Mathematical Physics]. Novosibirsk, Akad. Nauk SSSR Sibirsk. Otdel., Inst. Mat., 1983, 84 pp. (In Russian)
5. Karatoprakliev G. D. Boundary value problems for equations of mixed type in multi-dimensional domains, *Banach Center Publications*, 1983, vol. 10, pp. 231–269 (In Russian). <https://doi.org/10.4064/-10-1-231-269>.
6. Ladyzhenskaia O. A. *Smeshannaia zadacha dlia giperbolicheskogo uravneniia* [The Mixed Problem for a Hyperbolic Equation]. Moscow, Gostekhizdat, 1953, 279 pp. (In Russian)
7. Ladyzhenskaia O. A. *Kraevye zadachi matematicheskoi fiziki* [Boundary Value Problems of Mathematical Physics]. Moscow, Nauka, 1973, 407 pp. (In Russian)
8. Aldashev S. A. Well-posedness of mixed problems for multidimensional hyperbolic equations with wave operator, *Ukr. Mat. Zh.*, 2017, vol. 69, no. 7, pp. 992–999 (In Russian). <http://umj-old.imath.kiev.ua/article/?lang=en&article=10799>.
9. Aldashev S. A. Ill-posedness of a mixed problem for a multidimensional hyperbolic-parabolic equation, In: *Actual Problems of Mathematics, Computer Science, Mechanics and Control Theory*. Almaty, 2009, pp. 469–474 (In Russian).
10. Aldashev S. A. Ill-posedness of a mixed problem for one class of multi-dimensional hyperbolic-parabolic equations, *Kazakh Math. J.*, 2010, vol. 10, no. 4, pp. 4–12 (In Russian).
11. Mikhlin S. G. *Mnogomernye singuliarnye integraly i integral'nye uravneniia* [Higher-Dimensional Singular Integrals and Integral Equations]. Moscow, Fizmatgiz, 1962, 254 pp. (In Russian)
12. Mikhlin S. G. *Lineinye uravneniia v chastnykh proizvodnykh* [Linear Partial Differential Equations]. Moscow, Vyssh. Shk., 1977, 431 pp. (In Russian)
13. Kamke È. *Spravochnik po obyknovennym differentsial'nym uravneniiam* [Manual of Ordinary Differential Equations]. Moscow, Nauka, 1965, 703 pp. (In Russian)
14. Erdélyi A., Magnus W., Oberhettinger F., Tricomi F. G. *Higher transcendental functions*, vol. II, Bateman Manuscript Project. New York, Toronto, London, McGraw-Hill Book Co., 1953, xvii+396 pp.