Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. С. Зимин, Математические модели виброакустических процессов, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 1998, выпуск 6, 146–148

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu22>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.205.19.152

26 апреля 2023 г., 17:10:40

$$l^2 = (X_i^B - X')^2 + (Y_i^B - Y')^2;$$

$$k^2 = (X_i^B - X_i^C)^2 + (Y_i^B - Y_i^C)^2.$$

Для определения длин отрезков l и k необходимо найти координаты точки $O'(X', Y')$. Она является серединой отрезка C_iK_i . Следовательно,

$$X' = \frac{X_i^C + X_i^K}{2}; \quad Y' = \frac{Y_i^C + Y_i^K}{2}.$$

Длина отрезка k будет равна R_i без расстояния OO' (координаты точек O и O' известны).

Длина отрезка l определяется следующим образом:

$$l = \sqrt{k^2 + (X_i^C - X')^2 + (Y_i^C - Y')}$$

Р и с. 3. Входная (выходная) кромка лопатки

По описанному алгоритму составлена программа для ЭВМ на языке Паскаль в среде Delphi 2.0. Рассчитаны слои лопаток для некоторых конкретных изделий.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М.: Наука, 1986.

УДК 621.365.5

Л.С Зимин

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВИБРОАКУСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Рассматриваются вопросы возникновения вибрации и шума мощных индукционных нагревателей, предназначенных для нагрева прямоугольных заготовок большого поперечного сечения, например, слябов.

Электромагнитные процессы в индукционной нагревательной установке (ИНУ) характеризуются не только выделением тепловой энергии, но и объёмной плотностью электромагнитного поля (ЭМП) и связанными с ней электродинамическими усилиями, приводящими к появлению вибраций и шума. Таким

образом, возникает задача оптимального проектирования вибростойких ИНУ, на основе исследования электродинамических и связанных с ними виброакустических процессов.

Электродинамические расчеты целесообразно проводить на численной математической модели, построенной с использованием метода связанных контуров и принципа возможных перемещений. При этом электродинамическое взаимодействие в системе “индуктор-металл” сводится к взаимодействию совокупности индуктивно связанных контуров, по одним из которых протекают токи индуктора, а по другим - вихревые токи. Электродинамические силы в такой расчетной системе можно определить через энергию ЭМП - W_M контуров P и R

$$\vec{F} = \text{grad } W_M; \quad W_M = I_P I_R M_{P,R} / 2. \quad (1)$$

Формула (1) подразумевает двойное суммирование - по P и по R, причем, если $P \neq R$, то $M_{P,R}$ - взаимоиנדуктивность контуров, а в противном случае $M_{P,R}$, $M_{P,R}$ - их собственные индуктивности.

Расчет акустического излучения любого объёмного тела следует рассматривать как связанную упругоакустическую задачу. Однако её решение в строгой математической постановке возможно только для ограниченного круга идеализированных колебательных систем. Поэтому с допустимой степенью упрощения поставленная задача разбивается на две: вначале рассчитываются колебания системы под действием известной электродинамической нагрузки без учета влияния среды, а затем определяется акустическое излучение при заданных колебаниях.

Для численного решения вибрационной задачи целесообразно использовать метод конечных элементов (МКЭ). С учетом форм границ индуктора, применены прямоугольные КЭ. Переход от системы с бесконечным числом параметров напряженно-деформированного состояния к системе с конечным числом степеней свободы осуществляется в результате ансамблирования КЭ, при этом математическая модель задачи представляется системой дифференциальных уравнений

$$[M][\ddot{W}]_\tau + [C][\dot{W}]_\tau + ([K] + [F])_t [W]_\tau = [G]_\tau, \quad (2)$$

где $[K], [M], [C]$ – матрицы жесткости, массы и демпфирования ансамбля КЭ; $[G]_\tau, [F]_\tau$ – векторы центробежной и осевой нагрузок; $[W]_\tau$ – вектор узловых перемещений.

Для интегрирования системы (2) был выбран Θ -метод Вилсона. В итоге на каждом временном шаге с помощью процедуры LDL^T-факторизации решается система линейных алгебраических уравнений относительно КЭ параметров вибраций в узлах расчетной сетки КЭ. Опросы звукового излучения мощных ИНУ являются довольно сложной задачей, которая характеризуется как особенностями самой ИНУ, так и помещением, где она расположена. В первом приближении решение акустической задачи можно получить с использованием одночленной формулы Грина, по которой вычисляется потенциал $\psi_{(x,y,z,\tau)}$ звукового поля ограниченной пластины, если известны её виброперемещения W :

$$\psi = - \frac{1}{2\pi} \iint_S W_{(x,z,\tau)} \frac{e^{-ikr}}{r} ds, \quad P = -\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \tau}, \quad (3)$$

где ρ_0 - плотность среды; r - расстояние от элемента поверхности пластины ds до точки наблюдения; $k = \omega/c_0$ - волновое число; $\omega = 4\pi f$; c_0 - скорость звука в среде.

Выражения (3) могут служить первым приближением при решении поставленной задачи, когда ограничиваются рассмотрением вибрации лишь широкой грани индуктора. В этом случае акустическая мощность, излучаемая индуктором, будет равна

$$P_A = \rho_0 c_0 \left(\iint_S V_s(x,z) ds \right)^2 \frac{\delta}{S}, \quad (4)$$

где $\rho_0 c_0$ - акустическое сопротивление воздуха; S - площадь звукоизлучающей поверхности индуктора; $V_s(x,z)$ - функция распределения эффективной виброскорости индуктора, определяемая в результате интегрирования системы (2); δ - коэффициент излучения индуктора.

Допуская, что широкая грань индуктора есть пластина с двумя жестко закрепленными ребрами и двумя свободными, то коэффициент излучения индуктора можно приближенно рассчитать по выражению

$$\delta = \frac{\Pi}{\pi^2 S f_k} \sqrt{\frac{f_u}{f_k}}, \quad \forall f_u \triangleleft f_k; \quad (5)$$

$$\delta \approx 1, \quad \forall f_u \triangleright f_k,$$

где f_u - основная частота звука, излучаемая индуктором, равная удвоенной частоте питающего тока; Π - периметр широкой грани индуктора; f_k - критическая частота, при которой длина волны в материале индуктора равна длине звуковой волны в воздухе. Уровни акустической мощности L_p и звукового давления L_d индуктора находятся по формулам

$$L_p = L_v + 10 \lg S + 10 \lg \delta + k_0, \text{ (дБ)}, \quad L_d = L_p - 10 \lg S - k_0, \text{ (дБ)}, \quad (6)$$

где $L_v = 20 \lg \left[\left(\frac{1}{S} \iint_S v_z(x, z) ds \right) / v_0 \right]$ - уровень виброскорости относительно порогового значения

$v_0 = 5 \cdot 10^{-6}$ см/с; k_0 - корректирующая поправка на атмосферные условия.

Вектор независимых параметров, определяющих виброакустические характеристики ИНУ, можно представить в виде

$$\vec{K} = [\bar{x}, \bar{h}, \bar{\alpha}] \in \Omega_k, \quad (7)$$

где $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ - вектор геометрии окна индуктора и его числа витков; $\bar{h} = (h_1, h_2, h_3)$ - вектор размера оболочки; $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ - вектор формы оболочки индуктора. Состав вектора $\vec{K}$ может быть расширен путем введения дополнительных параметров, характеризующих новые признаки ИНУ и её элементов.

При проектировании вибростойкой конструкции индуктора вектор критериев оптимизации можно представить в виде

$$I = (I_1, I_2, \dots, I_6), \quad (8)$$

где $I_1 = L_p$ - уровень звуковой мощности ИНУ; I_2 - полный вес индуктора; I_3 - максимальное значение амплитуды перемещений обмотки индуктора; I_4 - максимальное значение амплитуды виброскорости обмотки индуктора; I_5 - электрический КПД индуктора; I_6 - коэффициент мощности.

Критерии I_1, I_2, I_3, I_4 подлежат минимизации, а I_5, I_6 - максимизации, хотя их также можно привести к минимизируемым через потери активной и реактивной мощности. Совокупность математических моделей, описывающих поведение системы "индуктор-металл", можно представить в виде операторного уравнения связи

$$L_i(\bar{k}, \bar{u}_i) = 0, \quad \forall \bar{k} \in \Omega_k, \quad \bar{u}_i \in \Omega_u, \quad (9)$$

где $\bar{u}_i$ - вектор, отражающий пространство переменных состояния системы; i - размерность моделей.

Задача векторной оптимизации формулируется следующим образом: найти вектор конструктивных параметров ИНУ (7) с учетом ограничений (7), который минимизирует вектор-функционал (8) для объекта, описываемого оператором (9).

Решение поставленной задачи выполняется зондированием пространства параметров и критериев пробными точками с помощью ЛП_τ -последовательности.