Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Базаров, Синтез системы автоматического регулирования для объектов с распределенными параметрами, содержащих звенья запаздывания, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 1998, выпуск 6, 137–139

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu19>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.208.226.222

26 апреля 2023 г., 18:11:33

СИНТЕЗ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ОБЪЕКТОВ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ, СОДЕРЖАЩИХ ЗВЕНЬЯ ЗАПАЗДЫВАНИЯ

Рассматривается задача идентификации объекта, представляющего собой проходной индуктор, и синтеза регулирующего устройства с применением прогнозатора, позволяющего компенсировать звенья запаздывания в передаточной функции замкнутой системы регулирования

Системы с распределенными параметрами довольно часто описываются выражениями, содержащими звенья запаздывания. К этому классу относятся индукционные установки методического и непрерывного нагрева, устройства наложения изоляции на жилы кабелей, различные процессы в нефтехимической промышленности и другие.

Наличие звена запаздывания в передаточной функции объекта управления при высоких требованиях к качеству регулирования часто ставит задачу придания системе устойчивости. К сожалению, стандартный набор регуляторов, таких, как ПИ, ПД или ПИД, мало способствует решению этой задачи. Вместе с тем имеется немало работ [1 - 4], посвященных данной теме, где указываются пути решения. До недавнего времени применение эффективных способов компенсации запаздывания затруднялось отсутствием достаточно недорогих и мощных управляющих машин.

Рассмотрим задачу синтеза системы регулирования на примере индукционной установки для нагрева заготовок колец подшипников методического действия.

Система нагрева описывается дифференциальным уравнением в частных производных

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right] - v \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{w(r, x)u(t)}{c\gamma} \quad (1)$$

с краевыми условиями

$$\lambda \frac{\partial T(R_1, x, t)}{\partial r} = 0; \quad (2)$$

$$\lambda \frac{\partial T(R_2, x, t)}{\partial r} = q_1; \quad (3)$$

$$T(r, 0, t) = T_1; \quad (4)$$

$$\frac{\partial T(r, X, t)}{\partial x} = q_2; \quad (5)$$

$$T(r, x, 0) = T_0(r, x). \quad (6)$$

Здесь a - коэффициент температуропроводности, $a = \lambda / (c\gamma)$; v - скорость перемещения заготовок; w - объемная плотность внутренних источников тепла; c - удельная теплоемкость; γ - удельная плотность материала заготовки; λ - коэффициент теплопроводности.

Используя интегральные преобразования по радиальной и временной координатам, находим решение в изображениях. Затем, производя обратное преобразование по радиальной координате, получим выражение для изображения температуры по Лапласу. Для краткости запишем только ту составляющую, которая зависит от внутренних источников тепла $w(r, x)u(t)$

$$\bar{T}(r, x, p) = \int_{R_1}^{R_2} \int_0^X \frac{1}{v} \bar{G}(r, x, \xi, \eta, p) w(r, x) \cdot u(p) dx dr. \quad (7)$$

Здесь $\bar{G}(r, x, p)$ - фундаментальное решение или функция Грина системы (1) - (6) в изображении по Лапласу.

Функция Грина имеет вид

$$G(r, x, \xi, \eta, t - \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varphi_0^*(\mu_n, r) \cdot \varphi_0^*(\mu_n, \xi) \xi}{\|\varphi_0\|^2} \exp\left(-\frac{a\mu_n^2(x-\eta)}{v}\right) \delta\left(t - \frac{x-\eta}{v}\right). \quad (8)$$

Здесь $\varphi_0^*(\mu_n, r)$ - собственные функции вида

$$\varphi_0^*(\mu_n, r) = -\mu_n Y_1(\mu_n R_1) J_0(\mu_n r) + \mu_n J_1(\mu_n R_1) Y_0(\mu_n r), \quad (9)$$

где J_i , Y_i - функции Бесселя первого и второго рода порядка i ; $\|\varphi_0^*\|^2$ - квадрат нормы преобразования

$$\begin{aligned} \|\varphi_0^*\|^2 = & \mu_n^2 Y_1^2(\mu_n r) \left[\frac{1}{2} r^2 \{J_0^2(\mu_n r) + J_1^2(\mu_n r)\} \right]_{R_1}^{R_2} - \\ & - \mu_n^2 \cdot 2Y_1(\mu_n R_1) J_1(\mu_n R_1) \left[\frac{1}{2} r^2 \{J_0(\mu_n r) Y_0(\mu_n r) + J_1(\mu_n r) Y_1(\mu_n r)\} \right]_{R_1}^{R_2} + \\ & + \mu_n^2 J_1^2(\mu_n R_1) \left[\frac{1}{2} r^2 \{Y_0^2(\mu_n r) + Y_1^2(\mu_n r)\} \right]_{R_1}^{R_2}; \end{aligned} \quad (10)$$

μ_n - собственные числа, которые являются корнями уравнения

$$\lambda \mu^2 Y_1(\mu R_1) J_1(\mu R_2) - \mu^2 J_1(\mu R_1) Y_1(\mu R_2) = 0; \quad (11)$$

$\delta(t - (x - \eta)/v)$ - импульсная функция.

Из выражения (7) просто получается передаточная функция по управляющему воздействию

$$W(r, x, p) = \frac{\bar{T}(r, x, p)}{U(p)}. \quad (12)$$

Таким образом, можно условно представить рассматриваемую систему в следующем виде:

Р и с. 1. Структурная схема замкнутой САР

Здесь $g_r(p)$, $g_c(p)$, $g(p)$ - передаточные функции компенсатора, регулятора и объекта; $h(p)$ - передаточная функция звена обратной связи.

Для устранения воздействия звеньев запаздывания применяются различные способы компенсации. Хорошо зарекомендовал себя для одномерных систем прогнозатор Смита [1].

Цель введения компенсатора с передаточной функцией

$$g_k(p) = h(p) \cdot g(p) \cdot (1 - e^{-\alpha p}) \quad - \quad (13)$$

уничтожить запаздывание на время α в характеристическом уравнении системы. После введения прогнозатора Смита выход замкнутой системы задается выражением

$$\bar{T}(p) = [1 + h(p)g(p)g_c(p)]^{-1} \cdot g(p)g_c(p)e^{-\alpha p} \bar{y}_d(p) \quad (14)$$

и соответствующее характеристическое уравнение уже не содержит запаздывания

$$1 + h(p)g(p)g_c(p) = 0. \quad (15)$$

Аналогично одномерному случаю для многомерной системы выражение (14) примет вид

$$\bar{T} = (I + GG_c^*H)^{-1} GG_c^* \bar{y}_d. \quad (16)$$

Здесь большими буквами обозначены матричные передаточные функции. Функция G_c^* является передаточной функцией внутреннего контура

$$G_c^* = (I + G_c G_k)^{-1} G_c. \quad (17)$$

Функция компенсатора задается выражением

$$G = H^* G^* - HG, \quad (18)$$

где H^* , G^* - соответствующие H и G передаточные функции, но без запаздываний. Применение методики синтеза компенсатора к системе, содержащей объект (12), затрудняется тем, что функция представляет собой ряд.

В зависимости от сходимости ряда в качестве расчетного выражения можно использовать первый член ряда или найти аппроксимацию путем численного расчета ряда с достаточно большим числом членов.

Реализация прогнозатора в зависимости от размерности матрицы объекта, то есть числа контролируемых точек, может быть осуществлена на базе микроконтроллера или управляющей вычислительной машины.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Smith O.J.M.* Chem. Eng. Prog., 53, 217 (1957)
2. *Moore C.F., Smith C.L., Murril P.W.* Instruments and Control Systems, 43(1), 70(1970).
3. *Ogunnaike B.A., Ray W.H.* AIChE J., 25, 1043 (1979)
4. *У.Пеї.* Методы управления технологическими процессами, М.: Мир, 1983.