Общероссийский математический портал

В. С. Мелентьев, Анализ погрешности определения интегральных характеристик периодических сигналов по мгновенным значениям, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2006, выпуск 42, 118–122

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu422>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.89.56.158

26 апреля 2023 г., 10:12:14

Математическое моделирование

УДК 621.317.361

В.С. Мелентьев

АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ПО МГНОВЕННЫМ ЗНАЧЕНИЯМ

Рассматривается влияние погрешности квантования аналого-цифровых преобразователей на точность определения интегральных характеристик по мгновенным значениям периодических сигналов. Приводятся результаты анализа погрешности, которые позволяют оптимально выбрать значения интервалов дискретизации.

В электроэнергетике, радиотехнике, технике связи, в системах автоматического управления обработки информации широко используется измерение интегральных характеристик периодических сигналов (ИХПС): средних, средневыврявленных и среднеквадратических значений напряжения и тока, активной, реактивной и полной мощности, коэффициента мощности.

При измерении ИХПС цифровыми методами наиболее распространен метод, основанный на обработке мгновенных значений сигналов, равномерно распределенных по периоду. Метод позволяет определять интегральные характеристики сложных периодических сигналов. При этом время измерения примерно равно периоду входного сигнала.

При автоматическом управлении экспериментом, выявлении аномальных режимов работы исследуемых объектов, определении скорости изменения параметров требуются быстроедействующие методы и средства измерения ИХПС с временем измерения значительно меньше периода.

Рассмотрим метод [1, 2], обеспечивающий измерение ИХПС за долю периода. Сущность метода заключается в определении интегральных характеристик синусоидальных сигналов по трем мгновенным значениям напряжения и тока, измеренным в равноотстоящие друг от друга моменты времени, первые из которых взяты в произвольный момент времени.

Если сигналы напряжения и тока в исследуемой цепи содержат только первые гармоники, то их мгновенные значения соответственно имеют вид:

$$U_1 = U_m \sin a_1; U_2 = U_m \sin(a_1 + w\Delta t); U_3 = U_m \sin(a_1 + 2w\Delta t);$$

$$I_1 = I_m \sin a_2; I_2 = I_m \sin(a_2 + w\Delta t); I_3 = I_m \sin(a_2 + 2w\Delta t),$$

Р и с. 1. Схематические временные диаграммы

где $\Delta t = t_2 - t_1 = t_3 - t_2$ — интервал времени между двумя соседними выборками; a_1 и a_2 — начальные фазы сигналов напряжения и тока.

Временные диаграммы, поясняющие данный метод, приведены на рис. 1.

Основные ИХПС определяются согласно следующим выражениям:

- среднеквадратические значения напряжения и тока

$$U_{CK3} = \sqrt{\frac{U_1^2}{2 \left[1 - \left(\frac{2U_2^2 - U_3U_1 - U_1^2}{2U_2 \sqrt{U_2^2 - U_3U_1}} \right)^2 \right]}}; \quad (1)$$

$$I_{CK3} = \left| \frac{I_1}{\sqrt{2 \left[1 - \left(\frac{2I_2^2 - I_3I_1 - I_1^2}{2I_2\sqrt{I_2^2 - I_3I_1}} \right)^2 \right]}} \right|; \quad (2)$$

- активная мощность

$$P = \frac{\text{sign}(U_2)(2U_2^2 - U_3U_1 - U_1^2)}{2\sqrt{4U_2^2 - (U_3 + U_1)^2}} \times \frac{\text{sign}(I_2)(2I_2^2 - I_3I_1 - I_1^2)}{\sqrt{4I_2^2 - (I_3 + I_1)^2}} + \frac{U_1I_1}{2}; \quad (3)$$

- реактивная мощность

$$Q = \frac{\text{sign}(I_2)U_1(2I_2^2 - I_3I_1 - I_1^2)}{2\sqrt{4I_2^2 - (I_3 + I_1)^2}} - \frac{\text{sign}(U_2)I_1(2U_2^2 - U_3U_1 - U_1^2)}{2\sqrt{4U_2^2 - (U_3 + U_1)^2}}; \quad (4)$$

- коэффициент мощности

$$I = \frac{2U_2^2 - U_3U_1 - U_1^2}{2U_2\sqrt{U_2^2 - U_3U_1}} \times \frac{2I_2^2 - I_3I_1 - I_1^2}{2I_2\sqrt{I_2^2 - I_3I_1}} +$$

$$+ \left[\text{sign}(U_1) \sqrt{1 - \left(\frac{2U_2^2 - U_3U_1 - U_1^2}{2U_2\sqrt{U_2^2 - U_3U_1}} \right)^2} \right] \left[\text{sign}(I_1) \sqrt{1 - \left(\frac{2I_2^2 - I_3I_1 - I_1^2}{2I_2\sqrt{I_2^2 - I_3I_1}} \right)^2} \right], \quad (5)$$

$$\text{sign}(X) = \begin{cases} 1, & \text{если } X > 0; \\ 0, & \text{если } X = 0; \\ -1, & \text{если } X < 0, \end{cases}$$

где X – любая из функций U_1, U_2, I_1, I_2 .

Для реализации данного метода чаще всего используются устройства с двумя аналого-цифровыми преобразователями (АЦП), которые обеспечивают одновременное измерение мгновенных значений переходных процессов.

Оценим погрешность вычисления среднеквадратических значений сигналов согласно (1) и (2) с учетом погрешности АЦП. Если пренебречь погрешностью от нелинейности, то можно считать, что основной погрешностью АЦП является абсолютная погрешность квантования $\Delta U = U_{np}/2^n$, где U_{np} – максимально допустимое входное напряжение АЦП; n – число двоичных разрядов.

Погрешность при вычислении какой-либо функции, аргументы которой заданы приближенно, может быть оценена с помощью дифференциала этой функции. Если известны только предельные абсолютные погрешности аргументов, то при вычислении дифференциалов необходимо для всех производных брать их абсолютные значения.

Предположим, что при амплитудном значении напряжения U_m мгновенные значения напряжений U_1 , U_2 и U_3 измеряются с погрешностью преобразования АЦП и предельные абсолютные погрешности измерений равны ΔU_1 , ΔU_2 и ΔU_3 . В этом случае предельная абсолютная погрешность вычисления среднеквадратического значения напряжения U_{CK3} определяется выражением

$$\Delta U_{CK3} = \left| (U_{CK3})'_{U_1} \right| \Delta U_1 + \left| (U_{CK3})'_{U_2} \right| \Delta U_2 + \left| (U_{CK3})'_{U_3} \right| \Delta U_3.$$

Вычислив производные и считая, что $\Delta U_1 = \Delta U_2 = \Delta U_3 = \Delta U$, где ΔU можно представить как отношение амплитудного значения напряжения на входе АЦП к числу уровней квантования этого напряжения, для относительной погрешности вычисления U_{CK3} получим

$$d_{CK3} = \frac{1}{2^n} \left\{ \left| \frac{1}{\sin a_1} + \frac{\text{ctg } a_1}{2 \sin w\Delta t} \left[\frac{\text{ctg } a_1 \sin(a_1 + 2w\Delta t)}{\sin w\Delta t} - \frac{\sin(a_1 + 2w\Delta t)}{\sin a_1 \sin(a_1 + w\Delta t)} - \frac{2}{\sin(a_1 + w\Delta t)} \right] + \frac{\text{ctg } a_1}{\sin a_1} \times \right. \right.$$

$$\left. \times \left[\frac{2}{\sin w\Delta t} - \frac{\cos a_1}{\sin(a_1 + w\Delta t)} - \frac{\cos a_1 \sin(a_1 + w\Delta t)}{\sin^2 w\Delta t} \right] + \left| \frac{1}{2 \sin a_1 \sin w\Delta t} \left[\frac{\cos a_1}{\sin w\Delta t} - \frac{1}{\sin(a_1 + w\Delta t)} \right] \right| \right\}. \quad (6)$$

На рис. 2 приведен график зависимости δ_{CK3} от начальной фазы сигнала a_1 для различных интервалов дискретизации $w\Delta t$ при 12-разрядном АЦП в соответствии с выражением (6).

Анализ графика и выражения (6) показывает, что относительная погрешность зависит от момента начала измерения (начальной фазы сигнала) и интервала дискретизации. Для $n=12$ $\delta_{СКЗ} < 0,5\%$ при интервалах дискретизации $50^\circ \leq w\Delta t \leq 130^\circ$. В общем случае меньшая погрешность имеет место при $w\Delta t = 90^\circ$. Увеличение разрядности АЦП приводит к уменьшению погрешности (в 2 раза при увеличении разрядности на единицу).

Произведем оценку погрешности вычисления активной мощности согласно (3) с учетом погрешности АЦП. Будем считать, что предельные абсолютные погрешности преобразования обоих АЦП равны между собой.

Р и с. 2. Зависимость погрешности определения $U_{СКЗ}$ от начальной фазы и интервала дискретизации при $n=12$

В этом случае предельная абсолютная погрешность вычисления активной мощности равна

$$\Delta P = \left| (P)'_{U_1} \right| \Delta U_1 + \left| (P)'_{U_2} \right| \Delta U_2 + \left| (P)'_{U_3} \right| \Delta U_3 + \left| (P)'_{I_1} \right| \Delta I_1 + \left| (P)'_{I_2} \right| \Delta I_2 + \left| (P)'_{I_3} \right| \Delta I_3.$$

Приведенная погрешность определения активной мощности определяется выражением

$$g_P = \frac{1}{2^n} \left\{ \left| \sin a_2 + \text{sign}[\sin(a_1 + w\Delta t)] \text{sign}[\sin(a_2 + w\Delta t)] \right| \times \frac{\cos a_2}{2 \sin(a_1 + w\Delta t) \sin w\Delta t} [\cos a_1 \text{ctg} w\Delta t - \sin(a_1 + 2w\Delta t) - 2 \sin a_1] + \left| \frac{\cos a_2}{\sin w\Delta t} \left[2 - \frac{\cos a_1}{\sin(a_1 + w\Delta t) \sin w\Delta t} \right] \right| + \left| \frac{\cos a_2}{2 \sin(a_1 + w\Delta t) \sin w\Delta t} [\cos a_1 \text{ctg} w\Delta t - \sin a_1] + \left| \sin a_1 + \frac{\text{sign}[\sin(a_1 + w\Delta t)] \text{sign}[\sin(a_2 + w\Delta t)] \cos a_1}{2 \sin(a_2 + w\Delta t) \sin w\Delta t} [\cos a_2 \text{ctg} w\Delta t - \sin(a_2 + 2w\Delta t) - 2 \sin a_2] \right| + \left| \frac{\cos a_1}{\sin w\Delta t} \left[2 - \frac{\cos a_2}{\sin(a_2 + w\Delta t) \sin w\Delta t} \right] \right| + \left| \frac{\cos a_1}{2 \sin(a_2 + w\Delta t) \sin w\Delta t} [\cos a_2 \text{ctg} w\Delta t - \sin a_2] \right| \right\}. \quad (7)$$

На рис. 3 и 4 приведены графики зависимости γ_P от угла сдвига фаз между напряжением и током для различных интервалов дискретизации $w\Delta t$ в соответствии с выражением (7) при 12-разрядном АЦП и начальных фазах сигналов 0° и 95° .

Р и с. 3. Зависимость погрешности определения P от угла сдвига фаз между напряжением и током и интервала дискретизации при начальной фазе 0° и $n=12$

Р и с. 4. Зависимость погрешности определения P от угла сдвига фаз между напряжением и током и интервала дискретизации при начальной фазе 95° и $n=12$

Анализ графиков и выражения (7) показывает, что приведенная погрешность определения активной мощности зависит от момента начала измерения (начальной фазы сигнала), угла сдвига фаз между напряжением и током и интервала дискретизации. Для $n=12$ $\gamma_P < 0,2\%$ при ин-

тервалах дискретизации $50^\circ \leq w\Delta t \leq 70^\circ$ для начальной фазы $\alpha_1=95^\circ$. Если $\alpha_1=0^\circ$, то $\gamma_P < 0,5\%$ при интервалах дискретизации $70^\circ \leq w\Delta t \leq 120^\circ$.

При вычислении реактивной мощности согласно выражению (4) предельная абсолютная погрешность определяется выражением

$$\Delta Q = \left| (Q)'_{U_1} \right| \Delta U_1 + \left| (Q)'_{U_2} \right| \Delta U_2 + \left| (Q)'_{U_3} \right| \Delta U_3 + \left| (Q)'_{I_1} \right| \Delta I_1 + \left| (Q)'_{I_2} \right| \Delta I_2 + \left| (Q)'_{I_3} \right| \Delta I_3,$$

а приведенная погрешность равна

$$g_Q = \frac{1}{2^n} \left\{ \left| \text{sign} \left[\sin(a_2 + w\Delta t) \right] \cos a_2 - \frac{\text{sign} \left[\sin(a_1 + w\Delta t) \right] \sin a_2}{2 \sin(a_1 + w\Delta t) \sin w\Delta t} \left[\cos a_1 \text{ctg} w\Delta t - \sin(a_1 + 2w\Delta t) - 2 \sin a_1 \right] + \left| \frac{\sin a_2}{\sin w\Delta t} \left[2 - \frac{\cos a_1}{\sin(a_1 + w\Delta t) \sin w\Delta t} \right] + \left| \frac{\sin a_2}{2 \sin(a_1 + w\Delta t) \sin w\Delta t} \left[\cos a_1 \text{ctg} w\Delta t - \sin a_1 \right] + \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \left| \frac{\text{sign} \left[\sin(a_2 + w\Delta t) \right] \sin a_1}{2 \sin(a_2 + w\Delta t) \sin w\Delta t} \left[\cos a_2 \text{ctg} w\Delta t - \sin(a_2 + 2w\Delta t) - 2 \sin a_2 \right] - \text{sign} \left[\sin(a_1 + w\Delta t) \right] \cos a_1 \right| + \right. \right. \\ \left. \left. + \left| \frac{\sin a_1}{\sin w\Delta t} \left[2 - \frac{\cos a_2}{\sin(a_2 + w\Delta t) \sin w\Delta t} \right] + \left| \frac{\sin a_1}{2 \sin(a_2 + w\Delta t) \sin w\Delta t} \left[\cos a_2 \text{ctg} w\Delta t - \sin a_2 \right] \right| \right\}. \quad (8)$$

На рис. 5 и 6 приведены графики зависимости γ_Q от угла сдвига фаз между напряжением и током для различных интервалов дискретизации $w\Delta t$ в соответствии с выражением (8) при 12-разрядном АЦП и начальных фазах сигналов 0° и 95° .

Р и с. 5. Зависимость погрешности определения Q от угла сдвига фаз между напряжением и током и интервала дискретизации при начальной фазе 0° и $n=12$

Р и с. 6. Зависимость погрешности определения Q от угла сдвига фаз между напряжением и током и интервала дискретизации при начальной фазе 95° и $n=12$

Анализ графиков и выражения (8) показывает, что приведенная погрешность определения реактивной мощности зависит от момента начала измерения (начальной фазы сигнала), угла сдвига фаз между напряжением и током и интервала дискретизации. Для $n=12$ $\gamma_Q < 0,1\%$ при интервалах дискретизации $40^\circ \leq w\Delta t \leq 140^\circ$ для начальной фазы $\alpha_1=0^\circ$. Если $\alpha_1=95^\circ$, то $\gamma_Q < 1\%$ при интервалах дискретизации $50^\circ \leq w\Delta t \leq 90^\circ$.

Произведем оценку погрешности вычисления коэффициента мощности согласно (5) с учетом погрешности АЦП. Предельная абсолютная погрешность вычисления коэффициента мощности равна

$$\Delta I = \left| (I)'_{U_1} \right| \Delta U_1 + \left| (I)'_{U_2} \right| \Delta U_2 + \left| (I)'_{U_3} \right| \Delta U_3 + \left| (I)'_{I_1} \right| \Delta I_1 + \left| (I)'_{I_2} \right| \Delta I_2 + \left| (I)'_{I_3} \right| \Delta I_3.$$

Выражение для приведенной погрешности имеет следующий вид

$$\begin{aligned}
g_I = \frac{1}{2^n} & \left\langle \left| \cos a_2 - \sin a_2 \operatorname{ctg} a_1 \right| \left\{ \frac{1}{2 \sin^2 w \Delta t} \left[\cos a_1 \sin(a_1 + 2w \Delta t) - \frac{\sin(a_1 + 2w \Delta t)}{\sin(a_1 + w \Delta t)} - \frac{2 \sin a_1}{\sin(a_1 + w \Delta t)} \right] \right\} + \right. \\
& + \left| \frac{2}{\sin w \Delta t} - \frac{\cos a_1}{\sin(a_1 + w \Delta t)} - \frac{\cos a_1 \sin(a_1 + w \Delta t)}{\sin^2 w \Delta t} \right| + \left| \frac{\sin a_1}{2 \sin w \Delta t} \left[\frac{\cos a_1}{\sin w \Delta t} - \frac{1}{\sin(a_1 + w \Delta t)} \right] \right| \Bigg\rangle + \\
& + \left| \cos a_1 - \sin a_1 \operatorname{ctg} a_2 \right| \left\{ \frac{1}{2 \sin^2 w \Delta t} \left[\cos a_2 \sin(a_2 + 2w \Delta t) - \frac{\sin(a_2 + 2w \Delta t)}{\sin(a_2 + w \Delta t)} - \frac{2 \sin a_2}{\sin(a_2 + w \Delta t)} \right] \right\} + \\
& + \left| \frac{2}{\sin w \Delta t} - \frac{\cos a_2}{\sin(a_2 + w \Delta t)} - \frac{\cos a_2 \sin(a_2 + w \Delta t)}{\sin^2 w \Delta t} \right| + \left| \frac{\sin a_2}{2 \sin w \Delta t} \left[\frac{\cos a_2}{\sin w \Delta t} - \frac{1}{\sin(a_2 + w \Delta t)} \right] \right| \Bigg\rangle. \quad (9)
\end{aligned}$$

На рис. 7 и 8 приведены графики зависимости γ_i от угла сдвига фаз между напряжением и током для различных интервалов дискретизации $w \Delta t$ в соответствии с выражением (9) при 12-разрядном АЦП и начальных фазах сигналов 5° и 95° .

Р и с. 7. Зависимость погрешности определения λ от угла сдвига фаз между напряжением и током и интервала дискретизации при начальной фазе 5° и $n=12$

Р и с. 8. Зависимость погрешности определения λ от угла сдвига фаз между напряжением и током и интервала дискретизации при начальной фазе 95° и $n=12$

Анализ графиков и выражения (9) показывает, что приведенная погрешность определения реактивной мощности зависит от момента начала измерения (начальной фазы сигнала), угла сдвига фаз между напряжением и током и интервала дискретизации. Для $n=12$ $\gamma_i < 0,5\%$ при интервалах дискретизации $70^\circ \leq w \Delta t \leq 120^\circ$ для начальной фазы $\alpha_1 = 5^\circ$. Если $\alpha_1 = 95^\circ$, то $\gamma_i < 0,5\%$ при интервалах дискретизации $50^\circ \leq w \Delta t \leq 120^\circ$.

Проведенный анализ погрешности измерения всего комплекса ИХПС с учетом погрешности квантования АЦП позволяет сделать следующие выводы:

- в диапазоне изменения угла сдвига фаз между напряжением и током от 0° до 360° меньшее значение погрешности имеет место при выборе интервала дискретизации $w \Delta t$ в диапазоне от 70° до 90° ;
- в общем случае для увеличения точности вычисления ИХПС (за исключением активной мощности) момент начала измерения α_1 следует выбирать в диапазоне от 5° до 10° ;
- увеличение разрядности АЦП приводит к уменьшению погрешности (в 2 раза при увеличении разрядности на единицу).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. А.с. 1679401, (МКИ) G01R 21/00. Способ определения коэффициента мощности / В.С. Мелентьев, В.С. Баскаков, В.С. Шутов, опубли. в Б.И. 1991, №35.
2. Пат. РФ №2075754, (МКИ) G01R 21/06. Способ измерения активной и реактивной составляющих мощности в цепях синусоидального тока и устройство для его осуществления / В.С. Мелентьев, В.С. Шутов, В.С. Баскаков, опубли. в Б.И. 1997, №8.

Поступила 21.12.2005 г.