Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. С. Мелентьев, Анализ погрешности определения параметров электрических цепей по мгновенным значениям нескольких переходных процессов, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2005, выпуск 38, 109–115

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu382>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.198.67.100

26 апреля 2023 г., 09:10:22

Проведены численно-аналитические исследования, подтверждающие достоверность полученных формул оценки предельной относительной погрешности вычисления динамических характеристик (с доверительной вероятностью 0,99). На рис. 12–14 представлены границы (кривые 1) для относительной погрешности вычисления частоты, декремента и начальной амплитуды колебаний, соответственно, построенные на основании полученных формул. Точки 2 на этих графиках соответствуют результатам вычисления относительной погрешности в численном эксперименте с параметрами тестового сигнала $a_0 = 1$, $\psi_0 = 1$, $\delta_0 = 0,05$, $\omega = 2\pi$, $\tau = 0,24$ и $N = 100$. Очевидно, что погрешность оценок ДХ практически полностью укладывается в границы для предельной относительной погрешности, вычисленной в соответствии с предложенной методикой по представленным выше формулам.

Таким образом, в работе решены следующие задачи: построена линейно-параметрическая дискретная модель колебаний систем с турбулентным трением в форме стохастического разностного уравнения; описан алгоритм определения динамических характеристик на основе среднеквадратичных оценок коэффициентов стохастического разностного уравнения; разработан итерационный метод среднеквадратичного оценивания коэффициентов ЛПДМ и проведено исследование его эффективности; разработана методика и получены формулы, описывающие предельные относительные погрешности вычисления динамических характеристик. Все это свидетельствует о том, что разработан новый эффективный метод определения динамических характеристик диссипативных систем с турбулентным трением, в основе которого лежит итерационная процедура среднеквадратичного оценивания коэффициентов линейно-параметрической дискретной модели колебаний в форме стохастического разностного уравнения, и который может быть рекомендован к практическому применению в научно-технических и промышленных экспериментах по оценке технического состояния различных механических систем.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Зотеев В. Е. Разработка и исследование линейных дискретных моделей колебаний диссипативных систем // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки, 1999. № 7. С. 170–177.
2. Писаренко Г. С., Матвеев В. А., Яковлев А. П. Методы определения характеристик колебаний упругих систем. Киев: Наук. думка, 1976. 88 с.
3. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. М.: Наука, 1971. 288 с.
4. Вучков И., Бояджиева Л., Солаков Е. Прикладной линейный регрессионный анализ. М.: Финансы и статистика, 1987. 239 с.
5. Грановский В. А., Сирая Т. Н. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. Л.: Энергоатомиздат, 1990. 288 с.

Поступила 3.09.2005 г.

УДК 621.317.33

В. С. Мелентьев

АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПО МГНОВЕННЫМ ЗНАЧЕНИЯМ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

Рассматривается влияние погрешности квантования аналого-цифровых преобразователей на точность определения параметров электрических цепей по мгновенным значениям переходных процессов. Даются рекомендации по выбору оптимальных временных соотношений, обеспечивающих увеличение точности вычисления параметров.

Методы определения параметров электрических цепей (ПЭЦ) по мгновенным значениям нескольких переходных процессов направлены на сокращение времени измерения. В связи с этим формируются два переходных процесса на средних точках двух измерительных цепей или на известном и неизвестном элементах измерительной цепи [1].

Для реализации рассматриваемых методов чаще всего используются устройства с двумя аналого-цифровыми преобразователями (АЦП), которые обеспечивают одновременное измерение мгновенных значений переходных процессов.

Метод определения ПЭЦ [2] заключается в том, что на первую последовательную активно-емкостную (индуктивно-активную) цепь, состоящую из неизвестных по значению элементов, средняя точка которой подключена ко второй последовательной активно-емкостной (индуктивно-активной) измерительной цепи с известным значением сопротивления, подают напряжение постоянного тока; через образцовый интервал времени с момента подачи напряжения одновременно измеряют мгновенные значения напряжений на средних точках обеих цепей и определяют неизвестный элемент второй цепи по измеренным значениям.

Временные диаграммы, поясняющие метод, приведены на рис. 1.

Р и с. 1. Определение ПЭЦ по мгновенным значениям переходных процессов, связанным с моментом подключения напряжения

При подаче напряжения постоянного тока U_0 на первую активно-емкостную измерительную цепь (ИЦ1) напряжение на средней точке этой цепи изменяется по закону

$$u_1(t) = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right),$$

где $\tau_1 = R_1 C_1$ — постоянная времени ИЦ1.

Напряжение на средней точке второй измерительной цепи (ИЦ2) изменяется по закону

$$u_2(t) = u_1(t) U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right),$$

где $\tau_2 = R_0 C_X$ — постоянная времени ИЦ2.

Через временной интервал Δt в момент времени t_1 мгновенные значения напряжений на средних точках цепей равны

$$U_1 = U_0 \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_1}} \right); \quad U_2 = U_0 \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_1}} \right) \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_2}} \right).$$

С помощью АЦП мгновенные значения напряжений U_1 и U_2 преобразуются в коды.

Искомое значение емкости вычисляется согласно выражению

$$C_X = - \frac{\Delta t}{R_0 \ln \left(1 - \frac{U_2}{U_1} \right)}. \quad (1)$$

Оценим погрешность вычисления емкости согласно (1) с учетом погрешности АЦП. Если пренебречь погрешностью от нелинейности, то можно считать, что основной погрешностью АЦП является абсолютная погрешность квантования $\Delta U = U_{np}/2^n$, где U_{np} — максимально допустимое входное напряжение АЦП; n — число двоичных разрядов.

Погрешность при вычислении какой-либо функции, аргументы которой заданы приближенно, может быть оценена с помощью дифференциала этой функции. Таким образом, погрешность функции есть не что иное, как возможное приращение функции, которое она получит, если ее аргументам дать приращения, равные их погрешностям. Ввиду малости погрешностей вполне допустима замена приращений дифференциалами. Если известны только предельные абсолютные погрешности аргументов, то при вычислении дифференциалов необходимо для всех производных брать их абсолютные значения.

Предположим, что при опорном напряжении U_0 мгновенные значения напряжений U_1 и U_2 измеряются с погрешностью преобразования АЦП и предельные абсолютные погрешности измерений равны ΔU_1 и ΔU_2 . В этом случае предельная абсолютная погрешность вычисления C_X определяется выражением

$$\Delta C_X = \left| (C_X)'_{U_1} \right| \Delta U_1 + \left| (C_X)'_{U_2} \right| \Delta U_2.$$

Вычислив производные и считая, что $\Delta U_1 = \Delta U_2 = \Delta U$, где ΔU можно представить как отношение максимального значения напряжения $u_1(t)$ или $u_2(t)$ на входе АЦП к числу уровней квантования этого напряжения, для относительной погрешности вычисления C_X получим

$$\delta_C = \frac{\tau}{\Delta t 2^n} \left| \frac{\left(2 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_2}} \right)}{e^{-\frac{\Delta t}{\tau_2}} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_1}} \right)} \right|. \quad (2)$$

На рис. 2 приведен график зависимости δ_C от соотношений $\Delta t/\tau_2$ и $\Delta t/\tau_1$ при 12-ти разрядном АЦП в соответствии с выражением (2).

Анализ графика на рис. 2 и выражения (2) показывает, что для $n = 12$ при длительности образцового интервала времени $\Delta t = (0,2 \div 2)\tau_2$ и постоянной времени первой активно-емкостной цепи $\tau_1 > 3\Delta t$ относительная погрешность $\delta_C < 0,25\%$. Увеличение разрядности АЦП приводит к уменьшению погрешности (в 2 раза при увеличении разрядности на единицу).

Часто связь между моментом подачи напряжения постоянного тока на измерительную цепь и моментом начала измерения нежелательна. В этом случае может быть использован метод [2], который позволяет начинать измерение в произвольный момент времени после начала переходного процесса.

Метод измерения ПЭЦ заключается в том, что на первую последовательную активно-емкостную (индуктивно-активную) цепь, состоящую из неизвестных по значению элементов, средняя точка которой подключена ко второй последовательной активно-емкостной (индуктивно-активной) измерительной цепи с известным значением сопротивления, подают напряжение постоянного тока; в произвольный момент времени одновременно измеряют первые мгновенные значения напряжений на средних точках обеих цепей; через образцовый интервал времени с момента первого измерения одновременно измеряют вторые мгновенные значения напряжений на средних точках обеих цепей и определяют неизвестный элемент второй цепи по измеренным значениям.

Временные диаграммы для этого метода представлены на рис. 3.

В произвольный момент времени t_1 мгновенные значения напряжений на средних точках первой и второй измерительных цепей равны

$$U_{11} = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_1}} \right) \text{ и } U_{21} = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_1}} \right) \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_2}} \right).$$

Через образцовый интервал Δt в момент времени t_2 мгновенные значения напряжений на средних точках цепей равны

$$U_{12} = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t_1 + \Delta t}{\tau_1}} \right) \text{ и } U_{22} = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t_1 + \Delta t}{\tau_1}} \right) \left(1 - e^{-\frac{t_1 + \Delta t}{\tau_2}} \right).$$

Мгновенные значения напряжений преобразуются в код. Неизвестная емкость измерительной цепи вычисляется согласно выражению

$$C_X = - \frac{\Delta t}{R_0 \ln \left[\frac{(U_{22} - U_{12})U_{11}}{(U_{21} - U_{11})U_{12}} \right]}. \quad (3)$$

Оценим погрешность вычисления емкости согласно (3) с учетом погрешности аналого-цифровых преобразователей. Предельная абсолютная погрешность определения C_X равна:

Р и с. 2. Зависимость погрешности определения C_X от соотношений $\Delta t/\tau_1$ и $\Delta t/\tau_2$ при $n = 12$

Р и с. 3. Определение ПЭЦ по мгновенным значениям переходных процессов, не связанных с моментом подключения напряжения

$$\Delta C_X = \left| (\Delta C)'_{U_{11}} \right| \Delta U_{11} + \left| (\Delta C)'_{U_{12}} \right| \Delta U_{12} + \left| (\Delta C)'_{U_{21}} \right| \Delta U_{21} + \left| (\Delta C)'_{U_{22}} \right| \Delta U_{22}.$$

Вычислив производные, имеем

$$\delta_C = \frac{\tau_2}{\Delta t 2^n} \left[\frac{2 - e^{-\frac{t_1}{\tau_2}}}{e^{-\frac{t_1}{\tau_2}} \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_1}} \right)} + \frac{2 - e^{-\frac{t_1}{\tau_2} - \frac{\Delta t}{\tau_2}}}{e^{-\frac{t_1}{\tau_2}} e^{-\frac{\Delta t}{\tau_2}} \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_1} - \frac{\Delta t}{\tau_1}} \right)} \right]. \quad (4)$$

На рис. 4–6 приведены графики зависимости δ_C от соотношений $\Delta t/\tau_1$ и $\Delta t/\tau_2$ при 12-разрядном АЦП и различных значениях интервалов времени от начала переходного процесса до момента начала измерения t_1 в соответствии с (4).

Р и с. 4. Зависимость погрешности определения C_X от соотношений $\Delta t/\tau_1$ и $\Delta t/\tau_2$ при $n = 12$ и $t_1 = 0,5\tau_1$

Р и с. 5. Зависимость погрешности определения C_X от соотношений $\Delta t/\tau_1$ и $\Delta t/\tau_2$ при $n = 12$ и $t_1 = 0,05\tau_1$

Анализ графиков, представленных на рис. 4 - 6, и выражения (4) показывает, что в общем случае с уменьшением постоянной времени первой активно-емкостной цепи τ_1 относительная погрешность уменьшается. Для сокращения погрешности момент начала измерения следует выбирать в диапазоне $t_1 = (0,02 \dots 0,1)\tau_1$.

Следующий метод [2] заключается в том, что на две последовательные активно-емкостные (индуктивно-активные) цепи, параметры первой из которых известны, а у второй известно значение сопротивления, подают напряжение постоянного тока; через образцовый интервал времени с момента подачи напряжения одновременно измеряют мгновенные значения напряжений на средних точках обеих цепей и определяют неизвестный элемент второй цепи по измеренным значениям и известным параметрам первой цепи.

Р и с. 6. Зависимость погрешности определения C_X от соотношений $\Delta t/\tau_1$ и $\Delta t/\tau_2$ при $n = 12$ и $t_1 = 0,01\tau_1$

Временные диаграммы, поясняющие метод, представлены на рис. 7.

Через образцовый интервал времени Δt с момента подачи напряжения постоянного тока на измерительные цепи в момент времени t_1 мгновенные значения напряжений на средних точках ИЦ1 и ИЦ2 равны

$$U_1 = U_0 \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_0}} \right) \text{ и } U_2 = U_0 \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_X}} \right).$$

Искомый параметр определяется согласно выражению

$$C_X = - \frac{\Delta t}{R_0 \ln \left[1 - \frac{U_2}{U_1} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_0}} \right) \right]}. \quad (5)$$

Произведем оценку погрешности вычисления емкости согласно (5) с учетом погрешности АЦП. Предельная абсолютная погрешность определения C_X равна:

$$\Delta C_X = \left| (\Delta C)'_{U_1} \right| \Delta U_1 + \left| (\Delta C)'_{U_2} \right| \Delta U_2.$$

Вычислив производные, имеем

$$\delta_C = \frac{\tau_X}{\Delta t 2^n} \left| \frac{\left(2 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_X}} - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_0}} \right)}{e^{-\frac{\Delta t}{\tau_X}} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_X}} \right)} \right|. \quad (6)$$

На рис. 8 представлен график зависимости δ_C от соотношений $\Delta t/\tau_X$ и $\Delta t/\tau_0$ при 12-ти разрядном АЦП в соответствии с (6).

Анализ графика (см. рис. 8) и выражения (6) показывает, что в общем случае с увеличением постоянной времени образцовой активно-емкостной цепи τ_0 относительная погрешность уменьшается. Для сокращения погрешности образцовый интервал времени следует выбирать в диапазоне $\Delta t = (0,2 \div 1,5)\tau_X$.

Недостатком метода можно считать относительную сложность вычислений, в частности, необходимость определения $\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_0}\right)$.

Однако, так как параметры образцовой цепи известны, а значение образцового интервала времени Δt можно выбрать постоянным, то

$\exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_0}\right) = \text{const}$ и может быть определено заранее.

Если необходимо обеспечить независимость процесса начала измерения от момента подачи напряжения на измерительные цепи, то можно использовать следующий метод [2].

Метод измерения ПЭЦ заключается в том, что на две последовательные активно-емкостные (индуктивно-активные) цепи, параметры первой из которых известны, а у второй известно значение сопротивления, подают напряжение постоянного тока; в произвольный момент времени одновременно измеряют первые мгновенные значения напряжений на средних точках обеих цепей; через образцовый интервал времени с момента первого измерения измеряют второе мгновенное значение напряжения на средней точке первой цепи и определяют неизвестный элемент второй измерительной цепи по измеренным значениям и известным параметрам первой цепи.

Временные диаграммы для этого метода представлены на рис. 9.

После подключения напряжения постоянного тока к измерительным цепям в произвольный момент времени t_1 мгновенные значения напряжений на средних точках цепей равны

$$U_{11} = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_0}} \right), \quad U_{21} = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_X}} \right).$$

Через образцовый интервал времени Δt в момент времени t_2 мгновенное значение напряжения на средней точке ИЦ1 соответствует

Р и с. 7. Определение ПЭЦ по мгновенным значениям несвязанных переходных процессов

Р и с. 8. Зависимость погрешности определения C_X от соотношений $\Delta t/\tau_X$ и $\Delta t/\tau_0$ при $n=12$

Р и с. 9. Определение ПЭЦ по мгновенным значениям, не связанным с моментом подключения напряжения

$$U_{12} = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t_1 + \Delta t}{\tau_0}} \right). \quad (7)$$

Используя мгновенные значения напряжений, после преобразований получим

$$1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_0}} = \frac{U_{11} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_0}} \right)}{U_{12} - U_{11} e^{-\frac{\Delta t}{\tau_0}}}; \quad (8)$$

$$t_1 = -\tau_0 \ln \left(\frac{U_{12} - U_{11}}{U_{12} - U_{11} e^{-\frac{\Delta t}{\tau_0}}} \right). \quad (9)$$

После преобразований выражения (9) имеем

$$C_X = -\frac{t_1}{R_0 \ln \left[1 - \frac{U_{21}}{U_{11}} \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_0}} \right) \right]}. \quad (10)$$

При этом значения t_1 и $\left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_0}} \right)$ берутся из выражений (8) и (9).

Оценим погрешности вычисления емкости согласно (10) с учетом погрешности АЦП. Предельная абсолютная погрешность определения C_X равна:

$$\Delta C_X = \left| (\Delta C)'_{U_{11}} \right| \Delta U_{11} + \left| (\Delta C)'_{U_{12}} \right| \Delta U_{12} + \left| (\Delta C)'_{U_{21}} \right| \Delta U_{21}.$$

Вычислив производные, имеем

$$\delta_C = \frac{1}{t_1 2^n} \left\{ \left| \frac{\tau_0 \left[2 - e^{-\frac{t_1}{\tau_0}} \left(1 + e^{-\frac{\Delta t}{\tau_0}} \right) \right]}{e^{-\frac{t_1}{\tau_0}} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_0}} \right)} \right| + \left| \frac{\tau_X \left(2 - e^{-\frac{t_1}{\tau_X}} - e^{-\frac{t_1}{\tau_0}} \right)}{e^{-\frac{t_1}{\tau_X}} \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_0}} \right)} \right| \right\}. \quad (11)$$

На рис. 10–12 представлены графики зависимости δ_C от отношений $\Delta t/\tau_X$ и $\Delta t/\tau_0$ при 12-разрядном АЦП и различных значениях интервалов времени от начала переходного процесса до момента начала измерения t_1 в соответствии с (11).

Р и с. 10. Зависимость погрешности определения C_X от соотношений $\Delta t/\tau_0$ и $\Delta t/\tau_X$ при $n = 12$ и $t_1 = 0,5 \tau_0$

Р и с. 11. Зависимость погрешности определения C_X от соотношений $\Delta t/\tau_0$ и $\Delta t/\tau_X$ при $n = 12$ и $t_1 = 0,25 \tau_0$

Анализ графиков (см. рис. 10-12) и выражения (11) показывает, что для обеспечения минимального значения относительной погрешности образцовый интервал времени следует выбирать в диапазоне $\Delta t = (0,7 \div 1,5)\tau_x$ при постоянной времени образцовой цепи $\tau_0 = (0,15 \div 0,5)\Delta t$. Для сокращения погрешности момент начала измерения следует выбирать в диапазоне $t_1 = (0,1 \div 0,5)\tau_0$.

При использовании индуктивно-активных измерительных цепей получают аналогичные результаты.

Проведенный анализ погрешности определения параметров электрических цепей с учетом погрешности квантования аналого-цифровых преобразователей показал, что увеличение их разрядности приводит к уменьшению погрешности в 2 раза при увеличении числа разрядов АЦП на единицу.

Анализ результатов показывает, что значительное различие между минимальными и максимальными значениями погрешностей дает возможность снижения погрешности за счет оптимального выбора соотношения между образцовым интервалом времени и постоянной времени измерительной цепи, а также между образцовым интервалом времени и постоянной времени вспомогательной цепи. При реализации методов определения ПЭЦ по мгновенным значениям двух переходных процессов, не связанных с моментом начала измерения, погрешность можно уменьшить за счет оптимального выбора интервала времени от начала переходного процесса до момента начала измерения.

Р и с. 12. Зависимость погрешности определения C_X от соотношений $\Delta t/\tau_0$ и $\Delta t/\tau_x$ при $n = 12$ и $t_1 = 0,05\tau_0$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Мелентьев В. С. Методы и средства измерения параметров электрических цепей на постоянном токе. Самара: Сам. гос. техн. ун-т, 2004. 120 с.
2. Мелентьев В. С. Определение параметров электрических цепей по отдельным мгновенным значениям нескольких переходных процессов // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Техн. науки, 2004. № 24. С. 172–178.

Поступила 24.06.2005 г.

УДК 004.413

Н. А. Игнатов, Н. Л. Казанский, Ю. И. Корнев, С. Б. Попов

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМОМЕТРИЧЕСКИМ СТЕНДОМ

Рассматриваются проблемы, возникающие при модернизации динамометрического стенда фирмы Schenck, предназначенного для имитации дорожных условий при испытании автомобиля в статическом и динамическом режимах, определения показателей и характеристик автомобиля. В работе исследуется система управления динамометрическим стендом, строятся ее математическая и имитационная модели.

Введение. Особую актуальность в последнее время приобретает моделирование систем управления. Это связано с тем, что разработка требует значительных материальных затрат, необходимости оптимизации системы на этапе ее проектирования. В процессе создания и внедрения системы управления важно оценить ее эффективность, затраты на создание или модернизацию.

При решении этих задач необходимо иметь математическую и имитационную модели системы управления.

В настоящей работе рассматриваются проблемы, возникающие при модернизации динамометрического стенда фирмы Schenck, предназначенного для имитации дорожных условий при испытании автомобиля в статическом и динамическом режимах, определения мощностных и топливно-скоростных показателей автомобиля, определения теплотехнических характеристик автомобиля.