Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. П. Радченко, С. Н. Кубышкина, Математическая модель реологического деформирования и разрушения толстостенной трубы, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 1998, выпуск 6, 23–34

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu4>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.224.187.69

26 апреля 2023 г., 11:20:25

Механика деформируемого тела

УДК 539.4 – 539.376

В.П. Радченко, С.Н. Кубышкина

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕОЛОГИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ТОЛСТОСТЕННОЙ ТРУБЫ

Предложен вариант реологической модели деформирования и разрушения материалов энергетического типа в условиях сложного напряженного состояния. На основании модели решена задача о деформировании и разрушении толстостенной трубы при действии внутреннего давления. Выполнено сравнение данных расчета с экспериментальными данными. Проведен сравнительный анализ результатов работы с данными работ других авторов.

Толстостенная труба является одним из основных конструктивных элементов, работающих в условиях неупругого реологического деформирования при сложном напряженном состоянии и используемых в различного рода продуктопроводах нефтехимического и энергетического оборудования. Поэтому оценка деформирования и разрушения трубы является актуальной задачей как в практическом плане, так и в теоретическом аспекте для механики деформированного твердого тела.

Целью настоящей работы является:

- 1) разработка метода решения краевой задачи для расчета напряженно-деформированного состояния, накопления поврежденности и разрушения в материале толстостенной трубы в условиях ползучести под действием внутреннего давления на основании реологической модели энергетического типа [1-3];
- 2) проверка адекватности результатов решения краевой задачи с экспериментальными данными по длительной прочности труб;
- 3) сравнение данных расчета по длительной прочности на основании решения краевой задачи для толстостенной трубы с существующими феноменологическими теориями длительной прочности чисто силового характера, обзор которых приведен, например, в работах [4,5].

Имеется достаточное количество работ для оценки кинетики напряженно-деформированного состояния трубы для различных видов напряженного состояния. Так, например, в работах [6-9] приведены решения об установившейся ползучести трубы при нулевой скорости осевой деформации. В предположении существования постоянной осевой скорости без учета третьей стадии ползучести решена задача для трубы при совместном действии внутреннего давления, осевой силы и крутящего момента в [10], а в [11] разработан метод решения при действии внутреннего и внешнего давлений и осевой силы для пластичности, который может быть применен и для задач установившейся ползучести.

Решение задачи о разрушении толстостенной трубы без учета первой стадии на основании скалярного параметра поврежденности рассматривалось в [8,12]. Более уточненный вариант кинетики накопления поврежденности с введением зоны предразрушения материала $\omega_* < \omega < 1$ и зоны разрушения $\omega = 1$ предложен для решения длительной прочности трубы в [13]; скалярный параметр энергетического характера применялся в [14], а вектор поврежденности в [15]. Однако вопрос о разрушении толстостенной трубы при наличии трех стадий ползучести с учетом деформации пластичности и на сегодняшний день остается открытым.

Реологическая модель и критерий разрушения при сложном напряженном состоянии

В качестве основной реологической модели в настоящей работе используется модель, предложенная в [3], обобщающая одноосную модель [1,2]. Основным вариантом определяющих соотношений имеет вид

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + e_{ij}^p + p_{ij}; \quad (1)$$

$$e_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \cdot \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \cdot \delta_{ij} \sigma_{ss}; \quad (2)$$

$$e_{kk}^p = 1,5 \cdot \beta_{kk}^p - 0,5 \cdot (\beta_{11} + \beta_{22} + \beta_{33});$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\beta}_{kk}^p = 0, \text{ при } \left| \frac{3}{2} \sigma_{kk} - \frac{1}{2} \cdot \sigma^0 \right| \leq \sigma_{np}; \\ \dot{\beta}_{kk}^p = \begin{cases} \lambda \cdot [a(S - \sigma_{np})^{n-1} \cdot B - \beta_{kk}^p], & [\dots] \cdot B > 0; \\ 0, & [\dots] \cdot B \leq 0, \end{cases} \text{ при } \left| \frac{3}{2} \cdot \sigma_{kk} - \frac{1}{2} \cdot \sigma^0 \right| > \sigma_{np}; \end{array} \right\} \quad (3)$$

$$\dot{p}_{ij} = c \cdot \left(\frac{S}{\sigma_*} \right)^{m-1} \cdot \frac{1}{\sigma_*} \cdot [1,5 \cdot \sigma_{ij} - 0,5 \cdot (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})]; \quad (4)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 \cdot (1 + \omega); \quad (5)$$

$$\dot{\omega} = \gamma(E_2) \sigma_{ij} de_{ij}^p + \alpha(S_0) \sigma_{ij} dp_{ij}, \quad (6)$$

где ε_{ij} , e_{ij} , e_{ij}^p , p_{ij} – полная, упругая, пластическая деформации и деформация ползучести (соответственно); σ_{ij} , σ_{ij}^0 – соответственно истинный и номинальный тензоры напряжений; E , ν – упругие константы материала; E_2 , S , S_0 – соответственно интенсивности тензоров пластической деформации, истинных и номинальных напряжений; λ , a , n , σ_{np} , c , m , σ_* – параметры материала, которые определяются по методике, изложенной в [1,2]; β_{kk} – активные пластические деформации, которые можно было бы наблюдать при отсутствии пуассоновского сужения материала; $\gamma(E_2)$ и $\alpha(S_0)$ задаются аппроксимациями вида

$$\gamma = \gamma_1 (E_2)^{m_1}, \alpha = \alpha_1 (S_0)^{m_2},$$

где γ_1 , m_1 , α_1 , m_2 – константы материала, методика определения которых (с заменой E_2 на e^p , а S_0 – на σ_0) изложена для одноосного случая в [1,2]; ω – скалярный параметр поврежденности. В (1) – (4) использованы обозначения

$$B = \left(\left| \frac{3}{2} \cdot \sigma_{kk} - \frac{1}{2} \cdot \sigma_0 \right| - \sigma_{np} \right) \text{sign} \left(\frac{3}{2} \cdot \sigma_{kk} - \frac{1}{2} \cdot \sigma_0 \right),$$

$$\sigma_0 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}, \quad (7)$$

где sign – функция сигнатуры (знака). Расчет пластической деформации e_{ij}^p осуществляется в главных осях, поэтому суммирование по индексу k в формулах (3), (7) не выполняются. Очевидно, что при записи (1) – (6) использовалась гипотеза соосности тензоров напряжений и деформаций.

В модели (1) – (4) пренебрегается первой стадией ползучести, которая для ряда материалов оказывает несущественное влияние на процесс разрушения. Таким образом, уравнения (1) – (6) описывают процесс неупругого деформирования с изотропным разупрочнением относительно истинных напряжений.

Для описания разрушения материала используется критерий разрушения энергетического типа вида

$$\int_0^{t_*} \frac{\sigma_{ij} de_{ij}^p}{A_*^p} + \int_0^{t_*} \frac{\sigma_{ij} dp_{ij}}{A_*^c(S_0)} = 1, \quad (8)$$

где A_*^p и $A_*^c(S_0)$ – соответственно критические величины работы разрушения истинного напряжения на пластической деформации и на деформации ползучести. В общем случае величина $A_*^c(S_0)$ имеет степенную аппроксимацию вида

$$A_*^c(S_0) = \alpha_A (S_0)^{m_3}, \quad (9)$$

где α_A , m_3 и A_*^p – константы материала, которые могут быть определены по результатам одноосных испытаний (с заменой S_0 на σ_0) по методике, изложенной в [1,2].

Таким образом, построение модели (1) – (9) для описания неупругой деформации при ползучести при сложном напряженном состоянии не требует дополнительных экспериментальных затрат. Все параметры модели определяются по результатам одноосных испытаний.

Решение краевой задачи о неупругом реологическом деформировании и разрушении трубы

Изложим методику решения краевой задачи для толстостенной трубы аналогично работе [16], где решена задача в условиях упругопластического деформирования

Предположим, что толстостенная труба с внутренним радиусом R_1 и внешним R_2 нагружена внутренним давлением p и осевой силой Q . Индексы θ, r, z для всех переменных соответствуют окружной, радиальной и осевой составляющим (соответственно). При решении задачи использовалась гипотеза плоских сечений:

$$\varepsilon_z(r, z, t) = \varepsilon_0(z, t). \quad (10)$$

Второе уравнение совместности деформаций имеет вид

$$r \cdot \frac{d\varepsilon_\theta}{dr} + \varepsilon_\theta = \varepsilon_r. \quad (11)$$

Запишем уравнения равновесия

$$r \cdot \frac{d\sigma_r^0}{d\sigma_r} + \sigma_r^0 = \sigma_\theta^0, \quad (12)$$

$$2\pi \cdot \int_{R_1}^{R_2} \sigma_z^0 \cdot r \cdot dr = Q. \quad (13)$$

Представим полную деформацию в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon_\theta &= e_\theta + e_\theta^p + p_\theta, \\ \varepsilon_r &= e_r + e_r^p + p_r, \\ \varepsilon_z &= e_z + e_z^p + p_z. \end{aligned} \quad (14)$$

Найдем выражение для компонент напряжений $\sigma_\theta, \sigma_r, \sigma_z$. Для этого подставим первые два соотношения (14) в (12) и после преобразований получим

$$r \cdot \frac{d\sigma_\theta^0}{dr} + e_\theta - e_r = p_r - p_\theta + e_r^p - e_\theta^p - r \cdot \frac{d(e_\theta^p + p_\theta)}{dr}. \quad (15)$$

Используя закон Гука (2) для тензора истинных напряжений в главных осях

$$e_i = \frac{1}{E} \cdot [(1 + \nu) \cdot \sigma_i - \nu \cdot I] \quad (i = r, \theta, z), \quad (16)$$

где $I = \sigma_\theta + \sigma_r + \sigma_z$ – первый инвариант тензора истинных напряжений, и связь между компонентами тензоров истинных и номинальных напряжений (5), находим

$$e_\theta - e_r = \frac{1 + \nu}{E_*} \cdot (\sigma_\theta^0 - \sigma_r^0), \quad (17)$$

где $E_* = E/(1 + \nu)$.

Дифференцируя (16) по r при $i = \theta$ и подставляя полученное в (15), получим

$$\frac{r}{E_*} \cdot \left[\frac{d\sigma_\theta^0}{dr} - v \cdot \left(\frac{d\sigma_z^0}{dr} + \frac{d\sigma_r^0}{dr} \right) \right] + e_\theta - e_r = p_r - p_\theta + e_r^p - e_\theta^p - r \cdot \frac{d(e_\theta^p + p_\theta)}{dr}. \quad (18)$$

Выразим $\frac{d\sigma_z^0}{dr}$ через функции σ_θ^0 и σ_r^0 . Для этого подставим третье соотношение (14) в уравнение (16). Тогда при $i=z$ имеем

$$\frac{1}{E_*} \cdot \left[\sigma_z^0 - v \cdot (\sigma_\theta^0 + \sigma_r^0) \right] = \varepsilon_0(z, t) - e_z^p - p_z. \quad (19)$$

Дифференцируя полученное по r и выражая $\frac{d\sigma_z^0}{dr}$, находим

$$\frac{d\sigma_z^0}{dr} = -E_* \cdot \frac{d(e_z^p + p_z)}{dr} + v \cdot \left(\frac{d\sigma_\theta^0}{dr} + \frac{d\sigma_r^0}{dr} \right). \quad (20)$$

Подстановка (17) и (20) в (18) дает

$$\frac{r}{E_*} \cdot (1 - v^2) \cdot \frac{d\sigma_\theta^0}{dr} - \frac{r \cdot v}{E_*} \cdot (1 + v) \cdot \frac{d\sigma_r^0}{dr} + \frac{1 + v}{E_*} \cdot (\sigma_\theta^0 - \sigma_r^0) = g(r, t), \quad (21)$$

где введено обозначение

$$g(r, t) = p_r - p_\theta + e_r^p - e_\theta^p - r \cdot \frac{d(e_\theta^p + p_\theta)}{dr} - r \cdot v \cdot \frac{d(e_z^p + p_z)}{dr}. \quad (22)$$

Выражая из уравнения (12)

$$\frac{d\sigma_r^0}{dr} = \frac{\sigma_\theta^0 - \sigma_r^0}{r} \quad (23)$$

и подставляя это выражение в (21), получим

$$\frac{d\sigma_\theta^0}{dr} + \frac{\sigma_\theta^0 - \sigma_r^0}{r} = \frac{E_* \cdot g(r, t)}{(1 - v^2) \cdot r}. \quad (24)$$

Продифференцируем (23) по r :

$$\frac{d\sigma_r^0}{dr} + r \cdot \frac{d^2\sigma_r^0}{dr^2} + \frac{d\sigma_r^0}{dr} - \frac{d\sigma_\theta^0}{dr} = 0. \quad (25)$$

Подставляя в (25) соотношение $\frac{d\sigma_\theta^0}{dr}$, выраженное из (24), получим неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка относительно переменной σ_r

$$\frac{d^2\sigma_r^0}{dr^2} + \frac{3}{r} \cdot \frac{d\sigma_r^0}{dr} = \frac{E_* \cdot g(r, t)}{(1 - v^2) \cdot r^2}, \quad (26)$$

где время t входит в σ_r и g как параметр. Граничные условия для (26) имеют вид

$$\sigma_r^0|_{r=R_1} = -p, \quad \sigma_r^0|_{r=R_2} = 0. \quad (27)$$

Решение уравнения (26) с граничными условиями (27) имеет вид

$$\begin{aligned} \sigma_r^0(r, t) = & \frac{p(t) \cdot R_{11}^2}{R_2^2 - R_1^2} \cdot \left[1 - \frac{R_2^2}{r^2} \right] + \frac{E_*}{2 \cdot (1 - v^2)} \cdot \left[\int_{R_1}^r \frac{g(x, t)}{x} dx - \frac{R_{21}^2}{R_2^2 - R_1^2} \cdot \int_{R_1}^{R_2} \frac{g(x, t)}{x} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{R_2^2} \right) dx \right] + \\ & \frac{E_*}{2 \cdot (1 - v^2) \cdot r^2} \cdot \left[\frac{R_1^2 \cdot R_{21}^2}{R_2^2 - R_1^2} \cdot \int_{R_1}^{R_2} \frac{g(x, t)}{x} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{R_2^2} \right) dx - \int_{R_1}^r g(x, t) x dx \right]. \end{aligned} \quad (28)$$

Выразим σ_θ из (12):

$$\sigma_{\theta}^0 = r \cdot \frac{d\sigma_r^0}{dr} + \sigma_r^0. \quad (29)$$

Продифференцировав (28) по r и подставив полученное выражение в (29), находим величину σ_{θ}^0 :

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta}^0(r, t) = & \frac{p(t) \cdot R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \cdot \left[1 + \frac{R_2^2}{r^2} \right] - \frac{E_*}{2 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \frac{R_{21}^2}{R_2^2 - R_1^2} \cdot \left[1 + \frac{R_1^2}{r^2} \right] \cdot \int_{R_1}^{R_2} \frac{g(x, t)}{x} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{R_2^2} \right) dx + \\ & + \frac{E_*}{2 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left[\frac{1}{r^2} \cdot \int_{R_1}^r g(x, t) x dx + \int_{R_1}^r \frac{g(x, t)}{x} dx \right]. \end{aligned} \quad (30)$$

Нетрудно видеть, что первые члены (28), (30) совпадают с упругим решением для толстостенной трубы, так как $g(r, t)|_{t=0} = 0$.

Найдем распределение $\sigma_z^0(r, t)$. Для этого представим третье соотношение (14) в виде

$$\varepsilon_z(r, t) = \varepsilon_0(t) = e_z(r, t) + e_z^p(r, t) + p_z(r, t). \quad (31)$$

Используя закон Гука (16), соотношению (31) можно придать вид

$$\varepsilon_0(t) = \frac{1}{E_*} \cdot \{ \sigma_z^0(r, t) - \nu \cdot [\sigma_{\theta}^0(r, t) + \sigma_r^0(r, t)] \} + e_z^p(r, t) + p_z(r, t). \quad (32)$$

$$\sigma_z^0(r, t) = E_* \cdot [\varepsilon_0(t) - e_z^p(r, t) - p_z(r, t)] + \nu \cdot (\sigma_{\theta}^0 + \sigma_r^0). \quad (33)$$

$$\varepsilon_0(t) = \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \cdot \left\{ \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot E_*} + \int_{R_1}^{R_2} [e_z^p(r, t) + p_z(r, t)] r dr - \frac{\nu}{E_*} \int_{R_1}^{R_2} [\sigma_{\theta}^0(r, t) + \sigma_r^0(r, t)] r dr \right\}. \quad (34)$$

Выразим из (32) σ_z^0 :

Таким образом, для того, чтобы иметь распределение σ_z , необходимо знать величину $\varepsilon_0(t)$. Для ее нахождения подставим (33) в (13) и разрешим полученное относительно $\varepsilon_0(t)$:

Зная величину $\varepsilon_0(t)$, из (33) определим σ_z . Имея законы распределения для всех компонент напряжений, из (14) находим ε_{θ} и ε_r

где $J^0 = \sigma_r^0 + \sigma_z^0 + \sigma_{\theta}^0$.

Численная реализация расчета кинетики напряженно-деформированного состояния и разрушения толстостенной трубы под действием внутреннего давления и осевой силы осуществ-

$$\varepsilon_i(r, t) = \frac{1}{E_*} \cdot \{ (1 + \nu) \cdot \sigma_i^0(r, t) - \nu \cdot J^0 \} + e_i^p(r, t) + p_i(r, t) \quad (i = r, \theta), \quad (35)$$

лялась по хорошо известному в теории ползучести методу “шагами по времени”. Временной интервал разбивался на малые отрезки времени $[t_i, t_{i+1}]$ с шагом Δt_i , внутри которого напряженное состояние считалось постоянным и соответствующим моменту $t = t_i$. Приращения всех деформаций в конце отрезка при $t = t_{i+1}$ находились по формулам (1) – (7) по методу Эйлера.

При этом соответствующие интегралы во всех расчетных формулах вычислялись по соответствующим квадратурным формулам численного интегрирования при каждом значении времени $t = t_i$, а для производных по радиусу использовались их конечно-разностные аппроксимации. Время до разрушения в соответствии с (8) определялось следующим образом: расчет продолжался до такого момента времени $t = t^*$, когда в какой-либо точке трубы не выполнялось условие $\Omega(t^*) = 1$, где

$$\Omega(t) = \int_0^t \frac{\sigma_{ij} de_{ij}^p}{A_*^p} + \int_0^t \frac{\sigma_{ij} dp_{ij}}{A_*^e(S_0)}.$$

Следует отметить, что во всех формулах (12) – (35) (кроме (16)) используются номинальные напряжения, тогда как реологические и упругие деформации рассчитываются в соответствии с (1) – (9) по истинным напряжениям.

Экспериментальная проверка модели

Исходной информацией для определения всех параметров модели (1) – (9) являются кривая упругопластического деформирования вплоть до разрушения и серия стационарных кривых одноосной ползучести при $\sigma_0 = \text{const}$ (σ_0 – номинальное напряжение) также до момента разрушения.

В научной литературе имеется огромное число работ, в которых исследовалась длительная прочность толстостенных труб. К сожалению, из всех экспериментальных работ, проанализированных авторами настоящей статьи, лишь в трех из них [17-19] имеется необходимая информация для построения модели деформирования и разрушения (1) – (9). В указанных трех работах экспериментальные исследования проводились лишь в режиме внутреннего давления.

Для стали 12ХМФ ($T = 590^\circ \text{C}$) [19] и стали 20 ($T = 500^\circ \text{C}$) [18] имеются кривые одноосной ползучести вплоть до разрушения, которые приведены на рис. 2 и рис. 4 сплошными линиями. Как видно, эти материалы не имеют первой стадии ползучести. Диаграммы упругопластического деформирования для указанных материалов построены по справочным данным [20] и представлены на рис. 1 и рис. 3 сплошными линиями. Значения параметров модели (1) – (9), вычисленные на основе этой информации согласно методике, изложенной в [1,2], представлены в табл. 1 и 2.

Т а б л и ц а 1

Значения параметров модели для описания деформации пластичности

Материал	T°, C	$\sigma_{\text{пр}}, \text{МПа}$	$E \cdot 10^{-5}, \text{МПа}$	n	$a \cdot 10^6, \text{МПа}^{-n}$	$\gamma \cdot 10^3, \text{МПа}^{-1}$	m_1	$A_*^p, \text{МДж/м}^3$
12ХМФ	590	147.2	0.505	1.97	1.79	9.41	0	91.9
Сталь 20	500	147.2	1.08	2.61	0.52	2.92	0	75.2
ЭИ694	700	137.4	1.08	2.08	2.57	2.81	0	99.1

Т а б л и ц а 2

Значения параметров модели для описания деформации ползучести

Материал	T°, C	$\sigma_*, \text{МПа}$	C	m	$\alpha_1, \text{МПа}^{-1-m_2}$	m_2	$\alpha_A, \text{МПа}^{-1-m_A}$	m_A
12ХМФ	590	176.6	$2.48 \cdot 10^{-5}$	7.1	$7.19 \cdot 10^5$	-2.28	$1.1 \cdot 10^{-4}$	2.35
Сталь 20	500	107.9	$1.86 \cdot 10^{-4}$	7.28	$1.65 \cdot 10^2$	-2.34	$3 \cdot 10^{-2}$	1.52
ЭИ694	700	588.6	$3 \cdot 10^{-6}$	5.3	34.45	-1.5	31.9	0

В качестве примера на рис. 1 – 4 приведены экспериментальные и расчетные по модели (1) – (9) диаграммы упругопластического деформирования и кривые стационарной ползучести для одноосного случая, а в табл. 3 представлены экспериментальные и расчетные значения длительной прочности и неупругой деформации в момент разрушения для стали 12ХМФ и стали 20.

Т а б л и ц а 3

Экспериментальные (t_* , ξ_*) и расчетные (t_1 , ξ_1) значения времени до разрушения и неупругой деформации в момент разрушения (соответственно) при одноосной ползучести стали 12ХМФ при $T = 590^\circ \text{C}$ и стали 20 при $T = 500^\circ \text{C}$

№ п/п	$\sigma_0, \text{МПа}$	$t_*, \text{ч}$	$\xi_*, \%$	$t_1, \text{ч}$	$\xi_1, \%$
Сталь 20 $T = 500^\circ \text{C}$					
1	88.3	4912	28	4490	28.9
2	98.1	2250	28.4	2280	30.7
3	107.9	1134	43.1	1232	32.4
4	117.7	573	24.7	701	34.04
5	127.5	487	30.2	416.5	35.5

6	137.34	244	43.6	257	37
7	147.15	169	26.3	163.7	38.4

Сталь 12ХМФ T = 590 ⁰ С					
1	147.15	2175	11.6	1664	8.8
2	176.6	356	12.3	539	11.5
3	196.2	499	14.3	267	12.3
4	196.2	117	15.2	267	12.3
5	245.25	72	16.3	47.4	16.35

Рис. 1.

Рис. 2.

Рис. 3.

Рис. 4.

Рис. 5.

Р и с. 1 Экспериментальная (1), расчетные в координатах $\sigma_0 - \varepsilon$ (2) и $\sigma - \varepsilon$ (3) диаграммы упругопластического деформирования стали 12ХМФ при $T=590^0\text{C}$

Р и с. 2 Экспериментальные (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) кривые полной деформации стали 12ХМФ при $T=590^0\text{C}$: 1- $\sigma_0=147,15$; 2- $\sigma_0=176,6$; 3- $\sigma_0=245,25$ МПа

Р и с. 3 Экспериментальная (1), расчетные в координатах $\sigma_0 - \varepsilon$ (2) и $\sigma - \varepsilon$ (3) диаграммы упругопластического деформирования стали 20 при $T=500^0\text{C}$

Р и с. 4 Экспериментальные (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) кривые неупругой деформации стали 20 при $T=500^0\text{C}$: 1- $\sigma_0=147,15$; 2- $\sigma_0=137,34$; 3- $\sigma_0=127,53$; 4- $\sigma_0=117,72$; 5- $\sigma_0=107,9$ МПа

Р и с. 5 Расчетные значения номинального σ_i^0 (сплошные линии) и истинного σ_i ($i = r, \theta, z$) (штриховые линии) окружного (а), радиального (б) и осевого (в) напряжений в процессе ползучести трубы из сплава ЭИ694 ($T = 700^0\text{C}$) при внутреннем давлении $P = 32,56$ МПа: 1 - $t=0$; 2 - $t=200$; 3 - $t=1216$; 4 - $t=1355$ ч

Для сплава ЭИ694 ($T = 700^0\text{C}$) в [17] приведены лишь зависимость скорости установившейся ползучести (первая стадия ползучести отсутствует) и значения времени до разрушения t_1 для 14 уровней напряжений при одноосной ползучести (табл. 4). Поскольку неупругая деформация в момент разрушения в [17] не приведена, то она была положена для всех значений напряжений равной 25%. Величина α , входящая в (6), при каждом значении напряжения определялась по модели (1) – (9) из условия прохождения расчетной кривой через точку разрушения (t_1, p_1), где $p_1 = 0,25$. Экспериментальная диаграмма упругопластического деформирования для этого сплава приведена в [21], а вычисленные параметры модели (1) – (9) для этого сплава – в табл. 1 и 2.

Данные расчета времени до разрушения t_1 по модели (1) – (9) в одноосном случае для сплава ЭИ694 представлены в табл. 4. Здесь же через t_1 обозначены экспериментальные данные времени до разрушения.

Экспериментальные и расчетные (на основании решения краевой задачи) данные длительной прочности для толстостенных труб при действии внутреннего давления для этих трех материалов представлены в табл. 5 – 7. Здесь же даны размеры внутреннего (R_1), внешнего (R_2) радиусов и их отношение $\beta_1 = R_2 / R_1$. В качестве иллюстрации на рис. 5 представлены расчетные зависимости номинальных (σ_i^0) и истинных (σ_i) ($i = r, \theta, z$) радиального, окружного и осевого напряжений для толстостенной трубы из сплава ЭИ694 ($T = 700^\circ \text{C}$) в процессе ползучести для варианта N 3 из табл. 7.

Т а б л и ц а 4

Экспериментальные (t_*) и расчетные (t) значения длительной прочности одноосных образцов сплава ЭИ694 ($T = 700^\circ \text{C}$)

№ п/п	σ_0 , МПа	t_* , ч	t , ч
1	83.38	2300	2608
2	87.31	2170	2086
3	98.1	1480	1183
4	94.7	1287	1407
5	95.16	1148	1372
6	98.1	1146	1183
7	105.9	1048	811
8	109.4	706	691.5
9	117.7	462	480
10	128	396	315
11	127.5	392	212
12	138.3	200	321
13	127.5	322	212
14	145.2	175	165

Т а б л и ц а 5

Значения наружного (R_2), внутреннего (R_1) радиусов; их отношение (β_1); экспериментальные (t_*) и расчетные (t_1) значения длительной прочности труб из стали 12ХМФ ($T = 590^\circ \text{C}$) при внутреннем давлении $P = 28$ МПа

№ п/п	R_2 , мм	R_1 , мм	β_1	t_* , ч	t_1 , ч
1	14.85	13.05	1.138	247	179.3
2	15.34	13.24	1.159	452	488.9
3	16.37	13.87	1.18	1131	1098.3
4	16.51	13.91	1.187	1463	1371.1
5	16.68	13.98	1.22	1612	1168.1

Т а б л и ц а 6

Значения наружного (R_2), внутреннего (R_1) радиусов; их отношение (β_1); экспериментальные (t_*) и расчетные (t_1) значения длительной прочности труб из стали 20 ($T = 500^\circ \text{C}$) при внутреннем давлении P

№ п/п	R_2 , мм	R_1 , мм	β_1	P , МПа	t_* , ч	t_1 , ч
1	20.0	18.02	1.11	17.56	75	52.3
2	20.0	18.02	1.11	17.56	100	52.3
3	22.46	17.01	1.32	35.81	385	471
4	21.96	17.02	1.29	29.82	889	989
5	20.0	18.02	1.11	12.26	1058	850.8
6	18.87	17.00	1.11	11.05	1176	1846
7	22.51	18.01	1.25	23.41	1682	2181
8	21.97	18.01	1.22	19.42	3803	3822
9	18.88	17.01	1.11	9.42	5804	5909
10	22.52	18.015	1.25	19.96	7067	7092
11	19.06	17.02	1.12	9.32	7690	11865
12	22.47	17.02	1.32	23.20	9092	11883

**Значения наружного (R_2), внутреннего (R_1) радиусов; их отношение (β_1);
экспериментальные (t_*) и расчетные (t_1) значения длительной прочности труб
из сплава ЭИ694 ($T = 700^0$ С) при внутреннем давлении P**

№ п/п	R_2 , мм	R_1 , мм	β_1	P , МПа	t_* , ч	t_1 , ч
1	15.505	11.495	1.349	25.51	1740	3856
2	15.506	11.495	1.349	28.94	1452	2031
3	15.01	11.0	1.364	32.56	1367	1355
4	15.2	11.51	1.321	34.53	1232	551
5	15.01	10.98	1.367	29.43	1218	2347
6	15.25	10.99	1.388	31.68	933	2060
7	15.0	11.0	1.364	32.56	912	1339
8	15.0	11.0	1.364	37.67	887	629
9	15.05	11.52	1.307	28.55	826	1220
10	15.3	11.04	1.3	37.57	558	218
11	14.3	10.99	1.3	32.57	399	557
12	14.3	11.03	1.3	29.13	326	923
13	14.3	11.05	1.3	32.67	264	489
14	14.3	11.02	1.3	37.57	228	227.6
15	14.64	11.0	1.33	37.86	186	401
16	14.635	11.0	1.33	37.57	124	425

Сравнение результатов

Для сопоставимости результатов по длительной прочности толстостенных труб было выполнено сравнение данных расчета на основании решения краевой задачи по энергетическому варианту (1) –(9) и по прямым эмпирическим методам оценки длительной прочности труб через эквивалентные напряжения [4,5]. Согласно [4,5] при обработке результатов испытаний в случае действия внутреннего давления P характеристики неоднородного напряженного состояния заменяются интегрально средними по поперечному сечению трубы значениями. При этом в [5] показано, что для показателя нелинейности установившейся ползучести $n \geq 1$ при отношении радиусов $1 \leq \beta_1 \leq 1,3$ изменение средних эквивалентных напряжений в процессе ползучести происходит всего на 1%.

В качестве эквивалентных напряжений используют [4,5] максимальное главное напряжение $\sigma_{\theta 1}$, интенсивность напряжений $\sigma_{\theta 2}$, критерий Сдобырева [22] $\sigma_{\theta 3} = (\sigma_{\theta 1} + \sigma_{\theta 2})/2$, разность максимального и минимального главных напряжений $\sigma_{\theta 4}$ и критерий Лебедева [23] $\sigma_{\theta 5} = \chi \cdot \sigma_{\theta 2} + (1-\chi) \cdot \sigma_{\theta 1}$, где χ – константа материала. Для рассматриваемого напряженного состояния (внутреннее давление) средние эквивалентные напряжения $\sigma_{\theta 1}$, $\sigma_{\theta 2}$ и $\sigma_{\theta 4}$ принимают вид [4,5]:

$$\sigma_{\theta 1} = \bar{\sigma}_{\theta}, \quad \sigma_{\theta 2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\bar{\sigma}_{\theta} - \bar{\sigma}_r)^2 + \bar{\sigma}_{\theta}^2}, \quad \sigma_{\theta 4} = \bar{\sigma}_{\theta} - \bar{\sigma}_r.$$

Средние значения $\bar{\sigma}_{\theta}$ и $\bar{\sigma}_r$ вычислялись по формулам [4,5]:

$$\bar{\sigma}_r = \frac{P}{2} \cdot \left[\frac{1}{\beta_1^2 - 1} + \frac{1}{\beta_1^{3/2} - 1} \right], \quad \bar{\sigma}_{\theta} = -\frac{P}{\beta_1^2 + 1},$$

где P – внутреннее давление.

В случае, если добавляется осевая сила Q , то в рассмотрение вводится еще одно напряжение

$$\bar{\sigma}_z = \sigma_z = \frac{Q}{\pi \cdot (R_2^2 - R_1^2)}.$$

Как правило [4,5], для оценки времени до разрушения t_* используют следующие две аппроксимации:

$$t_* = c_3 \cdot \sigma_{\Sigma}^{-m_3}, \quad (36)$$

$$t_* = c_4 \cdot \exp(-m_4 \cdot \sigma_{\Sigma}), \quad (37)$$

при этом c_i , m_i ($i=3,4$) определяют по методу наименьших квадратов обработкой всех экспериментальных данных. В [4,5] показано, что для любого эквивалентного напряжения лучшие результаты по длительной прочности дает степенная аппроксимация (36). Там же установлено, что для испытаний на длительную прочность в условиях одноосной ползучести труб под действием внутреннего давления лучшие результаты для рассматриваемых трех материалов дает эквивалентное напряжение $\sigma_{\Sigma 4} = \bar{\sigma}_I - \bar{\sigma}_{III}$ - разность максимального и минимального главных (средних) напряжений. Поэтому в дальнейших расчетах использовалась аппроксимация (36) при $\sigma_{\Sigma} = \sigma_{\Sigma 4}$.

В табл. 8 приведены средние интегральные напряжения, значения напряжения $\sigma_{\Sigma 4}$, экспериментальные значения t_* по длительной прочности для одноосных образцов и труб под действием внутреннего давления для стали 12ХМФ [19], стали 20 [18], сплава ЭИ694 [17], а также результаты расчета времени до разрушения (t_1) на основании модели (1)-(9) и результаты расчета времени до разрушения (t_2) по аппроксимации (36) со значениями параметров, приведенными в табл. 9.

Для сравнения результатов расчета по модели (1)-(9) и (36) использовалась величина средней относительной ошибки отклонения опытных данных от данных расчетов

$$\Delta_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left| \frac{t_{*j} - t_{ij}}{t_{ij}} \right| \quad (i = 1, 2),$$

где t_{*j} – экспериментальные, t_{ij} – расчетные данные (j -номер реализации), N – количество экспериментов. Численные значения величин ошибок отклонения Δ_i ($i=1,2$) приведены в табл. 9.

Т а б л и ц а 8

Экспериментальные (t_*) и расчетные (t_1, t_2) значения длительной прочности толстостенных труб из стали 12ХМФ ($T=590^\circ\text{C}$); стали 20 ($T=500^\circ\text{C}$) и сплава ЭИ694 ($T=700^\circ\text{C}$); t_1 – расчет по модели (1) – (9) толстостенной трубы, t_2 – феноменологическая модель эквивалентных напряжений

№ п/п	σ_Z , МПа	σ_θ , МПа	σ_r , МПа	$\sigma_{\Sigma 4}$, МПа	t_* , ч	t_1 , ч	t_2 , ч
Сталь 12ХМФ $T=590^\circ\text{C}$							
1	147.15	0	0	147.15	2175	1664	3944
2	176.6	0	0	176.6	356	539	741.7
3	196.2	0	0	196.2	499	267	281.2
4	196.2	0	0	196.2	117	267	281.2
5	245.25	0	0	245.25	72	47.4	36
6	0	206	-12.32	218.3	247	179.3	105
7	0	179	-12.11	191.1	452	488.9	357
8	0	157.84	-11.87	169.7	1131	1098.3	1068
9	0	152.15	-11.97	164.12	1463	1371.1	1455
10	0	147.34	-11.67	159.02	1612	1668	1945.5
Сталь 20 $T=500^\circ\text{C}$							
1	88.3	0	0	88.3	4912	4490	5730.6
2	98.1	0	0	98.1	2250	2280	2666
3	107.9	0	0	107.9	1134	1232	1334.2
4	117.7	0	0	117.7	573	701	709.2
5	127.5	0	0	127.5	487	416.5	396.5
6	137.34	0	0	137.34	244	257	231.5
7	147.15	0	0	147.15	169	163.7	140.25
8	0	159.6	-7.87	167.5	75	52.3	54.8
9	0	159.6	-7.87	167.5	100	52.3	54.8
10	0	112.16	-13.08	125.24	385	471	454
11	0	103.0	-11.18	114.2	889	989	884

№ п/п	σ_z , МПа	σ_0 , МПа	σ_r , МПа	σ_{34} , МПа	t_* , ч	t_1 , ч	t_2 , ч
12	0	111.4	-5.5	116.9	1058	850.8	744.5
13	0	100.55	-4.94	105.4	1176	1846	1583
14	0	93.76	-9.133	102.9	1682	2181	1883
15	0	88.4	-7.798	96.19	3803	3822	3087
16	0	85.64	-4.22	89.86	5804	5909	5042
17	0	79.95	-7.79	87.74	7067	7092	5996
18	0	77.7	-2.7	80.4	7690	11865	11317
19	0	72.7	-8.0	80.7	9092	11883	10574
Сплав ЭИ694 T=700 ⁰ C							
1	83.38	0	0	83.38	2300	2608	2061
2	87.31	0	0	87.31	2170	2086	1694
3	98.1	0	0	98.1	1480	1183	1030
4	94.67	0	0	94.67	1287	1407	1199
5	95.16	0	0	95.16	1148	1372	1173
6	98.1	0	0	98.1	1146	1183	1030
7	105.9	0	0	105.9	1048	811	742
8	109.4	0	0	109.4	706	691.5	647.6
9	117.7	0	0	117.7	462	480	473
10	128.0	0	0	128.0	396	315	331
11	127.5	0	0	127.5	292	321	336
12	138.3	0	0	138.3	200	212	238
13	127.5	0	0	127.5	322	212	336
14	145.2	0	0	145.2	175	165	193.5
15	0	73.3	-9.04	82.4	1740	3856	2175
16	0	83.4	-10.27	93.65	1452	2031	1256
17	0	89.75	-11.38	101.14	1367	1355	904.6
18	0	107.8	-12.57	120.4	1232	551	429.7
19	0	80.44	-10.26	90.7	1218	2347	1440
20	0	80.69	-10.83	91.5	933	2060	1386.4
21	0	89.75	-10.27	101.14	912	1339	904.6
22	0	103.24	-13.145	116.37	887	629	497.2
23	0	93.2	-10.54	103.7	826	1220	813.4
24	0	125.5	-13.96	139.5	558	218	230
25	0	108.4	-12.1	120.5	399	557	428
26	0	94.52	-10.83	105.4	326	923	760
27	0	110.95	-12.20	123.2	264	489	390
28	0	125.5	-13.97	139.5	228	227.6	230
29	0	99.46	-13.0	112.5	186	401	575
30	0	117.7	-13.7	131.4	124	425	295.6

Таблица 9

Значения коэффициентов аппроксимации (36) и средние величины относительной ошибки отклонения экспериментальных данных от расчетных для моделей толстостенной трубы (Δ_1) и модели (36) (Δ_2)

Материал	T, ° C	C ₃ , МПа ^{-m₃}	m ₃	Δ_1 , %	Δ_2 , %
12ХМФ	590	3.6·10 ¹³	9.206	31.8	51.81
Сталь 20	500	1.56·10 ¹⁷	7.263	19.54	22.56
ЭИ694	700	3.23·10 ¹¹	4.266	32.86	32.31

Из вышесказанного можно сделать следующие выводы.

Из анализа величин Δ_i ($i=1,2$) табл. 9 следует, что результаты расчета по длительной прочности по энергетическому варианту (1)-(9) для толстостенной трубы как минимум не хуже данных расчета по аппроксимации (36). Но если (36) есть просто эмпирическая аппроксимация всех опытных данных, то для решения краевой задачи для толстостенной трубы исходными данными являются лишь данные по одноосной ползучести материалов, а в область длительной прочности при действии внутреннего давления осуществляется прогноз на основании численного решения соответствующей краевой задачи.

Таким образом, в целом с учетом естественного разброса данных по длительной прочности, результаты решения краевой задачи для толстостенной трубы под действием внутреннего давления на основе определяющих соотношений (1) – (9) удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

Сделаем еще одно замечание чисто практического плана. При оценке надежности такого конструктивного элемента, как толстостенная труба, часто используют не только катастрофические критерии отказа (физическое разрушение элемента объема материала), о чем шла речь выше, но и параметрические критерии отказа. При этом в качестве такого параметра может выступать, например, радиальное перемещение, кинетика которого легко может быть установлена из решения соответствующей краевой задачи. Чисто же силовые критерии типа (36), (37) лишены такой возможности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Радченко В.П. Энергетический вариант одноосной теории ползучести и длительной прочности // ПМТФ. 1991. N 4. С. 172-179.
2. Радченко В.П., Кичаев Е.К. Феноменологическая реологическая модель и критерий разрушения металлов при одноосном напряженном состоянии // Проблемы прочности. 1991. N 11. С. 13-19.
3. Радченко В.П. Математическая модель неупругого деформирования и разрушения металлов при ползучести энергетического типа // Вестн. СамГТУ. Вып. 4. Сер. "Физ.-мат. науки". Самара: СамГТУ, 1996. С. 43-63.
4. Локощенко А.М., Шестериков С.А. Стандартизация критериев длительной прочности // Унифицированные методы определения ползучести и длительной прочности. Вып. 7. М.: Изд-во стандартов, 1986. С. 3-15.
5. Локощенко А.М. Длительная прочность металлов при сложном напряженном состоянии // Проблемы прочности. 1983. N 8. С. 55-59.
6. Качанов Л.М. Теория ползучести. М.: Физматгиз, 1960. 455 с.
7. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1975. 400 с.
8. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
9. Стасенко В.И. Установившаяся ползучесть толстостенной трубы // Изв. вузов. Машиностроение. 1974. N 2. С. 14-17.
10. Стасенко В.И. Установившаяся ползучесть толстостенной трубы при действии внутреннего давления и изгибающего момента // Изв. вузов. Машиностроение. 1973. N 8. С. 18-22.
11. Ильюшин А.А. Пластичность. М.: Гостехиздат, 1948. 376 с.
12. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974. 312 с.
13. Логинов О.А. Распространение фронта разрушения в толстостенной трубе в условиях ползучести // Надежность и прочность машиностроительных конструкций: Сб. науч. тр. Куйбышев: КнТИ, 1981. С. 61-67.
14. Горев Б.В., Целобуд И.Ю. Применение энергетических уравнений ползучести к расчету толстостенной цилиндрической трубы // Динамика сплошной среды. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР. 1974. Вып. 17. С. 99-105.
15. Наместникова И.В., Шестериков С.А. Применение векторной характеристики поврежденности к расчету на прочность диска и толстостенной трубы в условиях ползучести // Деформирование и разрушение твердых тел. М.: Изд-во МГУ, 1985. С. 53-67.
16. Миронова С.Н. Решение задачи упругопластического деформирования и разрушения толстостенной трубы на основании эндохронной теории пластичности // Вестн. СамГТУ. Вып. 4. Сер. "Физ.-мат. науки". Самара: СамГТУ, 1996. С. 85-92.
17. Зверьков Б.В. Длительная прочность труб при сложных нагружениях // Теплоэнергетика. 1958. N 3. С. 51-54.
18. Кац Ш.М. Исследование длительной прочности углеродистых труб // Теплоэнергетика. 1955. N 11. С. 37-40.
19. Лагунов И.П., Святославов В.К. Испытание пароперегревательных труб из стали 12ХМФ на длительную прочность // Теплоэнергетика. 1959. N 7. С. 55-59.
20. Либерман Л.Я., Пейсикис М.И. Справочник по свойствам сталей, применяемых в котлотурбостроении. М.: Машгиз, 1958. 302 с.
21. Бульгин И.П. и др. Атлас диаграмм растяжения при высоких температурах, кривые ползучести и длительной прочности сталей и сплавов для двигателей. М.: Оборонгиз, 1953. 173 с.
22. Сдобырев В.П. Длительная прочность сплава ЭИ437Б при сложном напряженном состоянии // Изв. АН СССР ОТН. 1958. N 4. С. 92-97.
23. Лебедев А.А. Обобщенный критерий длительной прочности // Термодинамика материалов и конструкций. Сб. науч. тр. Киев: Наукова думка, 1965. С. 69-76.