Общероссийский математический портал

В. Л. Кванин, Н. Т. Балихина, П. И. Краснощеков, В. П. Радченко, А. Ф. Федотов, Математическая модель температурного режима при радиальном СВС-прессовании цилиндрических заготовок, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2005, выпуск 34, 50–59

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu337>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.81.137.203

26 апреля 2023 г., 13:54:32

Приложения дифференциальных уравнений

УДК 621.1.016.4

В.Л. Кванин, Н.Т. Балихина, П.И. Краснощеков, В.П. Радченко, А.Ф. Федотов

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМА ПРИ РАДИАЛЬНОМ СВС-ПРЕССОВАНИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗАГОТОВОК

Разработана математическая модель и выполнено расчетное исследование закономерностей формирования температурного режима при радиальном СВС-прессовании цилиндрических заготовок с неоднородным теплоизолятором.

Высокоэффективным способом получения тугоплавких соединений и материалов на их основе является самораспространяющийся высокотемпературный синтез (СВС), представляющий собой разновидность горения. Для получения высокоплотных материалов и изделий разогретые волной горения продукты СВС подвергают силовому уплотнению. Среди схем силового уплотнения неостывших продуктов синтеза наиболее распространено прессование в закрытой матрице, или СВС-прессование.

В настоящее время достаточно хорошо разработана технология получения методом СВС-прессования изделий простой формы в виде пластин [1] или колец [2]. Поэтому научный и практический интерес представляет разработка новых технологических схем СВС-прессования для получения изделий сложной формы. Одной из таких схем является процесс радиального СВС-прессования цилиндрических изделий. Принципиальная схема процесса радиального СВС-прессования показана на рис. 1. Шихтовая заготовка имеет форму круглого цилиндра и представляет собой спрессованный брикет из экзотермической смеси порошков. Ось цилиндра расположена горизонтально и он наполовину своего диаметра установлен в цилиндрическом канале на дне жесткой матрицы (рис. 1). Давление прессования передается на цилиндр через песчаную оболочку. Инициирование процесса СВС в шихтовой заготовке производится с одного из ее торцов, и фронт горения перемещается вдоль оси заготовки. После завершения синтеза во всем объеме шихтовой заготовки осуществляется прессование горячих продуктов СВС совместно с песчаной оболочкой. Требуется получить спрессованную СВС-заготовку, имеющую форму полукруглого цилиндра с плоской образующей. Эти заготовки предназначены для изготовления из них деталей износостойких сопел для пескоструйной обработки. Способность продуктов синтеза к пластическому деформированию и уплотнению в первую очередь обусловлена температурой деформации. В этой связи научный и практический интерес представляют исследования температурного режима процесса радиального СВС-прессования.

В отличие от горячего прессования инертных порошков, при котором за счет внешнего подогрева обеспечиваются изотермические условия, при СВС-прессовании происходит непрерывное охлаждение деформируемого материала. Поэтому для уменьшения теплотерь приходится предусматривать теплоизоляцию продуктов синтеза от холодного деформирующего инструмента. Кроме того, процесс СВС сопровождается выделением газов, которые были адсорбированы или растворены в исходных компонентах шихты, и необходимо обеспечить отвод этих газов из пресс-формы. При

Р и с. 1. Принципиальная схема радиального СВС-прессования:

1 – заготовка; 2 – оболочка; 3 – ленточный теплоизолятор; 4 – матрица; 5 – пуансон

радиальном СВС-прессовании эта задача решается следующим образом. Для теплоизоляции и отвода примесных газов верхняя часть заготовки размещена в газопроницаемой песчаной оболочке (см. рис. 1). Теплоизоляция нижней части заготовки, расположенной в цилиндрическом канале на дне матрицы, осуществляется ленточным теплоизолятором, который представляет собой стеклоткань. Таким образом, при радиальном СВС-прессовании используется неоднородный теплоизолятор и на поверхности заготовки имеют место несимметричные граничные условия четвертого рода.

В известных работах по изучению температурного режима при СВС с силовым уплотнением рассматривалась задача нестационарного теплообмена с движением фронта горения вдоль оси цилиндра без учета теплоизолятора [3] или перпендикулярно оси плоской заготовки с однородным теплоизолятором [4]. Цель настоящей работы – разработка математической модели и получение закономерностей формирования температурного режима при радиальном СВС-прессовании цилиндрической заготовки с неоднородным теплоизолятором.

При распространении фронта горения от торца шихтовой заготовки теплообмен продуктов синтеза с окружающей средой осуществляется в направлении трех пространственных координат. Размерность температурного поля, сформировавшегося на стадии синтеза, определяет и размерность задачи пластического деформирования на стадии прессования. Решение трехмерных задач нестационарной теплопроводности и пластичности для системы нескольких тел является математически громоздким и трудоемким. Поэтому в теоретических и прикладных исследованиях, как правило, ограничиваются рассмотрением плоских или осесимметричных математических моделей, которые позволяют достаточно полно выявить и исследовать основные закономерности физического процесса. При радиальном СВС-прессовании деформирование происходит в условиях плоской деформации и рассматривается формоизменение поперечного сечения заготовки [5]. Не менее важным является изучение формоизменения продольного сечения заготовки. Поэтому в настоящей работе исследовался процесс теплообмена в плоской системе для двух характерных сечений цилиндрической заготовки – продольного и поперечного.

Сначала рассмотрим процесс теплообмена в продольном сечении. По аналогии с работой [4] для продольного сечения рассматривался теплообмен плоского слоя единичной толщины с идеальной теплоизоляцией боковых граней. Физическая формулировка задачи заключается в следующем.

Плоский слой единичной толщины высотой $2R_1$ и длиной l_1 помещен в неоднородный теплоизолятор и стальной инструмент также единичной толщины. Размеры теплоизолятора и инструмента известны. В начальный момент времени на торце слоя инициируется реакция горения с известной температурой горения T_r и скоростью горения u_r . Объект моделирования представляет собой плоскую четырехэлементную систему с областями конечных размеров и с внутренней подвижной границей первого рода (фронт горения). Между элементами системы происходит нестационарный теплообмен. Теплообмен продуктов синтеза с теплоизолятором и теплоизолятора с инструментом осуществляется при граничных условиях четвертого рода с идеальным тепловым контактом. На границе инструмент-окружающая среда имеют место граничные условия третьего рода. Теплообмен на боковых гранях слоя, теплоизолятора и инструмента отсутствует. Фронт горения считается плоским и адиабатическим. Зависимость теплофизических свойств материалов от температуры не учитывается. Требуется найти температурное поле системы четырех соприкасающихся тел в произвольный момент времени t .

На рис. 2 приведена расчетная схема плоской четырехэлементной системы, состоящей из продуктов синтеза 1, песчаной оболочки 2, ленточного теплоизолятора 3 и стального инструмента 4. Го-

Р и с. 2. Расчетная схема объекта моделирования в продольном сечении заготовки:

1 – продукты синтеза; 2 – песчаная оболочка; 3 – ленточный теплоизолятор; 4 – стальной инструмент

рение слоя начинается с левой торцевой плоскости ($z_0 = 0$); плоский фронт горения движется с постоянной скоростью u_r в направлении оси заготовки z .

Математическая модель теплообмена на стадии горения включает:

1) систему дифференциальных уравнений нестационарной теплопроводности в декартовых координатах:

$$c_i d_i \frac{\partial T_i(z, y, t)}{\partial t} = \lambda_i \left(\frac{\partial^2 T_i(z, y, t)}{\partial z^2} \right) + \lambda_i \left(\frac{\partial^2 T_i(z, y, t)}{\partial y^2} \right); \quad (1)$$

2) граничные условия:

на границах заготовка-теплоизолятор и теплоизолятор-инструмент – граничные условия четвертого рода:

$$\begin{aligned} \lambda_1 \frac{\partial T_1(z_{1-2}, y_{1-2}, t)}{\partial n} &= \lambda_2 \frac{\partial T_2(z_{1-2}, y_{1-2}, t)}{\partial n}; & T_1(z_{1-2}, y_{1-2}, t) &= T_2(z_{1-2}, y_{1-2}, t); \\ \lambda_1 \frac{\partial T_1(z_{1-3}, y_{1-3}, t)}{\partial n} &= \lambda_3 \frac{\partial T_3(z_{1-3}, y_{1-3}, t)}{\partial n}; & T_1(z_{1-3}, y_{1-3}, t) &= T_3(z_{1-3}, y_{1-3}, t); \\ \lambda_2 \frac{\partial T_2(z_{2-3}, y_{2-3}, t)}{\partial n} &= \lambda_3 \frac{\partial T_3(z_{2-3}, y_{2-3}, t)}{\partial n}; & T_2(z_{2-3}, y_{2-3}, t) &= T_3(z_{2-3}, y_{2-3}, t); \\ \lambda_2 \frac{\partial T_2(z_{2-4}, y_{2-4}, t)}{\partial n} &= \lambda_4 \frac{\partial T_4(z_{2-4}, y_{2-4}, t)}{\partial n}; & T_2(z_{2-4}, y_{2-4}, t) &= T_4(z_{2-4}, y_{2-4}, t); \\ \lambda_3 \frac{\partial T_3(z_{3-4}, y_{3-4}, t)}{\partial n} &= \lambda_4 \frac{\partial T_4(z_{3-4}, y_{3-4}, t)}{\partial n}; & T_3(z_{3-4}, y_{3-4}, t) &= T_4(z_{3-4}, y_{3-4}, t); \end{aligned} \quad (2)$$

на границе инструмент-окружающая среда – граничные условия третьего рода:

$$\lambda_4 \frac{\partial T_4(z, y, t)}{\partial n} + \alpha_r (T_4 - T_s) = 0; \quad (3)$$

3) начальные условия:

$$T_1(0, y, 0) = T_r; \quad T_2(z, y, 0) = T_s; \quad T_3(z, y, 0) = T_s; \quad T_4(z, y, 0) = T_s; \quad (4)$$

4) уравнение движения фронта горения:

$$z_r = u_r \cdot t; \quad (5)$$

5) температуру подвижной границы первого рода (фронт горения):

$$T_1(z_r, y, t) = T_r; \quad (6)$$

6) условия адиабатичности перед фронтом горения ($z = z_r + 0$):

$$\frac{\partial T_1(z_r + 0, y, t)}{\partial z} = 0. \quad (7)$$

При расчете температурного поля после сгорания всего слоя из системы уравнений (1)-(7) исключаются уравнения (5)-(7) и добавляются граничные условия четвертого рода на правой торцевой поверхности слоя:

$$\begin{aligned} \lambda_1 \frac{\partial T_1(l_1, y, t)}{\partial z} &= \lambda_2 \frac{\partial T_2(l_1, y, t)}{\partial z}; & T_1(l_1, y, t) &= T_2(l_1, y, t); \\ \lambda_1 \frac{\partial T_1(l_1, y, t)}{\partial z} &= \lambda_3 \frac{\partial T_3(l_1, y, t)}{\partial z}; & T_1(l_1, y, t) &= T_3(l_1, y, t). \end{aligned} \quad (8)$$

В уравнениях (1)-(8) обозначено: T_i – температура тел; c_i , d_i , λ_i – удельная теплоемкость, гравиметрическая плотность и коэффициент теплопроводности тел; z_{i-j} , y_{i-j} – координаты контактной поверхности; i, j – индекс тела системы: 1 – продукты синтеза, 2 – песчаная оболочка, 3 – ленточный теплоизолятор; 4 – инструмент; t – время; z_r – текущая координата фронта горения; α_r – коэффициент теплоотдачи; T_s – температура среды; n – координата по внешней нормали к граничной поверхности.

Поставленная краевая задача нестационарного теплообмена решалась методом конечных элементов (МКЭ) при минимизации следующего вариационного функционала [6]:

$$J = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} \int_{V_i} \lambda_i \left[\left(\frac{\partial T_i}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial T_i}{\partial y} \right)^2 \right] + 2c_i d_i \frac{\partial T_i}{\partial t} T_i dV_i + \int_{S_4} \frac{\alpha_r}{2} (T_4 - T_s)^2 dS, \quad (9)$$

где V_i – объем i -го тела; S_4 – площадь инструмента 4 с конвективным теплообменом. Использовались треугольные конечные элементы с линейной аппроксимацией температуры внутри элемента.

Отличительной особенностью функционала (9) является то, что на стадии горения объем V_1 горячих продуктов синтеза, с которыми происходит теплообмен, является функцией времени:

$$V_1 = 2R_1 \cdot u_r \cdot t. \quad (10)$$

Условие стационарности функционала (9) приводит к следующему дискретному дифференциальному уравнению в матричной форме:

$$[C] \frac{\partial \{T\}}{\partial t} + [\Lambda] \cdot \{T\} = \{F\}. \quad (11)$$

Здесь $[C]$ – матрица теплоемкости; $[\Lambda]$ – матрица теплопроводности; $\{T\}$ – вектор-столбец узловых температур; $\{F\}$ – вектор тепловых нагрузок. Матричное дифференциальное уравнение (11) решали методом конечных разностей по неявной разностной схеме "назад":

$$([C] + \Delta t \cdot [\Lambda]) \cdot \{T_k\} = [C] \cdot \{T_{k-1}\} + \Delta t \cdot \{F\}, \quad (12)$$

где Δt – шаг по времени; $\{T_{k-1}\}$, $\{T_k\}$ – матрицы узловых значений температуры в начале и конце временного интервала Δt . Элементы матриц $[C]$, $[\Lambda]$ и $\{F\}$ определялись по известным зависимостям для плоских треугольных элементов [6].

При использовании численных методов необходимо обеспечить сходимость результатов расчета к точному решению краевой задачи. Сходимость численного решения достигается путем выбора размеров элементов сетки дискретной модели. При исследовании на сходимость необходимо иметь числовые результаты аналитического решения краевой задачи. Для рассматриваемой задачи аналитического решения нет. Поэтому для определения оптимальных шагов по временной оси и пространственным координатам сопоставлялись численное и аналитическое решения одномерной задачи об охлаждении бесконечного слоя вещества в неограниченной среде при граничных условиях четвертого рода [7]. Установлено, что расхождение в 1% получается при толщине контактного слоя теплоизолятора 0,25 мм. Толщина двух следующих слоев составляет 0,75 и 2 мм. В заготовке толщина трех первых слоев, начиная с контактного слоя, соответственно равна 0,5; 1,5 и 2 мм. Величина временного шага Δt должна быть не более $\Delta t = (0,1 \div 0,2)$ с.

Имитация движения фронта горения в продольном сечении производилась путем пошагового увеличения числа конечных элементов заготовки, участвующих в теплообмене. Продольное сечение состоит из тел прямоугольной формы, и в расчетах использовалась базовая прямоугольная сетка конечных элементов, в которой прямоугольники диагоналями делятся на два треугольника. Поэтому вся область представляет собой набор вертикальных столбцов и горизонтальных слоев. В приближении плоского фронта горения за один шаг объем синтезированного материала увеличивается на объем элементов одного столбца заготовки. На первом шаге в теплообмене участвуют только элементы 1-го столбца заготовки шириной Δz_1 . На втором шаге фронт горения перемещается на ширину элементов 2-го столбца заготовки Δz_2 ; на 3-ем шаге – на ширину элементов 3-го столбца заготовки Δz_3 и т.д. На k -том шаге время горения t_{rk} нового столбца заготовки шириной Δz_k составляет:

$$t_{rk} = \frac{\Delta z_k}{u_r}. \quad (13)$$

В течение этого времени происходит и охлаждение синтезированного объема заготовки. На каждом k -том шаге горения неизвестной является начальная контактная температура T_{k0} вновь образовавшейся поверхности контакта заготовки и оболочки. Поэтому сначала по уравнению (12) при времени $\Delta t = 10^{-6}$ с рассчитывалась температура T_{k0} новых контактных узлов, а затем эти уравнения решались с шагом Δt_{rk} и определялось температурное поле в текущий момент времени. Система линейных уравнений (12) решалась итерационным методом Зейделя с точностью 0,01 °C.

Закономерности формирования температурного поля при СВС цилиндрической заготовки изучались для СВС-системы Ti-12% (мас.) В с образованием твердого сплава TiB-40% (мас.) Ti. Горение этой системы происходит за счет высокоэкзотермической реакции образования моноборида титана: $Ti + B = TiB$. Температура горения T_r больше эвтектической температуры системы TiB-Ti, составляющей 1667 °C [8], но меньше температуры плавления моноборида титана, равной 2189 °C [9], и продукты синтеза состоят из твердых частиц моноборида титана и боридотитанового расплава. Теплофизические свойства пористого твердожидкого материала рассчитывали по зависимостям [10] и в соответствии с диаграммой состояния учитывались количество жидкой и твердой фаз, состав расплава, а также пористость материала, равная 50%. В справочной литературе нет данных о коэффициенте теплопроводности и удельной теплоемко-

сти для стеклоткани, но имеются сведения о теплофизических свойствах различных стекловолоконистых материалов [11, 12], величина которых зависит от плотности материала. Плотность используемой стеклоткани составила $d_3 \approx 150 \text{ кг/м}^3$ и для этого значения плотности по справочным данным работ [11, 12] были определены коэффициент теплопроводности и удельная теплоемкость стеклоткани. Теплофизические свойства продуктов СВС, песка, стеклоткани и стального инструмента приведены в табл. 1.

Таблица 1

Теплофизические свойства материалов и термokinетические параметры горения

Материал	λ , Вт/м·К	C , Дж/кг·К	d , кг/м ³	$T_{г,з}$, °С	$u_{г,з}$, мм/с
TiB – 40% Ti	13,5	939	2490	1800	5
Песок [11]	0,326	795	1500	-	-
Стеклоткань [11, 12]	0,048	837	150	-	-
Сталь [11]	32	561	7800	-	-

Данные по температуре горения $T_{г,з}$ и скорости горения $u_{г,з}$ получены экспериментально. Коэффициент теплоотдачи принимался равным $\alpha_{г,з} = 44 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{К}$. Рассматривался синтез заготовки радиусом $R_1 = 18,5 \text{ мм}$ и длиной $l_1 = 50 \text{ мм}$. Высота песчаной оболочки составляла $h_2 = 38,5 \text{ мм}$, ширина – $l_2 = 12 \text{ мм}$ [5]; толщина одного слоя стеклоткани – $h_3 = 0,5 \text{ мм}$; толщина инструмента – $h_4 = 15 \text{ мм}$.

Температурное поле формируется в течение времени горения $t_{г,з}$ и времени задержки прессования t_3 , которое представляет собой временную паузу между моментом окончания горения и моментом начала прессования. Для заготовки заданных размеров время горения постоянно, и варьируемым временным параметром является время задержки прессования. Для обеспечения максимальной температуры деформации и максимальной степени уплотнения синтезированного материала необходимо использовать технологический цикл с минимальным временем задержки прессования [13]. Минимально возможное время t_3 определяется тремя основными технологическими факторами:

- 1) скоростью дегазации примесных газов;
- 2) способом регистрации момента окончания синтеза и подачи команды на прессование;
- 3) быстроедействием пресса.

Используемые для СВС-прессования изделий гидравлические прессы и системы управления обеспечивают выполнение технологического цикла с минимальным временем задержки прессования в пределах $t_3 = 1 \div 2 \text{ с}$. В дальнейшем минимальное значение времени задержки принималось равным $t_3 = 1 \text{ с}$.

Р и с. 3. Изменение температуры верхней контактной поверхности $T_{кв}$ (1, 1'), центра $T_{ц}$ (2, 2') и нижней контактной поверхности $T_{кн}$ (3) в продольном сечении заготовки: 1, 2, 3 – решение МКЭ двумерной задачи; 1', 2' – аналитическое решение одномерной задачи

На рис. 3 показано распределение температуры по длине продольного сечения заготовки после синтеза сплава TiB-40% Ti с временем задержки прессования $t_3 = 1 \text{ с}$ и двухслойным ленточным теплоизолятором толщиной $h_3 = 1 \text{ мм}$. Характер изменения температур на нижней $T_{кн}$, верхней $T_{кв}$ контактных поверхностях и в центре $T_{ц}$ показывает, что в заготовке формируется неоднородное температурное поле. Неоднородность температурного поля обусловлена двумя факторами. Во-первых, плоский слой конечной длины имеет четыре границы контактного теплообмена, являющихся стоками тепла: две торцевые и две опорные

поверхности. Вблизи этих границ формируются наиболее "холодные" зоны с высоким градиентом температуры. Во-вторых, при послойном нагреве заготовки движущимся фронтом горения время охлаждения $t_{охл}$ отдельных зон зависит от их положения (координата z) относительно плоскости зажигания:

$$t_{\text{охл}} = \frac{l_1 - z}{u_r} + t_3, \quad 0 \leq z \leq l_1. \quad (14)$$

По мере удаления от плоскости зажигания и увеличения координаты z время охлаждения уменьшается, и температура заготовки повышается.

Распределение температуры в продольном сечении заготовки при СВС в неоднородном теплоизоляторе аналогично распределению температуры при синтезе в однородном теплоизоляторе [4]. В обоих случаях после завершения синтеза в продольном сечении заготовки формируются три характерные температурные зоны, связанные с соответствующей границей контактного теплообмена (рис. 3).

Вблизи плоскости зажигания ($z = 0$) находится зона *I*, для которой время охлаждения наибольшее и она является самой "холодной". Температура на контактных поверхностях и в центре слоя увеличивается по мере удаления от плоскости зажигания и уменьшения времени охлаждения. На определенном расстоянии от плоскости зажигания действие этой границы как стока тепла нивелируется и формируется зона *II*, для которой характерна слабая зависимость контактных температур $T_{\text{кв}}$ и $T_{\text{кн}}$ от координаты z и времени охлаждения – на протяжении всей зоны $T_{\text{кв}} \approx \text{const}$ и $T_{\text{кн}} \approx \text{const}$. В работе [4] показано, что в зоне *II* происходит внутреннее охлаждение [7], когда температура контактной поверхности за фронтом горения остается постоянной и происходит выравнивание температуры по объему заготовки. В зоне *II* контактная температура на границе соприкосновения заготовки с песчаной оболочкой $T_{\text{кв}}$ примерно равна температуре $T_{\text{к0}}$, мгновенно устанавливаемой на границе соприкосновения бесконечного слоя с температурой T_r , помещенного в неограниченную однородную среду с температурой T_s [7]:

$$T_{\text{к0}} = T_s + (T_r - T_s) \frac{K_{\text{ел}}}{K_{\text{ел}} + K_{\text{ет}}}, \quad (15)$$

где $K_{\text{ел}} = \sqrt{\lambda_1 c_1 d_1}$, $K_{\text{ет}} = \sqrt{\lambda_r c_r d_r}$ – коэффициенты тепловой активности продуктов синтеза и теплоизоляторов. Для песчаной оболочки начальная контактная температура составляет $T_{\text{к0}} = 1622$ °С, контактная температура $T_{\text{кв}}$ на границе заготовки с песчаной оболочкой в зоне *II* находится в пределах $T_{\text{кв}} = 1620 \div 1630$ °С. Контактная температура на границе заготовки с ленточным теплоизолятором, составляющая $T_{\text{кн}} = 1750 \div 1764$ °С, заметно отличается от температуры $T_{\text{к0}}$ для неограниченной среды из стеклоткани, которая равна $T_{\text{к0}} = 1776$ °С. Ленточный теплоизолятор и стальной инструмент в совокупности представляют собой двухслойную среду. Эффективные теплофизические свойства двухслойной среды отличаются от индивидуальных свойств составляющих тел и это обуславливает различие температур $T_{\text{кн}}$ для двухслойной среды и $T_{\text{к0}}$ для однородной среды.

В районе правой торцевой плоскости ($z = l_1$) образуется зона *III*. Для этой зоны характерно резкое уменьшение температур $T_{\text{кв}}$, $T_{\text{кн}}$ и $T_{\text{ц}}$ при приближении к правой торцевой границе контактного теплообмена, на которой закончилось горение. Время охлаждения правого торца и прилегающих к нему объемов существенно меньше времени охлаждения левого торца и прилегающих к нему объемов заготовки. В результате размеры зоны *III* меньше размеров зоны *I* и зона *III* имеет более высокую температуру.

Результаты численного решения были сопоставлены с результатами аналитического решения одномерной задачи об охлаждении бесконечного слоя, помещенного в неограниченную однородную среду [7]. В качестве однородной среды рассматривался песок. Время охлаждения бесконечного слоя принималось равным времени охлаждения сечения с переменной координатой z при горении слоя конечной длины и рассчитывалось по зависимости (14). Результаты аналитического решения и решения МКЭ (рис. 3) для зоны *II* практически идентичны (различие не превышает 1%). Из этого следует, что температурное поле в зоне *II* с режимом внутреннего охлаждения формируется в результате одномерного контактного теплообмена на опорной плоскости заготовки. Кроме того, подтверждается сходимость численного решения к аналитическому решению для принятых размерах сетки КЭ.

Практический интерес представляет вопрос о выборе количества слоев или толщины ленточного теплоизолятора. На рис. 4 показано влияние количества слоев стеклоткани толщиной 0,5 мм на распределение температуры вдоль нижней контактной поверхности заготовки $T_{\text{кн}}(z)$. С увеличением числа слоев стеклоткани уменьшается теплоотвод и температура контактной поверхности заготовки повышается. Результаты расчетов показали, что увеличение числа слоев с двух до трех не приводит к существенному повышению температуры $T_{\text{кн}}$. Поэтому в реальном

процессе можно ограничиться двумя слоями стеклоткани с общей толщиной ленточного теплоизолятора $h_3 = 1$ мм.

Р и с. 4. Влияние числа слоев стеклоткани на распределение контактной температуры $T_{\text{кн}}$ по длине продольного сечения заготовки при $t_3 = 1$ с

Рассмотрим процесс теплообмена в поперечном сечении заготовки. В зонах I и III продольного сечения заготовки происходит трехмерный теплообмен. Поэтому ограничимся исследованием температурного режима в зоне II, где теплообменом вдоль оси заготовки можно пренебречь и рассматривать теплообмен цилиндрической заготовки единичной толщины с идеальной теплоизоляцией плоских оснований. В процессе движения плоского фронта горения поперечные сечения

мгновенно и равномерно нагреваются до температуры горения, и затем происходит их охлаждение. Физическая формулировка задачи состоит в следующем.

Р и с. 5. Расчетная схема объекта моделирования в поперечном сечении

Плоская круглая заготовка радиусом R_1 помещена в неоднородный теплоизолятор и стальной инструмент с известными размерами. В начальный момент времени температура заготовки равна температуре горения T_r ; температура теплоизолятора и инструмента – температуре среды T_s . Объект моделирования представляет собой плоскую четырехэлементную систему с областями конечных размеров. Между элементами системы происходит нестационарный теплообмен. Теплообмен продуктов синтеза с теплоизолятором и теплоизолятора с инструментом осуществляется при граничных условиях четвертого рода с идеальным тепловым контактом. На границе инструмент-окружающая среда происходит конвективный теплообмен. Теплообмен на плоских основаниях заготовки, теплоизолятора и инструмента отсутствует. Требуется найти температурное поле системы четырех соприкасающихся тел в произвольный момент времени t . Расчетная схема приведена на рис. 5. В связи с осевой симметрией рассматривается половина поперечного сечения в декартовых координатах x и y .

Математическая постановка задачи плоского теплообмена включает:

- 1) систему четырех дифференциальных уравнений нестационарной теплопроводности (1) в декартовых координатах x, y ;
- 2) граничные условия:
 - на границах заготовка-теплоизолятор и теплоизолятор-инструмент – граничные условия четвертого рода (2);
 - на границе инструмент-окружающая среда – граничные условия третьего рода (3);
- 3) начальные условия:

$$T_1(x, y, 0) = T_r; \quad T_2(x, y, 0) = T_s; \quad (16)$$

$$T_3(x, y, 0) = T_s; \quad T_4(x, y, 0) = T_s.$$

Здесь, как и ранее, характеристики, относящиеся к заготовке, имеют индекс 1; к песчаной оболочке – индекс 2; к ленточному теплоизолятору – индекс 3 и к инструменту – индекс 4.

Краевая задача нестационарного теплообмена в поперечном сечении решалась также МКЭ, который приводит к решению системы линейных алгебраических уравнений (12). Как и в случае продольного сечения использовались треугольные элементы и аналогичные размеры контактных слоев заготовки и теплоизоляторов. В качестве исследуемого сечения рассматривалось поперечное сечение, находящееся в центре зоны II с режимом внутреннего охлаждения с координатой $z = 32$ мм и временем охлаждения $t_{\text{охл}} = 4,6$ с при $t_3 = 1$ с.

На рис. 6 показано распределение температуры по ширине (координата x) и высоте (координата y) рассматриваемого поперечного сечения заготовки. Температура расчетных точек мо-

нотонно снижается при удалении от центра и приближении к контактной поверхности заготовки. За счет меньшей теплопроводности стеклоткани по сравнению с песком температура объемов расположенных в ленточном теплоизоляторе ($y < 0$), больше температуры объемов, расположенных в песчаной оболочке ($y > 0$). На рис. 6, б сопоставлены распределения температуры по высоте заготовки $T(y)$, полученные из решения независимых друг от друга задач теплообмена в поперечном и продольном сечениях. Хорошее соответствие между зависимостями $T(y)$ подтверждает корректность используемых физических моделей (горение плоского слоя и охлаждение цилиндрической заготовки единичной толщины) для оценки температурного поля в продольном и поперечном сечениях заготовки.

Р и с. 6. Распределение температуры по ширине (а) и высоте (б) поперечного сечения заготовки с $z = 32$ мм и $t_{\text{охл}} = 4,6$ с:

1 – решение задачи для поперечного сечения; 2 – решение задачи для продольного сечения

При СВС-прессовании происходит непрерывное охлаждение продуктов СВС и практический интерес представляет оценка температурно-временных параметров, при которых в неизотермических условиях можно получить беспористый материал. Оценим временные рамки процесса охлаждения на стадии прессования. При прессовании на гидравлических прессах со скоростью перемещения плунжера $5 \div 10$ мм/с время деформирования синтезированной заготовки находится в пределах $t_d = 1,5 \div 3$ с. С учетом минимально необходимого времени задержки прессования $t_3 = 1 \div 2$ с изменение температуры и зависящих от температуры свойств происходит во временном интервале от $t_3 = 1$ с до $t_3 = 5$ с.

В настоящее время принято считать, что необходимым условием получения беспористых СВС-материалов является присутствие при силовом уплотнении жидкой фазы [14, 15]. Соответственно температура деформации должна быть выше эвтектической температуры синтезированного сплава и размеры зон с температурой выше $T_{\text{эвт}}$ позволяют выполнить предварительный прогноз о размерах объема высокоплотного материала. На рис. 7 представлены расчетные изотермы $T = T_{\text{эвт}} = 1667$ °C для продольного и поперечного сечений заготовки из сплава TiB-40% Ti. Область с $T \geq T_{\text{эвт}}$ и твердожидким состоянием сплава находится внутри заготовки. Как и следовало ожидать, с увеличением времени задержки прессования t_3 , а значит и времени охлаждения, размеры области с твердожидким состоянием сплава уменьшаются. Однако темп охлаждения заготовки невысокий и при увеличении времени задержки прессования с $t_3 = 1$ с до $t_3 = 5$ с размеры области с $T \geq T_{\text{эвт}}$ уменьшаются не более, чем на 10%. Таким образом, высокие теплоизоляционные свойства песка и стеклоткани обеспечивают сохранение твердожидкого состояния сплава в достаточно больших объемах в течение всего технологически необходимого времени. Здесь следует отметить, что температурный режим определяет только уровень температурно-зависимых свойств, поэтому окончательный результат о плотности спрессованной заготовки может быть получен из решения краевой задачи пластического деформирования.

При описании процесса пластического деформирования остывающих продуктов СВС принципиально важным является вопрос о том, насколько корректно можно использовать приближение изотермического и однородного температурного поля. Для ответа на этот вопрос необходимо рассмотреть характер температурного распределения в заготовке и оболочке и его динамику во времени.

На рис. 8 приведены расчетные данные о распределении температуры по ширине (ось x) и высоте (ось y) поперечного сечения в зоне с режимом внутреннего охлаждения. На этом же рисунке показано распределение по длине продольного сечения (ось z) средней по высоте $2R_1$ (рис. 2) температуры заготовки и средней по высоте R_1 температуры оболочки. Согласно результатам расчета температурное поле по ширине, высоте и длине заготовки имеет малые гра-

диенты температуры и близко к однородному. Так, перепад температуры по ширине заготовки ΔT_x составляет $\Delta T_x \approx 100^\circ\text{C}$; по высоте – $\Delta T_y \approx 155^\circ\text{C}$ и по длине – $\Delta T_z \approx 160^\circ\text{C}$, что в относительных единицах не превышает 10%. Кроме того, хорошая теплоизоляция обуславливает почти стационарный температурный режим продуктов синтеза в рассматриваемом интервале времени задержки. При изменении времени задержки от $t_3 = 1$ с до $t_3 = 5$ с температура расчетных точек продольного и поперечного сечений уменьшается не более, чем на 50°C или примерно на 3%. В целом, в первом приближении заготовку в пределах времени реального технологического цикла можно считать равномерно нагретым телом с постоянной температурой.

Р и с. 7. Расчетные изотермы $T = T_{\text{эвт}}$ в продольном (а) и поперечном (б) сечениях заготовки: пунктирная линия – $t_3 = 1$ с; сплошная линия – $t_3 = 5$ с

В оболочке, напротив, имеют место высокие градиенты температуры, и наблюдается локализация высокотемпературной области в пределах узкой зоны контакта оболочки с заготовкой (рис. 8). Оценим размер высокотемпературной области, в которой начинается проявление снижения сопротивления деформации песчаной оболочки. Согласно данным работы [16] разупрочнение огнеупорных материалов на основе кварца SiO_2 , из которого примерно на 95% состоит песок, начинается при нагреве до температуры свыше 1000°C . Из результатов расчетов следует, что глубина прогрева песчаной оболочки до температуры 1000°C за время $t_3 = 5$ с не превышает 2 мм. Ввиду незначительных размеров зоной начала температурного разупрочнения можно пренебречь и принять, что в процессе прессования весь объем песчаной оболочки сохраняет начальную (комнатную) температуру.

Р и с. 8. Распределение температуры в заготовке и оболочке по ширине (а), высоте (б) поперечного сечения и средней температуры по длине продольного сечения (в): о – время задержки $t_3 = 1$ с; • – время задержки $t_3 = 5$ с

Таким образом, для реального технологического цикла тепловой режим при радиальном СВС-прессовании можно считать квазистационарным с квазиоднородным температурным полем в заготовке и песчаной оболочке. Однако окончательный ответ о возможности использования приближения изотермического и однородного температурного поля может быть получен при сопоставлении результатов расчета по изотермической и неизотермической модели пластического деформирования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Левашов Е.А. и др.* Физико-химические и технологические основы самораспространяющегося высокотемпературного синтеза. М.: Бином, 1999. 176 с.
2. *Горовой В.А. и др.* Закономерности силового СВС-компактирования крупногабаритных твердосплавных изделий // Кузнечно-штамповочное производство. 1996. № 1. С. 14-18.
3. *Стельмах Л.С., Жилева Н.Н., Столин А.М.* Математическое моделирование тепловых режимов силового СВС-компактирования // Инженерно-физический журнал. 1992. Т. 63. № 5. С. 623-629.
4. *Федотов А.Ф., Радченко В.П., Ермоленко М.А.* Конечно-элементная осесимметричная модель теплового режима при самораспространяющемся высокотемпературном синтезе заготовок в сыпучей оболочке // Инженерно-физический журнал. 2002. Т. 75. № 4. С. 145-150.
5. *Кванин В.Л. и др.* Численный анализ закономерностей уплотнения при СВС-прессовании изделий сложной формы // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Техн. науки. 2004. № 20. С. 95-104.
6. *Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. 392 с.
7. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967. 600 с.
8. *Самсонов Г.В., Серебрякова Т.И., Неронов В.А.* Бориды. М.: Атомиздат, 1975. 376 с.
9. *Мержанов А.Г.* Твердопламенное горение. Черноголовка: ИСМАН, 2000. 224 с.
10. *Дульнев Г.Н., Заричняк Ю.П.* Теплопроводность смесей и композиционных материалов. Л.: Энергия, 1974. 264 с.
11. *Пехович А.И., Жидких В.М.* Расчеты теплового режима твердых тел. Л.: Энергия, 1976. 352 с.
12. *Барабарина Т.М., Сухов М.Н., Шелудяков Н.А.* Стекловолоконные строительные материалы. М.: Изд-во литературы по строительству, 1968. 175 с.
13. *Радченко В.П., Федотов А.Ф., Ермоленко М.А.* Закономерности неизотермического пластического деформирования при СВС-прессовании // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Техн. науки. 2004. № 24. С. 117-124.
14. *Епишин К.Л., Питюлин А.Н., Мержанов А.Г.* Уплотнение материалов, образующихся при СВС // Порошковая металлургия. 1992. №6. С. 14-19.
15. *Подлесов В.В., Радугин А.В., Столин А.М., Мержанов А.Г.* Технологические основы СВС-экструзии // Инженерно-физический журнал. 1997. Т. 63. № 5. С. 525-537.
16. *Кайнарский И.С.* Динас. М.: ГНТИЛ по черной и цветной металлургии, 1961. 470 с.

Поступила 20.10.2004 г.