Общероссийский математический портал

В. С. Кононенко, А. В. Шадкий, В. Е. Тиранин, Влияние нелинейных эффектов на измерение коэффициента поглощения ультразвука в жидкости импульсным методом, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2005, выпуск 38, 96–99

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu380>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.198.187.58

26 апреля 2023 г., 03:50:30

Акустика

УДК 534.222:534.6

В. С. Кононенко, А. В. Шацкий, В. Е. Тиранин

ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ НА ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОГЛОЩЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКА В ЖИДКОСТИ ИМПУЛЬСНЫМ МЕТОДОМ

Проведен анализ влияния нелинейных эффектов, возникающих при распространении ультразвукового импульса в слое жидкости, на измерение коэффициента поглощения ультразвука. Представлены зависимости относительных ошибок от номера возбуждаемых резонансных частот излучаемого пьезопреобразователя при различных амплитудах возбуждающего напряжения.

Повышение точности измерений акустических параметров жидкостей имеет большое значение при исследовании их внутримолекулярного строения. Для жидкостей, обладающих термической релаксацией, основным параметром, определяющим частоту релаксации, является коэффициент поглощения. Уравнение движения в жидкости и уравнение состояния нелинейны, что ведет к искажению полученных результатов в ходе различных экспериментов. Вопрос лишь в том, насколько велико влияние всегда имеющейся нелинейности в том или ином методе измерения акустических параметров. В данной работе исследуется влияние возникающих нелинейных эффектов в импульсном методе измерения коэффициента поглощения в жидкости.

Схема ультразвуковой камеры импульсного метода представлена на рис. 1, где 1 — излучающий пьезопреобразователь, 2 — приемный пьезопреобразователь, 3 — контактный слой жидкости, 4 и 5 — кварцевые линии задержки сигнала, 6 — слой исследуемой жидкости. Принцип работы данного метода следующий. На приемный пьезопреобразователь подается напряжение в виде синусоидального сигнала, промодулированного импульсом. Затем ультразвуковой сигнал, пройдя контактный слой жидкости 3 и линию задержки 4, попадает в слой исследуемой жидкости 6, где поглощается. Далее, через линию задержки 5 и контактный слой 3 доходит до приемного пьезопреобразователя 2, с которого снимается электрический сигнал, обрабатываемый впоследствии. Коэффициент поглощения α определяется по формуле

$$\alpha = \lg(A_1/A_2)/(L_2 - L_1), \quad (1)$$

где A_1 и A_2 — амплитуды ультразвукового импульса на расстояниях L_1 и L_2 от источника соответственно.

Для определения амплитуды излучаемого ультразвукового сигнала необходимо воспользоваться резонансным значением электрического импеданса пьезопреобразователя, нагруженного на среду через контактный слой жидкости. Выражение для резонансного значения импеданса выглядит следующим образом [1]:

$$Z_r = \frac{1}{i\omega C_0} \cdot \left[1 + \frac{k_t^2}{k_1 b} \cdot (d_1/\gamma_1 - 2i d_2/\gamma_1 \gamma_2) \right], \quad (2)$$

где $d_1 = d \sin(2k_2 h)$, $d_2 = d \cdot \sin^2(k_2 h) + \gamma_1^2 \cos^2(k_2 h)$, $d = 1 - \cos(k_1 b)$, C_0 — емкость пьезопластины, ω — резонансная частота, $k_1 = \omega/c_1$ — волновое число для пьезопластины, $k_2 = \omega/c_2$ — волновое число для контактного слоя жидкости, b — толщина пьезопластины, h — толщина контактного слоя жидкости, k_t — коэффициент электромеханической связи пьезопластины.

зопреобразователя, $\gamma_1 = \rho_2 c_2 / \rho_1 c_1$ и $\gamma_2 = \rho_2 c_2 / \rho_3 c_3$ — отношения удельных импедансов контактного слоя к удельному импедансу пьезопластины и материала задержки, а ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 и c_1 , c_2 , c_3 есть плотности вещества и скорости продольных волн для пьезопластины, контактного слоя и линии задержки соответственно. Выражение (2) получено при использовании следующего резонансного условия:

$$f_m = f_0 [m + \pi^{-1} \arctan(\gamma_1 \cdot \cot(k_2 h))], \quad (3)$$

где $f_0 = c_1 / 2b$ — фундаментальная частота плоского пьезопреобразователя.

Решение волнового уравнения для ультразвукового смещения для пьезопластины 1, контактного слоя 3 и линии задержки 4 запишется следующим образом:

$$u_1 = A_1 e^{-ik_1 z} + B_1 e^{ik_1 z}, \text{ при } -b < z \leq 0; \quad (4)$$

$$u_2 = A_2 e^{-ik_2 z} + B_2 e^{ik_2 z}, \text{ при } 0 < z \leq h; \quad (5)$$

$$u_3 = A_3 e^{-ik_3 z}, \text{ при } h < z \leq L + h, \quad (6)$$

где u_1 , u_2 , u_3 — ультразвуковое смещение в пьезопластине, контактном слое и линии задержки соответственно; A_1 , B_1 , A_2 , B_2 , A_3 — амплитуды ультразвуковых волн; $k_3 = \omega / c_3$ — волновое число для материала линии задержки; L — длина линии задержки. Отметим, что вблизи пьезопреобразователя 1 в линии задержки 4 отсутствует отраженный сигнал от границы $z = L + h$, что свидетельствует об импульсном характере воздействия электрического напряжения на пьезопреобразователь 1. Уравнение пьезоэффекта для продольной моды колебаний выглядит следующим образом [2]:

$$T_1 = c_1^D \frac{\partial u_1}{\partial z} - h_1 D_1, \quad (7)$$

где $D_1 = U / i\omega Z_r$ — амплитуда электрической индукции в возбуждаемой пьезопластине; U — напряжение на пьезопреобразователе 1; $c_1^D = \rho_1 c_1^2$ — модуль упругости при постоянной индукции; $h_1 = k_t c_1 \sqrt{\rho_1 / \varepsilon_k}$ — пьезоэлектрическая постоянная; ε_k — диэлектрическая проницаемость пьезопреобразователя. Граничные условия для ультразвукового смещения и упругого напряжения имеют следующий вид [3]:

$$T_1 = 0, \text{ при } z = -b; \quad (8)$$

$$u_1 = u_2, \text{ при } z = 0; \quad (9)$$

$$T_1 = T_2, \text{ при } z = 0; \quad (10)$$

$$u_2 = u_3, \text{ при } z = h; \quad (11)$$

$$T_2 = T_3, \text{ при } z = h. \quad (12)$$

Подставляя выражения (4)–(6) в граничные условия (8)–(12) с учетом (7), получим систему линейных алгебраических уравнений, решая которую находим зависимость амплитуды ультразвукового сигнала A_3 в линии задержки 4 от возбуждающего напряжения U .

Для нахождения амплитуды ультразвукового смещения в слое жидкости вблизи границы $z = h + L$ необходимо учесть отраженный сигнал в линии задержки от данной границы. Решение волновых уравнений запишем в виде

$$u_{3,4} = A_3 e^{-ik_3 z} + B_3 e^{ik_3 z}, \text{ при } h + L - \mu z < z \leq h + L, \quad (13)$$

где μz — малая величина по сравнению с L ; B_3 — амплитуда отраженного сигнала от границы. Смещение в слое жидкости 6, вблизи границы $z = h + L$, представим в виде

$$u_{4,3} = A e^{-ikz}, \text{ при } h + L < z < h + L + \mu z, \quad (14)$$

где A — амплитуда ультразвукового смещения в слое жидкости; $k = \omega / c$ — волновое число слоя жидкости; c — скорость звука в жидкости. Требуя непрерывности ультразвукового смещения и упругого напряжения на границе $z = h + L$, получим систему алгебраических уравнений, решая которую найдем амплитуду ультразвукового смещения A в слое исследуемой жидкости вблизи границы.

Нахождение амплитуды ультразвукового смещения в слое исследуемой жидкости сводится к решению уравнения Бюргерса вида

$$\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\varepsilon}{c^2} v \frac{\partial v}{\partial \tau} = \frac{\beta}{2c^3 \rho} \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2}, \quad (15)$$

где $v = \partial u / \partial \tau$ — колебательная скорость частиц жидкости; ε — параметр нелинейности; β — параметр диссипации среды; ρ — плотность среды; $\tau = t - z/c$ — время в сопровождающей системе координат. Данное уравнение имеет аналитическое решение, которое можно представить в виде ряда Фурье [3]:

$$v = V_0 \frac{\frac{2\beta}{\varepsilon c \rho} \sum_{n=1}^{\infty} n \omega (-1)^n I_n(\varepsilon \text{Re}) \exp\left(-\frac{\omega^2 n^2 \beta z}{2c^3 \rho}\right) \sin(n\omega\tau)}{1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n I_n(\varepsilon \text{Re}) \exp\left(-\frac{\omega^2 n^2 \beta z}{2c^3 \rho}\right) \cos(n\omega\tau)}, \text{ при } L + h + \mu z < z \leq L_2, \quad (16)$$

где $\text{Re} = A c \rho / \beta$ — акустическое число Рейнольдса; n — номер генерируемой вследствие нелинейности гармоники; I_n — модифицированная функция Бесселя n -го порядка; V_0 — начальная амплитуда колебательной скорости, $L_2 = L + h + L_1$, где L_1 — толщина слоя исследуемой жидкости. Переходя от ультразвукового смещения к колебательной скорости в (14), а затем, требуя непрерывности скорости на границе $z = L + h + \mu z$, найдем начальную амплитуду V_0 .

Нелинейными эффектами в линии задержки, контактном слое жидкости и приемном пьезопреобразователе можно пренебречь [4]. Кроме этого, будем считать, что каждая гармоника, генерируемая в слое исследуемой жидкости, возбуждает волну той же частоты в линии задержки 5. Тогда решение в линии задержки 5 запишется следующим образом:

$$u_5 = \sum_{n=1}^N A_5^{(n)} e^{-ink_5 z}, \text{ при } L_2 < z \leq L_2 + L - \mu z, \quad (17)$$

где N — число учитываемых гармоник, $k_5 = k_3$. В данном решении (17), волна, отраженная от границы $z = L_2 + L$, также не учитывается. Переходя в (16) от колебательной скорости к ультразвуковому смещению и требуя непрерывности смещения и упругого напряжения на границе $z = L_2 + L$, получим систему уравнений, решая которую, находим амплитуды ультразвукового смещения $A_5^{(n)}$ в линии задержки 5.

Решения волновых уравнений в линии задержки 5 (вблизи контактного слоя), в контактном слое 3 и в приемном пьезопреобразователе запишутся в виде

$$u_{5,6} = \sum_{n=1}^N A_5^{(n)} e^{-ink_5 z} + \sum_{n=1}^N B_5^{(n)} e^{ink_5 z}, \text{ при } L_2 + L - \mu z < z \leq L_2 + L; \quad (18)$$

$$u_6 = \sum_{n=1}^N A_6^{(n)} e^{-ink_6 z} + \sum_{n=1}^N B_6^{(n)} e^{ink_6 z}, \text{ при } L_2 + L < z \leq L_2 + L + h; \quad (19)$$

$$u_7 = \sum_{n=1}^N A_7^{(n)} e^{-ink_7 z} + \sum_{n=1}^N B_7^{(n)} e^{ink_7 z}, \text{ при } L_2 + L + h < z \leq L_2 + L + h + b, \quad (20)$$

где $k_6 = k_2$, $k_7 = k_1$. Граничные условия для ультразвукового смещения и упругого напряжения запишутся в виде

$$u_{5,6} = u_6, \text{ при } z = L_2 + L; \quad (21)$$

$$T_{5,6} = T_6, \text{ при } z = L_2 + L; \quad (22)$$

$$u_6 = u_7, \text{ при } z = L_2 + L + h; \quad (23)$$

$$T_6 = T_7, \text{ при } z = L_2 + L + h; \quad (24)$$

$$T_7 = 0, \text{ при } z = L_2 + L + h + b. \quad (25)$$

Подставляя выражения (18)–(20) в граничные условия (21) – (25), получаем систему уравнений, решая которую, находим амплитуды ультразвуковых волн $A_7^{(n)}$ и $B_7^{(n)}$ в пьезопреобразователе 2.

Амплитуда электрического напряжения, снимаемого с приемного пьезопреобразователя, определяется выражением

$$U_0 = - \int_{L_2 + L + h}^{L_2 + L + h + b} E(z) dz, \quad (26)$$

где $E(z) = -h_1(\partial u_7/\partial z)$ — напряженность электрического поля в приемном пьезопреобразователе.

Коэффициент поглощения ультразвука α определяется по формуле

$$\alpha = \lg(U_0/U_1)/\Delta L, \quad (27)$$

где U_1 — амплитуда электрического напряжения, снимаемого с приемного пьезопреобразователя при увеличении расстояния между линиями задержки на ΔL . Обычно при измерении коэффициента поглощения импульсным методом расстояние ΔL берется таким, чтобы в него укладывалось порядка 100–200 длин волн. В нашем случае при нелинейном распространении ультразвукового импульса необходимо также ввести еще одно ограничение на расстояние ΔL . Это расстояние должно быть меньшим, чем расстояние до образования разрыва в ультразвуковой нелинейной волне. Число длин волн, укладывающихся на расстоянии до образования разрыва, определяется выражением [3]

$$N_\lambda = 4 \frac{\text{Re}}{M}, \quad (28)$$

где $M = V_0/c$ — акустическое число Маха.

В акустике коэффициент поглощения, как правило, пропорционален квадрату частоты, поэтому часто оперируют величиной α/f^2 , которая является постоянной. В линейном случае данная величина определяется выражением

$$\alpha/f^2 = \beta/2c^3\rho. \quad (29)$$

На рис. 2 приведена зависимость ошибки η , выраженной в процентах, рассчитанной по формуле (27) относительно истинного поглощения, определяемого выражением (29).

Р и с. 2. Зависимость ошибки измерения коэффициента поглощения от номера возбуждаемой частоты при различных значениях возбуждающего напряжения.

При расчете в качестве исследуемой жидкости использовались параметры ацетона, контактной жидкости (параметры вакуумного масла), в качестве пьезопреобразователей — кварц X-среза, а также кварцевые линии задержки, расстояние $\Delta L = 100\lambda$.

Расчет показывает, что даже при достаточно высоких амплитудах возбуждающего напряжения (порядка 30–60 В) и на низких частотах, где проявление нелинейных эффектов наблюдается в наибольшей степени, ошибка измеренного коэффициента поглощения составляет всего 4–7%, которая значительно уменьшается при работе на более высоких частотах. Тогда как ошибка, связанная с дифракционными потерями при распространении ультразвукового импульса, составляет порядка 2–5% [5]. Это означает, что суммарная ошибка на низких частотах может составить порядка 6–12%, что в большинстве экспериментов является приемлемым, например, при измерении поглощения простых жидкостей. Поэтому нелинейные эффекты можно не учитывать.

Все исследования выполнены при финансовой поддержке фонда CRDF.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кононенко В. С., Шацкий А. В. Электрический импеданс пьезопластины нагруженной на среду // Физика волновых процессов и радиотехнические системы, 2005. Т. 8. № 3. С. 39–43.
2. Берлинкур Д., Керран Д., Жаффе Г., Пьезоэлектрические и пьезомагнитные материалы и их применение в преобразователях // Физическая акустика: Под ред. У. Мезона. М.: Мир, 1966. Т. 1. С. 204–326.
3. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. С. 50–57.
4. Кононенко В. С., Шацкий А. В. Нелинейные эффекты в ультразвуковом жидкостном резонаторе с плоскими пьезопреобразователями // Физика волновых процессов и радиотехнические системы, 2005. Т. 8. №1. С. 103–108.
5. Кононенко В. С., Дифракционные поправочные формулы для ультразвуковых измерений // Акуст. журн., 1974. Т. 22, № 2. С. 269–273.

Поступила 28.09.2005 г.