Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Т. В. Шувалова, Доказательство формул обращения некоторых интегродифференциальных операторов с помощью преобразования Меллина, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2006, выпуск 43, 15–19

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu447>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.224.187.69

26 апреля 2023 г., 11:59:00

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ФОРМУЛ ОБРАЩЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ С ПОМОЩЬЮ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕЛЛИНА

Получены некоторые формулы обращения для интегродифференциальных операторов на основании преобразования Меллина, которые могут использоваться при построении решений интегральных уравнений.

1. Определения и обозначения. Рассмотрим основные понятия и утверждения математического анализа и теории специальных функций, используемые в данной работе.

Преобразованием Меллина от функции $f(x)$ ($x > 0$) называется функция [1]

$$f^*(s) = \int_0^{\infty} f(t)t^{s-1}dt.$$

Усеченными степенными функциями называются функции вида

$$x_+^{\alpha} = \begin{cases} x^{\alpha}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0; \end{cases} \quad x_-^{\alpha} = \begin{cases} 0, & x \geq 0, \\ (-x)^{\alpha}, & x < 0. \end{cases}$$

Функцией Хевисайда называется функция

$$H(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Гипергеометрической функцией Гаусса называется функция

$$F(a, b; c; z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_n (b)_n}{(c)_n n!} z^n,$$

где $(a)_n$ — символ Похгаммера.

Введем обозначение: $\Gamma \left[\begin{matrix} a_1, a_2, \dots, a_n \\ b_1, b_2, \dots, b_n \end{matrix} \right] = \frac{\Gamma(a_1)\Gamma(a_2)\dots\Gamma(a_n)}{\Gamma(b_1)\Gamma(b_2)\dots\Gamma(b_n)}$, где $\Gamma(z)$ — гамма-функция, для

которой справедливы следующие свойства:

$$\Gamma(z)\Gamma(1-z) = \frac{\pi}{\sin \pi z}, \quad (1)$$

$$\Gamma(1+z) = z\Gamma(z). \quad (2)$$

Простейшие свойства и формулы преобразования Меллина. Выпишем основные формулы преобразования Меллина [1, 2], необходимые в дальнейшем:

$$\left[x^{\alpha} f(x) \right]_{(s)}^* = f^*(s + \alpha); \quad (3)$$

$$\left[\frac{d}{dx} f(x) \right]_{(s)}^* = (1-s)f^*(s-1); \quad (4)$$

$$\left[x^{\alpha} \int_0^{\infty} t^{\beta} f_1\left(\frac{x}{t}\right) f_2(t) dt \right]_{(s)}^* = f_1^*(s + \alpha) f_2^*(s + \alpha + \beta + 1); \quad (5)$$

$$\left[x^{\alpha} \int_0^{\infty} t^{\beta} f_1(xt) f_2(t) dt \right]_{(s)}^* = f_1^*(s + \alpha) f_2^*(1 - s - \alpha + \beta); \quad (6)$$

$$\left[(x-1)_+^{\alpha-1} \right]_{(s)}^* = \Gamma(\alpha) \Gamma \left[\begin{matrix} 1-\alpha-s \\ 1-s \end{matrix} \right], \quad \operatorname{Re} \alpha > 0, \quad \operatorname{Re}(\alpha + s) < 1; \quad (7)$$

$$\left[(1-x)_+^{\alpha-1} \right]_{(s)}^* = \Gamma(\alpha) \Gamma \left[\begin{matrix} s \\ s + \alpha \end{matrix} \right], \quad \operatorname{Re} \alpha > 0, \quad \operatorname{Re} s > 0; \quad (8)$$

$$\left[(1+x)_+^{-p} \right]_{(s)}^* = \frac{1}{\Gamma(p)} \Gamma[s, p-s], \quad 0 < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} p; \quad (9)$$

$$\left[F\left(a, b; c; 1 - \frac{1}{x}\right) \right]_{(s)}^* = \Gamma\left[\begin{matrix} c \\ a, b, c-a, c-b \end{matrix} \right] \Gamma[s+a, s+b, -s, c-a-b-s],$$

$$c \neq 0, -1, -2, \dots; \quad -\operatorname{Re} a, -\operatorname{Re} b < \operatorname{Re} s < 0, \quad \operatorname{Re}(c-a-b); \quad (10)$$

$$\left[F(a, b; c; 1-x) \right]_{(s)}^* = \Gamma\left[\begin{matrix} c \\ a, b, c-a, c-b \end{matrix} \right] \Gamma[s, s+c-a-b, a-s, b-s],$$

$$c \neq 0, -1, -2, \dots; \quad \operatorname{Re}(a+b-c), \quad 0 < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re} a, \quad \operatorname{Re} b; \quad (11)$$

$$\left[(x-1)_+^{c-1} F\left(a, b; c; 1 - \frac{1}{x}\right) \right]_{(s)}^* = \Gamma(c) \Gamma\left[\begin{matrix} 1-c-s, 1-a-b-s \\ 1-a-s, 1-b-s \end{matrix} \right],$$

$$\operatorname{Re} c > 0, \quad \operatorname{Re} s < 1 - \operatorname{Re} c, \quad 1 - \operatorname{Re}(a+b); \quad (12)$$

$$\left[(1-x)_+^{c-1} F\left(a, b; c; 1 - \frac{1}{x}\right) \right]_{(s)}^* = \Gamma(c) \Gamma\left[\begin{matrix} s+a, s+b \\ s+c, s+a+b \end{matrix} \right],$$

$$\operatorname{Re} c > 0, \quad \operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} a, \quad -\operatorname{Re} b; \quad (13)$$

$$\left[(1-x)_+^{c-1} F(a, b; c; 1-x) \right]_{(s)}^* = \Gamma(c) \Gamma\left[\begin{matrix} s, s+c-a-b \\ s+c-a, s+c-b \end{matrix} \right],$$

$$\operatorname{Re} c > 0, \quad \operatorname{Re} s > 0, \quad \operatorname{Re}(a+b-c); \quad (14)$$

$$\left[\frac{1}{1-\tau} \right]_{(s)}^* = \pi \Gamma\left[\begin{matrix} s, 1-s \\ s+\frac{1}{2}, \frac{1}{2}-s \end{matrix} \right], \quad 0 < \operatorname{Re} s < 1. \quad (15)$$

2. Таблица преобразований Меллина некоторых функций. При исследовании краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных возникает проблема получения интегрального уравнения. Используя преобразования Меллина, докажем ряд формул обращения некоторых интегродифференциальных операторов, которыми можно воспользоваться при построении интегральных уравнений.

1⁰. Рассмотрим функцию $g_1(x) = \int_0^x (x-t)^{c-1} F\left(a, b; c; 1 - \frac{t}{x}\right) f(t) dt$ в виде

$$g_1(x) = \int_0^\infty t^{c-1} K\left(\frac{x}{t}\right) f(t) dt, \quad \text{где } K\left(\frac{x}{t}\right) = \left(\frac{x}{t} - 1\right)_+^{c-1} F\left(a, b; c; 1 - \frac{1}{\frac{x}{t}}\right).$$

Введем обозначения: $f_1\left(\frac{x}{t}\right) = K\left(\frac{x}{t}\right)$, $f_2(t) = f(t)$. Тогда по формуле (5) имеем

$$g_1^*(s) = K^*(s) f^*(s+c).$$

Пользуясь формулой (12), найдем $K^*(s) = \Gamma(c) \Gamma\left[\begin{matrix} 1-c-s, 1-a-b-s \\ 1-a-s, 1-b-s \end{matrix} \right]$.

Подставляя полученное выражение для $K^*(s)$ в выражение для $g_1^*(s)$, находим

$$g_1^*(s) = \Gamma(c) \Gamma\left[\begin{matrix} 1-c-s, 1-a-b-s \\ 1-a-s, 1-b-s \end{matrix} \right] f^*(s+c), \quad \operatorname{Re} c > 0, \quad \operatorname{Re} s < 1 - \operatorname{Re} c, \quad 1 - \operatorname{Re}(a+b).$$

2⁰. Представим функцию $g_2(x) = \int_x^1 (t-x)^{c-1} F\left(a, b; c; 1 - \frac{t}{x}\right) f(t) dt$ в виде $g_2(x) = \int_0^\infty t^{c-1} h(t) \times$
 $\times K\left(\frac{x}{t}\right) dt$, где $h(t) = f(t) H(1-t)$, $K\left(\frac{x}{t}\right) = \left(1 - \frac{x}{t}\right)_+^{c-1} F\left(a, b; c; 1 - \frac{t}{x}\right)$.

Используя формулы (5) и (13), найдем

$$g_2^*(s) = \Gamma(c) \Gamma \left[\begin{matrix} s+a, & s+b \\ s+c, & s+a+b \end{matrix} \right] [f(x)H(1-x)]_{(s+c)}^*, \quad \operatorname{Re} c > 0, \operatorname{Re} s > -\operatorname{Re} a, -\operatorname{Re} b.$$

3⁰. Пусть функция $g_3(x)$ имеет вид $g_3(x) = \int_0^1 v(t)t^{\alpha-1} F\left(\alpha+\beta-1, \beta; 2\beta; 1-\frac{t}{x}\right) dt$ или $g_3(x) = \int_0^\infty t^{\alpha-1} h(t) K\left(\frac{x}{t}\right) dt$, где $h(t) = v(t)H(1-t)$, $K\left(\frac{x}{t}\right) = F\left(\alpha+\beta-1, \beta; 2\beta; 1-\frac{t}{x}\right)$. Согласно (5) и (10) имеем

$$g_3^*(s) = \Gamma \left[\begin{matrix} 2\beta \\ \alpha+\beta-1, \beta, \beta-\alpha+1, \beta \end{matrix} \right] \Gamma[s+\alpha+\beta-1, s+\beta, -s, 1-\alpha-s] \times \\ \times [v(x)H(1-x)]_{(s+\alpha)}^*, \quad -\operatorname{Re}(\alpha+\beta-1), -\operatorname{Re}\beta < \operatorname{Re} s < 0, \operatorname{Re}(1-\alpha).$$

4⁰. Пусть $g_4(x) = \int_0^1 v(t)t^{\alpha-1} F(\alpha+\beta-1, \beta; 2\beta; 1-tx) dt$ или $g_4(x) = \int_0^\infty t^{\alpha-1} h(t) K(tx) dt$, где $h(t) = v(t)H(1-t)$, $K(tx) = F(\alpha+\beta-1, \beta; 2\beta; 1-tx)$. Согласно (6) и (11) имеем

$$g_4^*(s) = \Gamma \left[\begin{matrix} 2\beta \\ \alpha+\beta-1, \beta, \beta-\alpha+1, \beta \end{matrix} \right] \Gamma[s, s-\alpha+1, \alpha+\beta-1-s, \beta-s] [v(x)H(1-x)]_{(\alpha-s)}^*, \\ \operatorname{Re}(\alpha-1), 0 < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re}(\alpha+\beta-1), \operatorname{Re}\beta.$$

5⁰. Пусть $g_5(x) = \int_0^1 v(t)t^{\alpha-1} (1-tx)^{1-2\beta} F(1-\beta, \alpha-\beta; 2-2\beta; 1-tx) dt$. Записав функцию $g_5(x)$ в виде

$$g_5(x) = \int_0^\infty t^{\alpha-1} h(t) K(tx) dt, \text{ где } h(t) = v(t)H(1-t), \quad K(tx) = (1-tx)_+^{2-2\beta} \times$$

$\times F(1-\beta, \alpha-\beta; 2-2\beta; 1-tx)$ и применив формулы (6) и (14), найдем

$$g_5^*(s) = \Gamma(2-2\beta) \Gamma \left[\begin{matrix} s, 1-\alpha+s \\ 1-\beta+s, 2-\alpha-\beta+s \end{matrix} \right] [v(x)H(1-x)]_{(\alpha-s)}^*, \\ \operatorname{Re}(2-2\beta) > 0, \operatorname{Re} s > 0, \operatorname{Re}(\alpha-1).$$

6⁰. Пусть $g_6(x) = \int_0^1 v(t)t^{\beta-1} (t+x)^{1-\alpha-\beta} dt$ или $g_6(x) = \int_0^\infty t^{-\alpha} h(t) K\left(\frac{x}{t}\right) dt$, где $h(t) = v(t)H(1-t)$,

$K\left(\frac{x}{t}\right) = \left(1+\frac{x}{t}\right)_+^{1-\alpha-\beta}$. Согласно (5) и (9) имеем

$$g_6^*(s) = \frac{1}{\Gamma(\alpha+\beta-1)} \Gamma[s, \alpha+\beta-1-s] [v(x)H(1-x)]_{(1-\alpha+s)}^*, \quad 0 < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re}(\alpha+\beta-1).$$

7⁰. Пусть $g_7(x) = \int_0^1 v(t)t^{\beta-1} (1+tx)^{1-\alpha-\beta} dt$. Воспользовавшись формулами (6) и (9), получим

$$g_7^*(s) = \frac{1}{\Gamma(\alpha+\beta-1)} \Gamma[s, \alpha+\beta-1-s] [v(x)H(1-x)]_{(\beta-s)}^*, \quad 0 < \operatorname{Re} s < \operatorname{Re}(\alpha+\beta-1).$$

8⁰. Пусть $g_8(x) = \int_0^x (x-t)^{a-1} f(t) dt$, $a > 0$; $g_8(x) = \int_0^\infty t^{a-1} K\left(\frac{x}{t}\right) f(t) dt$, где $K\left(\frac{x}{t}\right) = \left(\frac{x}{t}-1\right)_+^{a-1}$.

Согласно (5) и (7) найдем $g_8^*(s) = \Gamma(a) \Gamma \left[\begin{matrix} 1-a-s \\ 1-s \end{matrix} \right] f^*(s+a)$, $\operatorname{Re} a > 0, \operatorname{Re}(a+s) < 1$.

9⁰. Пусть $g_9(x) = \int_0^x (x-t)^{-1-a} f(t) dt$, $a > 0$, $n-1 < a \leq n$; $g_9^*(s) = \Gamma(-a) \Gamma \left[\begin{smallmatrix} 1+a-s \\ 1-s \end{smallmatrix} \right] f^*(s-a)$,

$\operatorname{Re}(n-a) > 0$, $\operatorname{Re}(n-a+s) < 1$, $\operatorname{Re} a > 0$.

10⁰. Пусть $g_{10}(x) = \int_x^1 (t-x)^{-a-1} f(t) dt$, $a > 0$, $n-1 < a \leq n$; $g_{10}(x) = \int_0^\infty t^{-a-1} K\left(\frac{x}{t}\right) h(t) dt$,

где $K\left(\frac{x}{t}\right) = \left(1 - \frac{x}{t}\right)_+^{-a-1}$, $h(t) = f(t)H(1-t)$; $g_{10}^*(s) = \Gamma(-a) \Gamma \left[\begin{smallmatrix} s \\ s-a \end{smallmatrix} \right] [f(x)H(1-x)]_{(s-a)}^*$,

$\operatorname{Re}(n-a) > 0$, $\operatorname{Re} s > 0$, $\operatorname{Re} a > 0$.

11⁰. Пусть $g_{11}(x) = \int_x^1 (t-x)^{a-1} f(t) dt$ ($a > 0$) или $g_{11}(x) = \int_0^\infty t^{a-1} K\left(\frac{x}{t}\right) h(t) dt$, где $h(t) =$

$= f(t)H(1-t)$, $K\left(\frac{x}{t}\right) = \left(1 - \frac{x}{t}\right)_+^{a-1}$. Согласно (5) и (8)

$$g_{11}^*(s) = \Gamma(a) \Gamma \left[\begin{smallmatrix} s \\ s+a \end{smallmatrix} \right] \times [f(x)H(1-x)]_{(s+a)}^*, \quad \operatorname{Re} a > 0, \operatorname{Re}(s) > 0.$$

12⁰. Рассмотрим функцию $g_{12}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \left(\frac{x}{t}\right)^a \frac{\varphi(t)}{t-x} dt$. Запишем $g_{12}(x)$ в виде $g_{12}(x) =$

$= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty t^{-1} K\left(\frac{x}{t}\right) h(t) dt$, где $h(t) = \varphi(t)H(1-t)$, $K\left(\frac{x}{t}\right) = \left(\frac{x}{t}\right)^a \left(1 - \frac{x}{t}\right)^{-1}$.

Используя формулы (3), (5) и (15), найдем $g_{12}^*(s) = \Gamma \left[\begin{smallmatrix} s+a, 1-a-s \\ s+a+\frac{1}{2}, \frac{1}{2}-a-s \end{smallmatrix} \right] [\varphi(x)H(1-x)]_{(s)}^*$.

Упростим полученное выражение. Согласно (1)

$$\Gamma \left[\begin{smallmatrix} s+a, 1-a-s \\ s+a+\frac{1}{2}, \frac{1}{2}-a-s \end{smallmatrix} \right] = \frac{\sin \pi \left(s+a+\frac{1}{2} \right)}{\sin \pi(s+a)} = \frac{\cos \pi(s+a)}{\sin \pi(s+a)} = \operatorname{ctg} \pi(s+a),$$

$$g_{12}^*(s) = \operatorname{ctg} \pi(s+a) [\varphi(x)H(1-x)]_{(s)}^*, \quad 0 < \operatorname{Re} s < 1.$$

13⁰. Пусть $g_{13}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \left(\frac{x}{t}\right)^a \frac{t^b \varphi(t)}{t-x} dt$; $g_{13}^*(s) = \operatorname{ctg} \pi(s+a) [\varphi(x)H(1-x)]_{(s+b)}^*$, $0 < \operatorname{Re} s < 1$.

14⁰. Пусть $g_{14}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \left(\frac{x}{t}\right)^a \frac{t^b \varphi(t)}{1-tx} dt$. Используя формулы (6), (15) и (2), получим

$$g_{14}^*(s) = \operatorname{ctg} \pi(s+a) [\varphi(x)H(1-x)]_{(1-2a+b-s)}^*, \quad 0 < \operatorname{Re} s < 1.$$

15⁰. Пусть $g_{15}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \left(\frac{x}{t}\right)^a \frac{\varphi(t)}{1-tx} dt$; $g_{15}^*(s) = \operatorname{ctg} \pi(s+a) [\varphi(x)H(1-x)]_{(1-2a-s)}^*$, $0 < \operatorname{Re} s < 1$.

16⁰. Пусть $g_{16}(x) = x^{1-\alpha} \frac{d}{dx} x^{1-\beta} \int_0^x (x-t)^{2\beta-2} f(t) F\left(\alpha+\beta-1, \beta-1; 2\beta-1; 1-\frac{t}{x}\right) dt$.

Рассмотрим выражение $h_1(x) = x^{1-\beta} \int_0^x (x-t)^{2\beta-2} f(t) F\left(\alpha+\beta-1, \beta-1; 2\beta-1; 1-\frac{t}{x}\right) dt$ или $h_1(x) =$

$= x^{1-\beta} \int_0^\infty t^{2\beta-2} K\left(\frac{x}{t}\right) f(t) dt$, где $K\left(\frac{x}{t}\right) = \left(\frac{x}{t}-1\right)_+^{2\beta-2} F\left(\alpha+\beta-1, \beta-1; 2\beta-1; 1-\frac{t}{x}\right)$.

С учетом формул (5) и (12) имеем $h_1^*(s) = \Gamma(2\beta-1) \Gamma \left[\begin{matrix} -\beta+1-s, & 2-\alpha-\beta-s \\ -\alpha+1-s, & 1-s \end{matrix} \right] f^*(s+\beta)$.

Теперь рассмотрим выражения $h_2(x) = \frac{d}{dx} h_1(x)$ и $g_{16}(x) = x^{1-\alpha} h_2(x)$.

Согласно (4) и (3) $g_{16}^*(s) = (\alpha-s) \Gamma(2\beta-1) \Gamma \left[\begin{matrix} \alpha-\beta+1-s, & 2-\beta-s \\ 1-s, & \alpha+1-s \end{matrix} \right] f^*(s-\alpha+\beta)$.

С учетом формулы (2) имеем $g_{16}^*(s) = \Gamma(2\beta-1) \Gamma \left[\begin{matrix} \alpha-\beta+1-s, & 2-\beta-s \\ 1-s, & \alpha-s \end{matrix} \right] f^*(s-\alpha+\beta)$,
 $\operatorname{Re}(2\beta-1) > 0$, $\operatorname{Re} s < 1 - \operatorname{Re}(2\beta-1)$, $1 - \operatorname{Re}(\alpha+2\beta-2)$.

17°. Пусть $g_{17}(x) = x^\theta \frac{d}{dx} x^{-n} \int_0^x (x-t)^{l-1} t^w h(t) F \left(m, n; l; 1 - \frac{t}{x} \right) dt$;

$$g_{17}^*(s) = \Gamma(l) \Gamma \left[\begin{matrix} 2-l+n-\theta-s, & 2-m-\theta-s \\ 2-m+n-\theta-s, & 1-\theta-s \end{matrix} \right] h^*(s+\theta-1-n+l+w),$$

$\operatorname{Re} l > 0$, $\operatorname{Re} s < 1 - \operatorname{Re} l$, $1 - \operatorname{Re}(m+n)$.

18°. Пусть $g_{18}(x) = x^{1+\beta-\gamma-\delta} \int_0^x (x-t)^{\theta+\gamma-\alpha-\beta-1} t^{\alpha+\varepsilon-1} f(t) F \left(\delta-\beta, \gamma-\beta, \delta+\gamma-\alpha-\beta; 1 - \frac{t}{x} \right) dt$.

Согласно (5) и (12) имеем $g_{18}^*(s) = \Gamma(\delta+\gamma-\alpha-\beta) \Gamma \left[\begin{matrix} \alpha-s, & \beta-s \\ \gamma-s, & \delta-s \end{matrix} \right] f^*(s+\varepsilon)$, $\operatorname{Re}(\delta+\gamma-\alpha-\beta) > 0$,
 $\operatorname{Re} s < 1 + \operatorname{Re}(\alpha-\gamma)$, $1 + \operatorname{Re}(\alpha-\delta)$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Маричев О. И. Метод вычисления интегралов от специальных функций. — Минск: Наука и техника, 1978. — 310 с.
2. Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Т. 1. — М.: Наука, 1969. — 343с.

Поступила 11.09.2006 г.

УДК 517.9

И. А. Кузнецова

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЛЕРСТЕДА С ОПЕРАТОРАМИ М. САЙГО НА ХАРАКТЕРИСТИКАХ

Для одного гиперболического уравнения изучена нелокальная задача, краевые условия которой содержат обобщенные операторы в смысле М. Сайго. С помощью этих операторов устанавливается связь между аффиксами точек, расположенных на характеристиках, и нормальной производной. Доказана однозначная разрешимость рассматриваемой задачи.

1. Постановка задачи. Рассмотрим уравнение

$$|y|^l U_{xx} - U_{yy} = 0, \quad (1)$$

где $l = m$ при $y < 0$ и $l = n$ при $y > 0$, m, n — положительные константы в конечной области D , ограниченной характеристиками уравнения (1):

$$\begin{aligned} AC: x - \frac{2}{m+2}(-y)^{\frac{m+2}{2}} &= 0, & BC: x + \frac{2}{m+2}(-y)^{\frac{m+2}{2}} &= 1; \\ AC_1: x - \frac{2}{n+2}y^{\frac{n+2}{2}} &= 0, & BC_1: x + \frac{2}{n+2}y^{\frac{n+2}{2}} &= 1. \end{aligned}$$