Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. С. Мелентьев, Имитационно-моделирующий подход к определению средне-
квадратических значений периодических сигналов, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-
та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2004, выпуск 27, 62–69

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu274>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и
согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.196.121.252

26 апреля 2023 г., 10:12:09

ИМИТАЦИОННО-МОДЕЛИРУЮЩИЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКИХ ЗНАЧЕНИЙ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Рассмотрен метод определения среднеквадратического значения сигнала по его мгновенным значениям, уменьшающий погрешность от нестабильности частоты входного сигнала путем имитации изменения его начальной фазы. Проведен анализ метода при различных спектрах сигналов.

При измерении среднеквадратических значений (СКЗ) периодических сигналов цифровыми методами наиболее распространен метод, основанный на обработке мгновенных значений сигналов, равномерно распределенных по периоду.

В соответствии с данным методом точное интегрирование непрерывной функции заменяется численным интегрированием. Погрешность данного метода во многом определяется равномерностью распределения отсчетов мгновенных значений сигнала на периоде и, следовательно, точностью определения периода сигнала.

Существующие традиционные методы определения периода по отдельным значениям входного сигнала, например, по переходам входного сигнала через ноль или по переходам через максимумы или минимумы сигнала малоэффективны. Использование переходов через ноль налагает ограничения на соотношения постоянной и переменной составляющих, так как переходы через ноль (в частном случае) могут вообще отсутствовать. При отсутствии постоянной составляющей для определения периода сигнала по переходам через ноль в общем случае требуется интервал времени, приблизительно равный 1,5 периода, так как начальная фаза сигнала является случайной величиной и зависит от момента времени, с которого начинается определение периода. При использовании максимума или минимума для определения периода сигнала можно получить ложный результат, если в течение периода есть другие экстремумы, что имеет место в несинусоидальных сигналах.

Кроме того, колебания частоты даже в электрической сети общего пользования носят случайный характер, что требует производить оперативный контроль периода сигнала и корректировать величину интервала дискретизации.

В [1] предложен метод измерения СКЗ периодических сигналов произвольной формы, в котором определение периода сигнала производится не по его отдельным значениям, а по совокупности всех его значений. Он основан на фундаментальном свойстве определенного интеграла, заключающемся в том, что если период периодической функции найден, то численное значение интеграла за период (или несколько периодов) не зависит от начальной фазы функции [2]. Недостатком данного метода является большая длительность обработки полученных мгновенных значений [3].

Значительный выигрыш по времени обработки дает разработанный в [4] метод, основанный на определении периода сигнала по наименьшим разностям значений двух определенных интегралов, первый из которых вычислен за время предполагаемого периода сигнала, начиная с момента начала измерения, а второй – за такое же время, начиная с момента окончания первого предполагаемого периода.

Представим входной периодический несинусоидальный сигнал $F\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$, удовлетворяющий условиям Дирихле, его тригонометрическим рядом Фурье:

$$F\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T} + \varphi_k\right), \quad (1)$$

где A_0 и A_k - постоянная составляющая и амплитудное значение k -той гармоники сигнала; φ_k - начальная фаза k -той гармоники сигнала. Интегрируя обе части этого равенства по промежутку $[0; T_x]$ и заменяя интеграл от бесконечной суммы суммой интегралов от отдельных слагаемых, получим

$$\int_0^{T_x} F\left(\frac{2\pi t}{T}\right) dt = \int_0^{T_x} \frac{A_0}{2} dt + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \int_0^{T_x} \sin\left(\frac{2\pi kt}{T} + \varphi_k\right) dt. \quad (2)$$

Аналогичным образом, интегрируя обе части (1) по промежутку $[T_x; 2T_x]$, получим

$$\int_{T_x}^{2T_x} F\left(\frac{2\pi t}{T}\right) dt = \int_{T_x}^{2T_x} \frac{A_0}{2} dt + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \int_{T_x}^{2T_x} \sin\left(\frac{2\pi kt}{T} + \varphi_k\right) dt. \quad (3)$$

Учитывая, что при сложении функций их ряды Фурье складываются, определим разность выражений (2) и (3):

$$\begin{aligned} \int_0^{T_x} F\left(\frac{2\pi t}{T}\right) dt - \int_{T_x}^{2T_x} F\left(\frac{2\pi t}{T}\right) dt &= \int_0^{T_x} \frac{A_0}{2} dt - \int_{T_x}^{2T_x} \frac{A_0}{2} dt + \sum_{k=1}^{\infty} \left[A_k \int_0^{T_x} \sin\left(\frac{2\pi kt}{T} + \varphi_k\right) dt - \right. \\ &\quad \left. - A_k \int_{T_x}^{2T_x} \sin\left(\frac{2\pi kt}{T} + \varphi_k\right) dt \right] \end{aligned} \quad (4)$$

Используя, что $\int_0^{T_x} \frac{A_0}{2} dt - \int_{T_x}^{2T_x} \frac{A_0}{2} dt = 0$ при любых значениях T_x , определим значения T_x ,

при которых (4) обращается в ноль:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left[A_k \int_0^{T_x} \sin\left(\frac{2\pi kt}{T} + \varphi_k\right) dt - A_k \int_{T_x}^{2T_x} \sin\left(\frac{2\pi kt}{T} + \varphi_k\right) dt \right] = 0. \quad (5)$$

Решение уравнения (5) в общем виде практически невозможно. Рассмотрим случай, когда сигнал $F\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ содержит только одну 1-ю гармонику:

$$A_1 \int_0^{T_x} \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi_1\right) dt - A_1 \int_{T_x}^{2T_x} \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi_1\right) dt = 0.$$

Интегрирование этих соотношений дает:

$$2\cos\frac{2\pi T_x}{T} \cos\varphi_1 - \cos\varphi_1 - 2\sin\frac{2\pi T_x}{T} \sin\varphi_1 - \cos\frac{4\pi T_x}{T} \cos\varphi_1 + \sin\frac{4\pi T_x}{T} \sin\varphi_1 = 0.$$

После простых, но громоздких, преобразований имеем

$$\cos\left(\frac{2\pi T_x}{T} + \varphi_1\right) \left(1 - \cos\frac{2\pi T_x}{T}\right) = 0.$$

Определим корни данного тригонометрического уравнения:

$$\cos\left(\frac{2\pi T_x}{T} + \varphi_1\right) = 0 \text{ при } T_x = Tg \pm \frac{T}{4} - \frac{\varphi_1 T}{2\pi}; g=0, 1, 2 \dots; \quad (6)$$

$$1 - \cos\frac{2\pi T_x}{T} = 0 \text{ при } T_x = Tg. \quad (7)$$

Следовательно, при наличии в сигнале только 1-й гармоники (синусоидальный сигнал) соотношение (5) выполняется при T_x , определяемых в соответствии с выражениями (6) и (7).

Наличие в сигнале постоянной составляющей не влияет на выполнение (5). Рассмотренный случай представлен на рис. 1.

На интервале времени, равном двум периодам сигнала, согласно (6) и (7) для рис.1 имеем: при $g=0$ $T_1 = \frac{T}{4} - \frac{\varphi_1 T}{2\pi}$; при $g=1$ $T_2 = T - \frac{T}{4} - \frac{\varphi_1 T}{2\pi}$, $T_3 = T$. Значение $T_4 = T + \frac{T}{4} - \frac{\varphi_1 T}{2\pi}$ недопустимо, так как в этом случае $T_4 > T$ и $2T_4 > 2T$.

Определим число случаев e , когда выполняется (5) для частот, кратных минимальной частоте сигнала $f_{\min}$. При этом будем рассматривать только те случаи, когда $\frac{T_{\max}}{2} \leq T_x \leq T_{\max}$, где

$$T_{\max} = \frac{1}{f_{\min}}:$$

$$e = \left\lfloor \frac{hT - h\frac{T}{2}}{T} + 1 \right\rfloor + \frac{2h\left(T - \frac{T}{2}\right)}{T} = \frac{3}{2}h + 1. \quad (8)$$

Здесь $h = \frac{f_{\max}}{f_{\min}}$ - коэффициент перекрытия частот входного сигнала.

Из выражения (8) следует, что e может принимать дробные значения. В этом случае следует учитывать целую часть числа, полученного согласно (8). Для $h=10$, т.е. при перекрытии частот в одну декаду, $e=16$.

Проведенное моделирование на компьютере показывает, что полученные результаты справедливы для сигналов более сложной формы и выражение (5) обращается в ноль при значениях T_x , приближенно определяемых из (6) и (7).

Несколько типовых случаев определения T_x представлено на рис. 2 – 4.

Р и с. 1. К определению периода синусоидального сигнала

Р и с. 2. К определению периода сигнала, содержащего 1-ю и 3-ю гармоники, при $\varphi_1 = 0$ и $\varphi_3 = \pi$

Р и с. 3. К определению периода сигнала, содержащего 1-ю и 2-ю гармоники, при $\varphi_1 = 0$ и $\varphi_2 = 0$

Р и с. 4. К определению периода сигнала, содержащего 1-ю и 3-ю гармоники, при $\varphi_1 = \frac{\pi}{4}$ и $\varphi_3 = \frac{3\pi}{2}$

Согласно методу в произвольный момент времени начинается выборка мгновенных значений сигнала y_i . Переходя к сигналу напряжения в общем виде и приближенно вычисляя определенные интегралы в выражении (5), используя для этого метод трапеций, получим

$$\int_0^{T_x} F\left(\frac{2\pi t}{T}\right) dt - \int_{T_x}^{2T_x} F\left(\frac{2\pi t}{T}\right) dt \approx \left[\left(\frac{y_0}{2} + y_1 + \frac{y_2}{2} \right) + \left(\frac{y_2}{2} + y_3 + \frac{y_4}{2} \right) + \dots + \left(\frac{y_{\frac{n}{2}-2}}{2} + y_{\frac{n}{2}-1} + \frac{y_{\frac{n}{2}}}{2} \right) \right] -$$

$$- \left[\left(\frac{y_{\frac{n}{2}}}{2} + y_{\frac{n}{2}+1} + \frac{y_{\frac{n}{2}+2}}{2} \right) + \left(\frac{y_{\frac{n}{2}+2}}{2} + y_{\frac{n}{2}+3} + \frac{y_{\frac{n}{2}+4}}{2} \right) + \dots + \left(\frac{y_{n-2}}{2} + y_{n-1} + \frac{y_n}{2} \right) \right],$$

где совокупность членов, заключенных в круглые скобки, образует группы.

Это выражение представляет собой преобразованную формулу трапеций для вычисления определенного интеграла на участке времени, который потребуется для осуществления n выборов, число которых берется таким, чтобы ими было охвачено не менее двух периодов самой низкой частоты сигнала. Сумма членов каждой группы представляется одним числом M_i , которое записывается в память. Если просуммировать числа от M_1 до $M_{\frac{N}{2}}$ (где N – число групп),

то будет охвачено не менее одного периода сигнала.

Определим значения N , при которых выражение (5) обращается в ноль. Для этого сначала производится последовательное вычисление и запоминание значений интегралов от $S_{(1)\left(\frac{N}{4}\right)}$ до $S_{(1)\left(\frac{N}{2}\right)}$:

$$\left. \begin{aligned} S_{(1)\left(\frac{N}{4}\right)} &= M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_{\frac{N}{4}}; \\ S_{(1)\left(\frac{N}{4}+1\right)} &= M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_{\frac{N}{4}+1} = S_{(1)\left(\frac{N}{4}\right)} + M_{\frac{N}{4}+1}; \\ &\dots \\ S_{(1)\left(\frac{N}{2}\right)} &= M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_{\frac{N}{2}} = S_{(1)\left(\frac{N}{2}-1\right)} + M_{\frac{N}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Затем производится вычисление и запоминание интегралов от $S_{\left(\frac{N}{4}+1\right)\left(\frac{N}{2}\right)}$ до $S_{\left(\frac{N}{2}+1\right)(N)}$:

$$\left. \begin{aligned} S_{\left(\frac{N}{4}+1\right)\left(\frac{N}{2}\right)} &= M_{\frac{N}{4}+1} + M_{\frac{N}{4}+2} + \dots + M_{\frac{N}{2}-1} + M_{\frac{N}{2}}; \\ S_{\left(\frac{N}{4}+2\right)\left(\frac{N}{2}+2\right)} &= M_{\frac{N}{4}+2} + M_{\frac{N}{4}+3} + \dots + M_{\frac{N}{2}+1} + M_{\frac{N}{2}+2} = S_{\left(\frac{N}{4}+1\right)\left(\frac{N}{2}\right)} + M_{\frac{N}{2}+1} + M_{\frac{N}{2}+2} - M_{\frac{N}{4}+1}; \\ &\dots \\ S_{\left(\frac{N}{4}+1\right)(N)} &= M_{\frac{N}{2}+1} + M_{\frac{N}{2}+2} + \dots + M_{N+1} + M_N = S_{\left(\frac{N}{4}\right)\left(\frac{N}{2}\right)} + M_{N-1} + M_N - M_{\frac{N}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

По окончании вычисления интегралов S определяется разность между соответствующими интегралами выражений (9) и (10):

$$\left. \begin{aligned} \Delta S'_{\frac{N}{4}} &= \left| S_{(1)\left(\frac{N}{4}\right)} - S_{\left(\frac{N}{4}+1\right)\left(\frac{N}{2}\right)} \right|; \\ \Delta S'_{\frac{N}{4}+1} &= \left| S_{(1)\left(\frac{N}{4}+1\right)} - S_{\left(\frac{N}{4}+2\right)\left(\frac{N}{2}+2\right)} \right|; \\ &\dots \\ \Delta S'_{\frac{N}{2}} &= \left| S_{(1)\left(\frac{N}{2}\right)} - S_{\left(\frac{N}{2}+1\right)(N)} \right|. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

При численном интегрировании приращение N_i в процессе отыскания S дискретно, поэтому при определении разностей согласно (11) может оказаться, что ни одно из значений $\Delta S'$ не равно нулю. Следовательно, необходимо рассматривать те значения $\Delta S'$, которые принимают минимальные значения. Для случая, когда $h=10$, число таких значений в соответствии с (8) выбирается равным 16. Часть выбранных минимальных значений $\Delta S'$ соответствует интервалам интегрирования $T_x = Tg$, т.е. приблизительно равным периоду (или нескольким периодам) сигнала. Для выявления интервала интегрирования (числа точек дискретизации), наиболее точно соответствующего периоду (или нескольким периодам) сигнала, производится имитация изменения начальной фазы для интегралов, соответствующих всем 16 наименьшим значениям $\Delta S'$. Предположив, что произошло попадание на период (или несколько периодов), производят последовательную имитацию изменения начальной фазы (сохраняя время интегрирования постоянным) и каждый раз вычисляют интеграл за время, равное предполагаемому периоду. Интегралы при имитации изменения начальной фазы будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} S_{(1)\left(\frac{N}{2}\right)} &= M_1 + M_2 + \dots + M_{\frac{N}{2}}; \\ S_{(2)\left(\frac{N}{2}+1\right)} &= M_2 + M_3 + \dots + M_{\frac{N}{2}} + M_{\frac{N}{2}+1} = S_{(1)\left(\frac{N}{2}\right)} + M_{\frac{N}{2}+1} - M_1; \\ &\dots \\ S_{\left(\frac{N}{2}+1\right)(N)} &= M_{\frac{N}{2}+1} + M_{\frac{N}{2}+2} + \dots + M_{N-1} + M_N = S_{\left(\frac{N}{2}\right)(N-1)} + M_N - M_{\frac{N}{2}}. \end{aligned} \right\}$$

По окончании вычисления интегралов определяется разность между максимальным и минимальным интегралами, которая характеризует степень предположения, что произошло попадание на период (или несколько периодов):

$$\Delta S_{\frac{N}{2}} = \left| S_{\frac{N}{2}, \max} - S_{\frac{N}{2}, \min} \right|.$$

Аналогичным образом производится имитация начальной фазы для интегралов, соответствующих остальным 15 наименьшим значениям $\Delta S'$.

Среди всей совокупности разностей ΔS , некоторая окажется наименьшей, и соответствующие ей интегралы вычислялись при наибольшем приближении к периоду (нескольким периодам) сигнала. Становится также известным число суммируемых членов Z , при котором эта минимальная разность достигнута.

После этого определяются $2z-1$ значений M_U , необходимых для вычисления СКЗ напряжения, согласно следующим выражениям:

$$\left. \begin{aligned} M_{U(1)} &= \frac{y_0^2}{2} + y_1^2 + \frac{y_2^2}{2}; \\ &\dots \\ M_{U(Z)} &= \frac{y_{2z-2}^2}{2} + y_{2z-1}^2 + \frac{y_{2z}^2}{2}; \\ &\dots \\ M_{U(2Z-1)} &= \frac{y_{4z-4}^2}{2} + y_{4z-3}^2 + \frac{y_{4z-2}^2}{2}. \end{aligned} \right\}$$

Затем производится вычисление интегралов

$$\left. \begin{aligned} S_{U(1)(Z)} &= M_{U(1)} + M_{U(2)} + \dots + M_{U(Z)}; \\ S_{U(2)(Z+1)} &= M_{U(2)} + M_{U(3)} + \dots + M_{U(Z+1)} = S_{U(1)(Z)} + M_{U(Z+1)} - M_{U(1)}; \\ &\dots \\ S_{U(Z)(2Z-1)} &= M_{U(Z)} + M_{U(Z+1)} + \dots + M_{U(2Z-1)} = S_{U(Z-1)(2Z-2)} + M_{U(2Z-1)} - M_{U(2Z-1)}. \end{aligned} \right\}$$

Полученные при этом интегралы S_{UZ} могут приниматься за первые приближения, по которым можно определить среднеквадратическое значение сигнала. Однако приращение N в процессе отыскания S_{UZ} дискретно, поэтому точность вычисления периода ограничена, а, значит, ограничена и точность определения СКЗ сигнала.

Дальнейшее повышение точности достигается за счет усреднения интегралов S_{UZ} . Тогда для квадрата СКЗ сигнала получим

$$\bar{U}_{CK3}^2 = \frac{S_{(1)(Z)} + S_{(2)(Z+1)} + \dots + S_{(Z)(2Z-1)}}{2z^2}.$$

Определим относительную методическую погрешность измерения квадрата СКЗ сигнала в рассматриваемом методе:

$$\delta(\bar{U}_{CK3}^2) = \frac{\bar{U}_{CK3}^2 - U_{CK3}^2}{U_{CK3}^2},$$

где U_{CK3} - истинное среднеквадратическое значение сигнала.

Предположим, что конец периода сигнала попал точно на середину интервала времени, ограничивающего участок функции, определенный интеграл которого равен M_Z , т.е. конец периода сигнала совпал с выборкой $(2z-1)$, имеющей нечетный номер. В этом случае погреш-

ность, вызванная дискретностью отсчетов, наибольшая. Предположим, что в сигнале присутствует только одна 1-я гармоника. В этом случае имеем

$$U_{CK3}^2 = \frac{1}{2z-1} \left(\frac{y_0^2}{2} + y_1^2 + y_2^2 \dots + y_{2z-2}^2 + \frac{y_{2z-1}^2}{2} \right) = \frac{U_m^2}{2};$$

$$\delta = \frac{\frac{S_{(1)(z)}}{2z} + \frac{S_{(2)(z+1)}}{2z} + \dots + \frac{S_{(z)(2z-1)}}{2z} - zU_{CK3}^2}{zU_{CK3}^2} = \frac{\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \dots + \Delta_z}{zU_{CK3}^2} = \frac{\Delta}{zU_{CK3}^2},$$

где $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_z$ - абсолютные погрешности измерения квадрата действующего значения сигнала для соответствующего значения S_{UZ} ; U_m - амплитудное значение сигнала.

Определим абсолютные погрешности:

$$\Delta_1 = \frac{\frac{y_0^2}{2} + y_1^2 + \dots + y_{2z-1}^2 + \frac{y_{2z}^2}{2}}{2z} - \frac{\frac{y_0^2}{2} + y_1^2 + \dots + \frac{y_{2z-1}^2}{2}}{2z-1} =$$

$$= \frac{(2z-1) \left(\frac{y_{2z-1}^2}{2} + \frac{y_{2z}^2}{2} \right) - \left(\frac{y_0^2}{2} + y_1^2 + \dots + \frac{y_{2z-1}^2}{2} \right)}{2z(2z-1)} = \frac{y_{2z-1}^2 + y_{2z}^2}{4z} - \frac{U_m^2}{4z};$$

$$\Delta_2 = \frac{\frac{y_2^2}{2} + y_3^2 + \dots + y_{2z+1}^2 + \frac{y_{2z+2}^2}{2}}{2z} - \frac{\frac{y_2^2}{2} + y_3^2 + \dots + \frac{y_{2z+1}^2}{2}}{2z-1} = \frac{y_{2z+1}^2 + y_{2z+2}^2}{4z} - \frac{U_m^2}{4z};$$

...

$$\Delta_z = \frac{y_{4z-3}^2 + y_{4z-2}^2}{4z} - \frac{U_m^2}{4z}.$$

Для суммарной абсолютной погрешности имеем:

$$\Delta = \frac{y_{2z-1}^2 + y_{2z}^2 + \dots + y_{4z-3}^2 + y_{4z-2}^2}{4z} - \frac{U_m^2}{4} =$$

$$= \frac{\left(\frac{y_{2z-1}^2}{2} + y_{2z}^2 + \dots + y_{4z-3}^2 + \frac{y_{4z-2}^2}{2} \right) + \frac{y_{2z-1}^2}{2} + \frac{y_{4z-2}^2}{2}}{4z} - \frac{U_m^2}{4} =$$

$$= \frac{U_m^2(2z-1)}{4z} + \frac{y_{2z-1}^2 + y_{4z-1}^2}{8z} - \frac{U_m^2}{4} = \frac{y_{2z-1}^2 + y_{4z-2}^2 - U_m^2}{8z}.$$

Пусть величина $y_{2z-1}^2 = y_{4z-2}^2 = U_m^2 \sin^2 \frac{\pi}{2} = U_m^2$, т.е. она соответствует максимально возможной величине. Тогда

$$\Delta_{\max} = \frac{U_m^2}{8z}, \quad \delta(\overline{U}_{CK3}^2)_{\max} = \frac{1}{4z^2} \quad \text{и} \quad \delta(\overline{U}_{CK3})_{\max} = \frac{1}{8z^2}.$$

График зависимости относительной методической погрешности от числа точек дискретизации на периоде z приведен на рис. 5. Анализ графика показывает, что $\delta(\overline{U}_{CK3})_{\max} \leq 0,05\%$ при $z \geq 18$.

В общем случае для периодических сигналов, содержащих высшие гармоники, порядок которых не превышает s , имеем

$$U_{CK3}^2 = U_0^2 + U_1^2 + \dots + U_s^2 = U_0^2 + \frac{U_{m1}^2 + U_{m2}^2 + \dots + U_{ms}^2}{2},$$

где $U_1, U_2, \dots, U_s$ - среднеквадратические значения напряжения соответствующих гармоник; $U_{m1}, U_{m2}, \dots, U_{ms}$ - амплитудные значения напряжения соответствующих гармоник. Если

$\frac{n}{K} > 2$, где K - число периодов наивысшей гармоники сигнала, укладывающихся в интервале интегрирования, то

$$U_{CK3}^2 = \frac{1}{2z-1} \left(\frac{y_0^2}{2} + y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_{2z-1}^2 + \frac{y_{2z-1}^2}{2} \right).$$

Тогда, используя те же приемы, что и при выводе выражения для погрешности при чисто синусоидальном сигнале, получим

$$\Delta = \frac{y_{2z-1}^2 + y_{4z-2}^2 - (2U_0^2 + U_{m1}^2 + U_{m2}^2 + \dots + U_{ms}^2)}{8z}.$$

Рассмотрим несколько примеров определения предельной относительной погрешности при различном спектральном составе сигнала. При наличии в сигнале 1-ой и 3-ей гармоник

$$u(t) = U_{m1} \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi_1\right) + U_{m3} \sin\left(\frac{6\pi t}{T} + \varphi_3\right),$$

величины y_{2z-1}^2 и y_{4z-2}^2 примут максимальные значения $(U_{m1} + U_{m3})^2$ при $y_1 = y_3 = (2g+1)\frac{\pi}{2}$, где $g = 0; 1$. Тогда

$$\Delta_{\max} = \frac{2(U_{m1}^2 + 2U_{m1}U_{m3} + U_{m3}^2) - (U_{m1}^3 + U_{m3}^3)}{8z} = \frac{U_{m1}^2 + 4U_{m1}U_{m3} + U_{m3}^2}{8z},$$

$$\delta(\bar{U}_{CK3}^2)_{\max} = \frac{1}{4z^2} + \frac{U_{m1}U_{m3}}{z^2(U_{m1}^2 + U_{m3}^2)}. \quad (12)$$

Если коэффициент 3-ей гармоники $h_3 = \frac{U_{m3}}{U_{m1}}$, то выражение (12) примет вид

$$\delta(\bar{U}_{CK3}^2)_{\max} = \frac{1}{4z^2} + \frac{h_3}{z^2(1+h_3^2)}, \quad \delta(\bar{U}_{CK3})_{\max} = \frac{1}{8z^2} + \frac{h_3}{2z^2(1+h_3^2)}. \quad (13)$$

При наличии в сигнале 1-ой, 3-ей и 5-ой гармоник выражение для предельной относительной погрешности принимает следующий вид:

$$\delta(\bar{U}_{CK3}^2)_{\max} = \frac{1}{4z^2} + \frac{h_3 + h_5 + h_3h_5}{z^2(1+h_3^2+h_5^2)}, \quad \delta(\bar{U}_{CK3})_{\max} = \frac{1}{8z^2} + \frac{h_3 + h_5 + h_3h_5}{2z^2(1+h_3^2+h_5^2)}, \quad (14)$$

где $h_5 = \frac{U_{m5}}{U_{m1}}$ - коэффициент 5-ой гармоники.

Для подтверждения основных результатов было проведено моделирование на ПК. В процессе моделирования сигнал задавался в широких пределах с различным спектром гармоник. Графики зависимости относительной погрешности от числа точек дискретизации на периоде z для различных спектров сигнала согласно (13) и (14) представлены на рис. 6.

Р и с. 5. График зависимости методической погрешности от числа точек дискретизации на периоде при синусоидальном сигнале

Р и с. 6. Графики зависимости методической погрешности от числа точек дискретизации на периоде при различных спектрах сигналов

Анализ этих графиков показывает, что при наличии в сигнале 1-ой и 3-ей гармоник с $h_3 = 0,5$ имеем $\delta(\overline{U}_{CK3})_{\max} \leq 0,05$ при $z \geq 25$, а при наличии в сигнале 1-ой, 3-ей с $h_3 = 0,5$ и 5-ой гармоник с $h_5 = 0,3$ – $\delta(\overline{U}_{CK3})_{\max} \leq 0,05\%$ при $z \geq 30$.

Результаты выполненного анализа показывают, что метод позволяет измерять среднеквадратические значения сигналов искаженной формы с высокой точностью при достаточно небольшом числе выборок мгновенных значений сигналов.

Кроме того, в данном методе время обработки уменьшается более чем в 1,5 и 3 раза соответственно для $N=100$ и $N=200$ по сравнению с известным методом [1].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Пекарский А.И. Метод измерения среднеквадратического значения периодических сигналов произвольной формы в инфранизком диапазоне частот // Техника средств связи. Сер. РИТ. 1986. Вып. 5. С. 12-19.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. М.: Наука, 1971. 420 с.
3. Батищев В.И., Мелентьев В.С. Цифровые методы измерения интегральных характеристик периодических сигналов. Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2002. 96с.
4. Мелентьев В.С., Яшин В.Н. Применение метода имитационного моделирования для определения среднеквадратических значений сигналов сложной формы // Математическое моделирование и краевые задачи: Тр. межвуз. конф. Часть 2. Самара: СамГТУ, 1997. С. 62-64.

Поступила 21.10.2003 г.