Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. С. Мелентьев, Методы определения параметров переходных процессов в электрических цепях, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2004, выпуск 30, 190–194

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu324>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.197.217.227

26 апреля 2023 г., 13:36:37

Математическое моделирование

УДК 621.317.3

В.С. Мелентьев

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Рассматриваются методы определения параметров различных переходных процессов по их отдельным мгновенным значениям. Реализация методов обеспечивает высокое быстродействие, поскольку время измерения не зависит от постоянной времени цепи.

Для анализа переходных процессов, возникающих в линейных электрических цепях, может быть использован разработанный автором метод [1] измерения параметров электрических цепей. Метод заключается в том, что на последовательную активно-емкостную или индуктивно-активную измерительную цепь подают напряжение постоянного тока, через образцовый интервал времени с момента подачи напряжения измеряют первое мгновенное значение напряжения на средней точке измерительной цепи, через такой же интервал времени с момента первого измерения измеряют второе мгновенное значение напряжения на средней точке цепи и определяют неизвестный элемент цепи по измеренным значениям.

Если переходный процесс в цепи изменяется по закону

$$u_1(t) = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right),$$

то установившееся значение U_0 и постоянную времени τ переходного процесса можно определить следующим образом.

Через интервал времени Δt с момента подключения источника напряжения U_0 в момент времени t_1 (рис. 1) мгновенное значение напряжения на средней точке цепи равно:

$$U_1 = U_0 \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \right). \quad (1)$$

Через интервал времени Δt с момента первого измерения в момент времени t_2 –

$$U_2 = U_0 \left(1 - e^{-\frac{2\Delta t}{\tau}} \right). \quad (2)$$

Используя (1) и (2), определим

$$\frac{U_2 - U_1}{U_1} = \frac{-e^{-\frac{2\Delta t}{\tau}} + e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}}.$$

Преобразуя данное выражение, получим

$$\frac{U_2 - U_1}{U_1} = e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}. \quad (3)$$

Прологарифмировав обе части (3), имеем $\tau = -\frac{\Delta t}{\ln\left(\frac{U_2 - U_1}{U_1}\right)}$.

Решим (1) относительно установившегося значения: $U_0 = \frac{U_1}{1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}}$. Тогда, используя (3),

после преобразований получим $U_0 = \frac{U_1^2}{2U_1 - U_2}$.

Реализация данного метода обеспечивает высокое быстродействие, поскольку время измерения не зависит от постоянной времени цепи, а определяется только значением образцового интервала времени Δt . Недостатком данного метода является непосредственная связь момента подачи напряжения на измерительную цепь с моментом начала измерения, что не всегда выполнимо в реальных условиях.

Этот недостаток устраняется в разработанном методе [2], который заключается в том, что на последовательную активно-емкостную или индуктивно-активную цепь, подают напряжение постоянного тока, в произвольный момент времени измеряют первое мгновенное значение напряжения на средней точке измерительной цепи, через образцовый интервал времени с момента первого измерения измеряют второе мгновенное значение напряжения на средней точке цепи, через такой же интервал времени с момента второго измерения измеряют третье мгновенное значение напряжения на средней точке цепи и определяют параметры переходного процесса по измеренным значениям.

Временные диаграммы для данного метода приведены на рис. 2.

Р и с. 1. Временные диаграммы для первого метода Р и с. 2. Временные диаграммы для второго метода

В произвольный момент времени t_1 мгновенное значение напряжения на средней точке цепи равно

$$U_1 = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}} \right). \quad (4)$$

Через интервал времени Δt с момента первого измерения в момент времени t_2 –

$$U_2 = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t_2}{\tau}} \right) = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t_1 + \Delta t}{\tau}} \right). \quad (5)$$

Через интервал времени Δt с момента второго измерения в момент времени t_3 –

$$U_3 = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t_1 + 2\Delta t}{\tau}} \right). \quad (6)$$

Используя (4) - (6), определим

$$\frac{U_3 - U_2}{U_2 - U_1} = e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}. \quad (7)$$

Из данного выражения имеем

$$\tau = -\frac{\Delta t}{\ln \left(\frac{U_3 - U_2}{U_2 - U_1} \right)}.$$

Для определения установившегося значения переходного процесса решим (4) и (5) относительно U_0 :

$$U_0 = \frac{U_1}{1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}}; \quad (8)$$

$$U_0 = \frac{U_2}{1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}} e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}}. \quad (9)$$

Приравняв (8) и (9) между собой с учетом (7), после преобразований получим

$$e^{-\frac{t_1}{\tau}} = \frac{(U_1 - U_2)^2}{U_2^2 - U_1 U_3}. \quad (10)$$

Подставляя (10) в (8), имеем

$$U_0 = \frac{U_2^2 - U_1 U_3}{2U_2 - U_1 - U_3}.$$

Развитием метода [1] является работа [3], в которой предлагается метод определения параметров переходного процесса, состоящего из суммы постоянной, линейно изменяющейся и возрастающей экспоненциальной составляющих, заключающийся в измерении четырех мгновенных значений переходного процесса в моменты времени Δt , $2\Delta t$, $3\Delta t$ и $4\Delta t$ после начала переходного процесса и вычислении постоянной составляющей, крутизны линейно изменяющейся составляющей, установившегося значения и постоянной времени возрастающей экспоненциальной составляющей переходного процесса по полученным измеренным значениям (рис. 3).

Р и с. 3. Временные диаграммы для третьего метода

Пусть переходный процесс, состоящий из суммы (композиции) постоянной A_0 , линейно изменяющейся $A_1 t$ и возрастающей экспоненциальной $A_2 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ составляющих, описывается выражением

$$u(t) = A_0 + A_1 t + A_2 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \quad (11)$$

где A_1 - значение крутизны линейно изменяющейся составляющей; A_2 - конечное (установившееся) значение возрастающей экспоненциально изменяющейся составляющей; τ - значение постоянной

времени экспоненциально изменяющейся составляющей.

Мгновенные значения переходного процесса (11), измеренные в соответствующие моменты времени, равны:

$$\begin{aligned} U_1 &= A_0 + A_1 \Delta t + A_2 \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}\right); \quad U_2 = A_0 + 2A_1 \Delta t + A_2 \left(1 - e^{-\frac{2\Delta t}{\tau}}\right); \\ U_3 &= A_0 + 3A_1 \Delta t + A_2 \left(1 - e^{-\frac{3\Delta t}{\tau}}\right); \quad U_4 = A_0 + 4A_1 \Delta t + A_2 \left(1 - e^{-\frac{4\Delta t}{\tau}}\right). \end{aligned}$$

Используя данные выражения, после преобразований получим значения:

- постоянной времени экспоненциально изменяющейся составляющей –

$$\tau = -\frac{\Delta t}{\ln\left(\frac{U_2 + U_4 - 2U_3}{U_1 + U_3 - 2U_2}\right)};$$

- крутизны линейно изменяющейся составляющей A_1 –

$$A_1 = \frac{U_2 U_3 + U_2 U_4 - U_1 U_4 + U_1 U_3 - U_2^2 - U_3^2}{\Delta t (3U_2 - 3U_3 + U_4 - U_1)};$$

- постоянной составляющей A_0 –

$$A_0 = \frac{U_1^2 + U_3^2 + 3U_2^2 + 2U_1U_4 - 2U_1U_2 - 2U_2U_3 - 2U_1U_3 - U_2U_4}{U_2 + U_4 - 2U_3};$$

- установившегося значения возрастающей экспоненциально изменяющейся составляющей переходного процесса

$$A_2 = \frac{(U_1 + U_3 - 2U_2)^4}{(U_2 + U_4 - 2U_3)(3U_2 - 3U_3 + U_4 - U_1)^2}.$$

Основным недостатком данного метода является связь момента начала измерения с моментом подачи напряжения постоянного тока на измерительную цепь, что сокращает область использования метода. Как показывает анализ, измерение не всегда удобно начинать на начальных участках переходных процессов. В частности, при использовании аналого-цифровых преобразователей невысокого быстродействия и высокой крутизне начальных участков. Увеличение образцового интервала времени Δt в этих случаях не всегда оправдано, так как это приводит к увеличению общего времени измерения.

В случае, когда возникает необходимость начала измерения с заданного момента времени t_1 , может быть использован предлагаемый автором метод определения параметров переходного процесса, который описывается выражением (11).

Метод заключается в том, что в заданный момент времени t_1 после начала переходного процесса измеряют первое мгновенное значение переходного процесса, через образцовый интервал времени Δt после первого измерения измеряют второе мгновенное значение переходного процесса, через такой же интервал времени Δt после второго измерения измеряют третье мгновенное значение переходного процесса, через интервал времени Δt после третьего измерения измеряют четвертое мгновенное значения переходного процесса и определяют параметры переходного процесса по измеренным мгновенным значениям.

Мгновенные значения переходного процесса равны:

$$U_1 = A_0 + A_1 t_1 + A_2 \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}\right); U_2 = A_0 + A_1(t_1 + \Delta t) + A_2 \left(1 - e^{-\frac{t_1 + \Delta t}{\tau}}\right); \quad (12)$$

$$U_3 = A_0 + A_1(t_1 + 2\Delta t) + A_2 \left(1 - e^{-\frac{t_1 + 2\Delta t}{\tau}}\right); U_4 = A_0 + A_1(t_1 + 3\Delta t) + A_2 \left(1 - e^{-\frac{t_1 + 3\Delta t}{\tau}}\right). \quad (13)$$

Используя выражения (12) – (13), определим следующее отношение:

$$\frac{U_4 + U_2 - 2U_3}{U_3 + U_1 - 2U_2} = e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}. \quad (14)$$

Логарифмируя обе части (14) и решая его относительно постоянной времени экспоненциально изменяющейся составляющей, получим

$$\tau = -\frac{\Delta t}{\ln\left(\frac{U_4 + U_2 - 2U_3}{U_3 + U_1 - 2U_2}\right)}. \quad (15)$$

Определим следующие разности:

$$U_3 - U_2 = A_2 e^{-\frac{t_1}{\tau}} e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}\right) + A_1 \Delta t; U_2 - U_1 = A_2 e^{-\frac{t_1}{\tau}} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}\right) + A_1 \Delta t.$$

Решим данные уравнения относительно $A_2 e^{-\frac{t_1}{\tau}}$:

$$A_2 e^{-\frac{t_1}{\tau}} = \frac{U_3 - U_2 - A_1 \Delta t}{e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}\right)}; A_2 e^{-\frac{t_1}{\tau}} = \frac{U_2 - U_1 - A_1 \Delta t}{\left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}\right)} \quad (16)$$

Приравняв оба соотношения (16), определяем A_1 :

$$A_1 = \frac{U_3 - U_2 \left(1 + e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \right) + U_1 e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}}{\Delta t \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \right)}. \quad (17)$$

Подставляя (14) в выражение (17), после преобразований получим

$$A_1 = \frac{U_2 U_3 - U_3^2 - U_2^2 + U_2 U_4 + U_1 U_3 - U_1 U_4}{\Delta t (3U_2 - 3U_3 - U_1 + U_4)}. \quad (18)$$

Используя (14) и (18), из второго выражения (16) определим A_2 :

$$A_2 = \frac{(U_1 + U_3 - 2U_2)^3}{e^{-\frac{t_1}{\tau}} (3U_2 - 3U_3 + U_4 - U_1)^2}. \quad (19)$$

При этом $e^{-\frac{t_1}{\tau}}$ вычисляется по полученному из (15) значению τ и известному значению t_1 , что приводит к дополнительным вычислительным операциям.

Подставив (18) и (19) в первое соотношение (12), используя значения $e^{-\frac{t_1}{\tau}}$ и t_1 , определим постоянную составляющую A_0 .

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. А.С. №1797079 СССР, (МКИ) G01R 27/26. Способ измерения электрических величин активного сопротивления, индуктивности и емкости / В.С. Мелентьев, В.С. Баскаков и др., опубл. в Б.И. 1993, №7.
2. Мелентьев В.С. Определение параметров электрических цепей по переходным характеристикам в измерительной цепи // Математическое моделирование и краевые задачи: Тр. Всерос. науч. конф. Ч.2. Самара: СамГТУ, 2004. С. 158-160.
3. Пат. №2187822 РФ, (МКИ) G01R 23/16. Способ определения параметров переходного процесса / М.Р. Сафаров, Л.В. Сарваров, опубл. в БИПМ. 2002, №23.

Поступила 8.09.2004 г.

УДК 519.246

В.Е. Зотеев

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ СРЕДНЕКВАДРАТИЧНЫХ ОЦЕНОК КОЭФФИЦИЕНТОВ ЛИНЕЙНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ДИСКРЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ КОЛЕБАНИЙ СИСТЕМ С ТУРБУЛЕНТНЫМ ТРЕНИЕМ

Рассматривается численный метод определения динамических характеристик систем с турбулентным трением, позволяющий существенно, в несколько десятков раз, уменьшить погрешность вычисления среднеквадратичных оценок коэффициентов линейно-параметрических дискретных моделей.

Свободные колебания систем с турбулентным трением описываются функцией вида

$$y(t) = \frac{a_0}{1 + \frac{\delta_0}{T} t} \cos(\omega t + \psi_0), \text{ где } \delta_0 \text{ и } \omega - \text{декремент и частота колебаний } (T = \frac{2\pi}{\omega} - \text{период ко-}$$

лебаний), a_0 и ψ_0 – начальные амплитуда и фаза колебаний. Динамические характеристики (ДХ) δ_0 и ω являются информативными признаками технического состояния системы и определяются по результатам наблюдений y_k , $k = \overline{1, N}$, полученными в ходе научно-технического или промышленного эксперимента. Обычно при этом предполагается, что в результатах эксперимента содержится случайная аддитивная помеха ε_k , имеющая нормальное распределение, нулевое математическое ожидание $M[\varepsilon_k] = 0$, значения которой не коррелированы и имеют