Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. А. Павловский, Моделирование процесса распространения загрязнений водной среды, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2005, выпуск 34, 178–181

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu353>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.89.56.158

26 апреля 2023 г., 15:27:52

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗАГРЯЗНЕНИЙ ВОДНОЙ СРЕДЫ

Рассмотрена задача моделирования распространения загрязнений водной среды. На основе результатов моделирования разработана методика выполнения измерений концентраций загрязнений с помощью набора датчиков электропроводности воды

При изучении и оперативном контроле процессов антропогенного загрязнения водоемов [1] представляют интерес векторные измерения загрязнений водной среды в пределах нескольких десятков или сотен метров. Покажем, что на основании моделирования процесса распространения загрязнений в водной среде можно разработать метод определения не только величины градиента концентрации загрязнений в зоне смешения чистых и загрязняющих вод, но и его направление с использованием измерения электропроводности воды в определенных точках водного пространства. Предложим одну из возможных схем измерительной системы для таких измерений.

Схема расположения электродов системы для векторных измерений загрязнений $\Delta\rho(t)$ воды с датчиком электропроводности на дне водоема

Пусть на дне водоема глубиной H находится трехэлектродная измерительная установка с возбуждающим электродом A в начале координат и приемными электродами M_1 и N_1 , расположенными по оси OX (см. рис.).

Расстояния между электродами (разносы) определяются отрезками $AM_1 = M_1N_1 = l$, через водную среду протекает ток I , определяемый возбуждающим электродом, чистая вода имеет удельное сопротивление ρ .

Для наглядности результатов анализ проведем для достаточно низких рабочих частот, удельное сопротивление дна будем считать равным ρ , что соответствует минимальным значениям информационных сигналов, характеризующих электропроводность (при увеличении удельного сопротивления дна они будут только увеличиваться).

Известно, что градиент скалярной функции $\rho(x,y,z)$ определяется трехмерным вектором

$$G = \text{grad } \rho = \frac{\partial \rho}{\partial x} e_x + \frac{\partial \rho}{\partial y} e_y + \frac{\partial \rho}{\partial z} e_z,$$

где e_x, e_y, e_z - орты по соответствующим осям ортогональных координат. В нашем случае относительно плоского водоема вертикальная компонента $G_z = \partial \rho / \partial z$ в больших масштабах мала и в первом приближении не представляет интереса, поэтому далее будем рассматривать только двумерный градиент в горизонтальной плоскости

$$g = \frac{\partial \rho}{\partial x} e_x + \frac{\partial \rho}{\partial y} e_y, \quad (1)$$

причем подлежащие экспериментальному определению производные будем выражать, как обычно, через конечные разности

$$\partial \rho / \partial x \approx \Delta \rho_x / \Delta x, \partial \rho / \partial y \approx \Delta \rho_y / \Delta y. \quad (2)$$

Пользуясь методом зеркальных отображений, запишем потенциал в точке M_1 :

$$U_{M_1} = \frac{I\rho}{4\pi} \left(\frac{1}{AM_1} + \frac{k_{12}}{A'M_1} \right), \quad (3)$$

где $k_{12} = (\rho' - \rho) / (\rho' + \rho)$ - коэффициент отражения на границе раздела вода-воздух, причем в рассматриваемом случае $k_{12} = 1$ из-за того, что удельное сопротивление воздуха $\rho' \gg \rho$. Тогда

$$U_{M_1} = \frac{I\rho}{4\pi} \left(\frac{1}{l} + \frac{1}{\sqrt{l^2 + 4H^2}} \right), \quad (4)$$

и аналогично получаем потенциал в точке N_1 :

$$U_{N_1} = \frac{I\rho}{4\pi} \left(\frac{1}{AN_1} + \frac{k_{12}}{A'N_1} \right) = \frac{I\rho}{4\pi} \left(\frac{1}{2l} + \frac{1}{2\sqrt{l^2 + H^2}} \right), \quad (5)$$

что дает величину полезного сигнала в виде разности потенциалов

$$V_1 = U_{M_1} - U_{N_1} = \frac{I\rho}{4\pi} \left(\frac{1}{2l} + \frac{1}{\sqrt{l^2 + 4H^2}} - \frac{1}{2\sqrt{l^2 + H^2}} \right). \quad (6)$$

Отсюда можно найти величину истинного удельного сопротивления однородной воды ρ или, в общем случае, некоторого кажущегося (эффективного) удельного сопротивления ρ_k , если масса воды в зоне действия установки будет неоднородной:

$$\rho_{k1} = kV_1 / I, \quad (7)$$

$$\text{где } k = 4\pi / \left(\frac{1}{2l} + \frac{1}{\sqrt{l^2 + 4H^2}} - \frac{1}{2\sqrt{l^2 + H^2}} \right).$$

Наоборот, если величина ρ примерно известна, то по (6) можно оценить значение V_1 по известной силе тока I и известному постоянному геометрическому коэффициенту k .

Для простоты и сокращения числа варьируемых параметров положим $l = H$, тогда

$$V_1 = \frac{I\rho_{k1}}{4\pi l} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) = 0,593 \frac{I\rho_{k1}}{4\pi l},$$

и соответственно $\rho_{k1} = kV_1 / I$, где $k = 4\pi l / 0,593 = 21,2l$.

Если добавить симметрично расположенную пару приемных электродов M_2N_2 по отрицательному направлению оси OX (см. рис.), то аналогично получим $\rho_{k2} = kV_2 / I$ ($k = 21,2l$).

Для однородной воды очевидно, что $\rho_{k2} = \rho_{k1} = \rho$, но для наиболее важного для нас случая неоднородных вод получим некоторую разность $\Delta\rho_{kx} = \rho_{k1} - \rho_{k2} = (k/I)(V_1 - V_2)$.

Как было отмечено выше, для подобных исследований наиболее целесообразно получать отсчет измеряемой величины относительно аномального эффекта

$$A_{12} = \frac{V_1 - V_2}{(1/2)(V_1 + V_2)} = \frac{\rho_{k1} - \rho_{k2}}{(1/2)(\rho_{k1} + \rho_{k2})} = \frac{\Delta\rho_{kx}}{\bar{\rho}_{kx}}, \quad (8)$$

где $\bar{\rho}_{kx}$ - среднее кажущееся удельное сопротивление.

Расположив точно так же еще две пары приемных электродов M_3N_3 и M_4N_4 по оси OY (см. рис), можно определить относительный измеряемый параметр для второго канала измерительной системы:

$$A_{34} = \frac{V_3 - V_4}{(1/2)(V_3 + V_4)} = \frac{\rho_{k3} - \rho_{k4}}{(1/2)(\rho_{k3} + \rho_{k4})} = \frac{\Delta\rho_{ky}}{\bar{\rho}_{ky}}, \quad (9)$$

причем для имеющих место на практике сравнительно малых вариаций $\Delta\rho_{kx}$ и $\Delta\rho_{ky}$ среднее значение $\bar{\rho}_{kx} \approx \bar{\rho}_{ky} \approx \bar{\rho}_k$ (при необходимости можно учесть и различие $\bar{\rho}_{kx}$ и $\bar{\rho}_{ky}$, но в данном случае это несущественно).

Обращаясь к (1) и (2), видим, что такие измерения позволяют получить интересующий нас горизонтальный градиент поля удельного сопротивления в виде относительно (нормированного) безразмерного вектора

$$g^0 = \Delta\rho_k^0 / \rho_k = (\Delta\rho_x e_x + \Delta\rho_y e_y) / \rho$$

(здесь и далее несущественные теперь индексы "k" и знак усреднения опускаются).

Реализовать указанные векторные измерения можно с помощью трехканального измерительного устройства. Измеряемые напряжения V_i ($i=1,2,3,4$) через соответствующие разделительные трансформаторы должны поступать на два измерительных канала и, кроме того, подаваться на суммирующее устройство, на выходе которого формируется среднее напряжение

$\bar{V} = (1/4) \sum_i V_i$. Это напряжение поступает на вход третьего измерительного канала, куда через разделительный трансформатор подается опорное напряжение V_* и т.д. В результате регистрирующее устройство будет фиксировать нормированную компоненту $\Delta\rho_x(t)$ по (8), нормированную компоненту $\Delta\rho_y(t)$ по (9) и среднее удельное сопротивление воды по всем четырем лучам установки $\rho(t)$.

Микро-ЭВМ, входящая в состав системы, может вычислять модуль полного вектора $|\Delta\rho(t)| = \sqrt{\Delta\rho_x^2 + \Delta\rho_y^2}$ и его азимут $\alpha_{\Delta\rho}(t) = \arctg(\Delta\rho_y / \Delta\rho_x)$. Получаемые текущие данные могут сравниваться с предыдущими, а результаты выдаваться в наиболее удобной для анализа экологической обстановки форме.

Рассмотрим случай, когда измерения проводятся в некоторой промежуточной зоне смещения, где $\rho = 30$ Ом·м, а глубина $H = 20$ м. Тогда для установки с $l = H$ по (7) получаем коэффициент $k = 4,24 \cdot 10^3$ м, а среднее напряжение полезных сигналов $V = \rho / k$, 7 мВ на 1 А силы возбуждающего тока.

Приведенные выше расчеты проделаны для постоянного тока. Они будут верны и для переменных токов, но достаточно низких частот, т.е. для токов, ограниченных по рабочей частоте в зависимости от размеров измерительной системы и удельного сопротивления воды.

Проведенные измерения позволяют получить информацию о поведении вектора $\Delta\rho(t)$, характеризующего горизонтальный градиент удельного сопротивления всего водного слоя в целом. Однако представляет практический интерес возможность получения дополнительной информации об однородности или неоднородности изучаемых водных масс по вертикали.

Можно показать, что для рассматриваемого случая в произвольной точке водного слоя с координатами (x, z) , где $0 \leq z \leq H$, потенциал электрического поля, создаваемого электродом A , будет равен

$$U = \frac{I\rho}{4\pi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{k_{12}}{r_2} \right), \quad (10)$$

где $r_1 = \sqrt{x^2 + z^2}$ - расстояние от точки наблюдения до электрода A ; $r_2 = \sqrt{x^2 + (2H - z)^2}$ - расстояние до отображения электрода A' .

По (10) находится распределение горизонтальной плотности тока

$$j_x(x, z) = E_x / \rho = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial U}{\partial x},$$

что после дифференцирования определяет

$$j_x(x, z) = \frac{I}{4\pi} \left\{ \frac{x}{(x^2 + z^2)^{3/2}} + \frac{x}{[x^2 + (2H - z)^2]^{3/2}} \right\}.$$

(считаем, как и раньше, $k_{12} = 1$).

Рассмотрим распределение плотности тока j_x по вертикали (например, для середины между приемными электродами M_1 и N_1 , т.е. для $x = 3l/2$):

$$j_x(z) = \frac{I}{4\pi} \frac{3}{2} \left\{ \frac{l}{(9l^2/4 + z^2)^{3/2}} + \frac{l}{[9l^2/4 + (2H - z)^2]^{3/2}} \right\}.$$

Очевидно, что такие измерения позволяют получить информацию только о тех слоях воды, где плотность тока заметно различима по сравнению с некоторой средней плотностью тока, характерной для данной системы. Найдем отношение минимальной плотности тока $j_{x\min}$, который протекает у самой поверхности воды при $z = H$, к максимальной плотности тока $j_{x\max}$, который протекает по слою воды при $z = 0$:

$$j_x^0 = \frac{j_{x \min}}{j_{x \max}} = \frac{\frac{2}{(9l^2/4 + H^2)^{3/2}}}{\frac{1}{27l^3/8} + \frac{1}{(9l^2/4 + 4H^2)^{3/2}}},$$

или, вводя относительную глубину слоя $K = H/l$, после преобразований получим

$$j_x^0 = 2 / \left\{ \left(1 + \frac{4}{9} K^2 \right)^{3/2} + \left[\frac{(1 + 4K^2/9)}{(1 + 16K^2/9)} \right]^{3/2} \right\}. \quad (11)$$

Из (11) видно, что интересующее нас отношение плотностей токов является функцией только относительной глубины слоя K . Когда глубина H очень мала по сравнению с l , т.е. $K \rightarrow 0$, получаем: $j_x^0 \rightarrow 1$. Это свидетельствует о том, что плотность тока в тонком слое воды примерно однородна, и мы имеем информацию о всех частях этого слоя практически с одинаковым усреднением. Когда H много больше l , т.е. при $K \rightarrow \infty$, имеем $j_x^0 \approx 27/4K^3$, и плотность тока в верхних слоях воды заметно ослаблена по сравнению с плотностью тока в придонном слое воды. В этом случае информация о верхних слоях воды практически отсутствует, и получаемые данные относятся только к придонному слою, в котором концентрируются рабочие токи измерительной системы.

Следовательно, если рассмотренную выше систему для векторных измерений $\Delta\rho(t)$ выполнить с двумя значительно различающимися разностями l и l' , причем так, чтобы l было существенно больше глубины H , а l' существенно меньше H , то измеряемые сигналы V_i и V_i' позволят определить векторы $\Delta\rho(t)$ и $\Delta\rho'(t)$, несущие информацию соответственно о всем слое водной массы и только о ее придонной части. Разность между V_i и V_i' позволит после надлежащей обработки получить информацию о верхней части водного слоя.

Варьирование разностей l позволяет менять средний радиус действия применяемой системы AMN . Но качественно такой же эффект можно получить и варьированием рабочей частоты f : если одну рабочую частоту f сделать достаточно низкой, чтобы затухание поля по всей толщине слоя было не слишком большим, а вторую рабочую частоту f' сделать достаточно высокой, чтобы толщина скин-слоя для нее в данной воде была меньше глубины H , то мы получим также две группы измеряемых сигналов V_i и V_i' , причем свойства их будут аналогичны тем, которые были рассмотрены выше для двух разностей l и l' . Так как большого быстродействия от такой измерительной системы не требуется, то возможно поочередное измерение информационных сигналов V_i и V_i' на двух (или более) рабочих частотах.

Осуществление параллельных измерений $\Delta\varphi_i = \varphi_{V_i} - \varphi_I$ (т.е. сдвига фаз между сигналами V_i и возбуждающим током I) позволит еще более расширить круг решаемых задач и, в частности, обнаруживать и отличать колебания уровня слоя воды $\Delta H(t)$ от вариаций удельного сопротивления $\Delta\rho(t)$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Унгерман М.Н. Технические средства океанологического обеспечения промысла. М.: Пищевая промышленность, 1981. 272 с.

Поступила 27.01.2004 г.