Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. В. Волков, Р. В. Скиданов, Численное исследование дифракции света на дифракционных линзах, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2000, выпуск 9, 174–179

DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu45>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.174.149.18

26 апреля 2023 г., 17:54:40

Прикладная оптика

УДК 541.144

А.В.Волков, Р.В.Скиданов

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА ДИФРАКЦИОННЫХ ЛИНЗАХ

Разработан метод оценки влияния технологических ошибок при формировании микрорельефа дифракционных линз (ДЛ) на световое поле в дальней зоне дифракции.

Дифракционная линза (ДЛ) - это оптический элемент, выполненный по технологии микролитографии и представляющий собой стеклянную пластинку с микрорельефом на одной стороне. Функция рельефа ДЛ пропорциональна фазовой функции вида

$$S(r, \varphi) = \left\{ -kr^2/2f \right\}_{2\pi}, \quad (1)$$

где (r, φ) - полярные координаты; f - фокусное расстояние; $\{\dots\}_{2\pi}$ - дробная часть от деления на 2π или операция приведения числа к уровню 2π ;

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (2)$$

На рис.1 показан вид сечения функции $S(r, \varphi)$ при $\varphi=0$.

Р и с.1. Вид сечения функции $S(r, \varphi)$

Изготовление ДЛ с микрорельефом, пропорциональным функции (1), по технологии микролитографии осуществляется в несколько этапов. Сначала рассчитывается и изготавливается с помощью лазерного или электронного фотопостроителя набор бинарных фотошаблонов. Бинарный фотошаблон - это амплитудная маска, имеющая только два значения функции пропускания, например, 0 и 1. На следующем этапе с помощью полученных фотошаблонов происходит травление поверхности стекла с целью получения многоградиационного рельефа. С каждым новым травлением увеличивается число уровней градаций фазы линзы. Так после первого шаблона и первого травления получается 2-градиационная линза с фазовой функцией

$$S_2(r, \varphi) = \begin{cases} 2\pi, & \pi < S(r, \varphi) \leq 2\pi, \\ \pi - \delta_l, & 0 < S(r, \varphi) \leq \pi. \end{cases} \quad (3)$$

где δ_l - ошибка, которая может возникнуть при неправильном выборе времени травления стекла ДЛ.

Вид функции $S_2(r, \varphi)$, которая является бинарной аппроксимацией непрерывной функции $S(r, \varphi)$, показан на рис.2. После второго этапа травления получается 4- уровневая аппроксимация рельефа линзы, фазовая функция которой имеет вид

$$S_4(r, \varphi) = \begin{cases} 2\pi, \frac{3}{2}\pi < S(r, \varphi) \leq 2\pi, \\ \frac{3}{2}\pi - \delta_1, \pi < S(r, \varphi) \leq \frac{3}{2}\pi, \\ \pi - \delta_2, \frac{\pi}{2} < S(r, \varphi) \leq \pi, \\ \frac{\pi}{2} - \delta_1 - \delta_2, 0 < S(r, \varphi) \leq \frac{\pi}{2}, \end{cases} \quad (4)$$

где δ_2 - ошибка, которая появляется при втором травлении при неправильном выборе времени травления.

Р и с.2. Вид функции $S_2(r, \varphi)$

Вид функции $S_4(r, \varphi)$, являющейся 4- уровневой аппроксимацией функции $S(r, \varphi)$, показан на рис.3.

Р и с.3. Вид функции $S_4(r, \varphi)$

После третьего травления с помощью третьего бинарного шаблона получается 8-и уровневая линза, фазовая функция которой имеет вид

$$S_8(r, \varphi) = \begin{cases} 2\pi, \frac{7}{4}\pi < S(r, \varphi) \leq 2\pi, \\ \frac{7}{4}\pi - \delta_3, \frac{6}{4}\pi < S(r, \varphi) \leq \frac{7}{4}\pi, \\ \frac{6}{4}\pi - \delta_2, \frac{5}{4}\pi < S(r, \varphi) \leq \frac{6}{4}\pi, \\ \frac{5}{4}\pi - \delta_2 - \delta_3, \pi < S(r, \varphi) \leq \frac{5}{4}\pi, \\ \pi - \delta_1, \frac{3}{4}\pi < S(r, \varphi) \leq \pi, \\ \frac{3}{4}\pi - \delta_1 - \delta_3, \frac{\pi}{2} < S(r, \varphi) \leq \frac{3}{4}\pi, \\ \frac{\pi}{2} - \delta_1 - \delta_2, \frac{\pi}{4} < S(r, \varphi) \leq \frac{\pi}{2}, \\ \frac{\pi}{4} - \delta_1 - \delta_2 - \delta_3, 0 < S(r, \varphi) \leq \frac{\pi}{4}, \end{cases} \quad (5)$$

где δ_3 - ошибка при третьем травлении рельефа линзы. Вид функции $S_8(r, \varphi)$, являющейся 8-уровневой аппроксимацией функции $S(r, \varphi)$, показан на рис.4.

Р и с.4. Вид функции $S_8(r, \varphi)$

Заметим, что в ходе изготовления линзы может возникнуть ряд других технологических ошибок, например, поворот и смещение при наложении очередного шаблона на уже протравленный рельеф. Эти ошибки анализируются в последующих работах.

Моделирование дифракции Фраунгофера на дифракционной линзе

В скалярном приближении дифракция Фраунгофера наблюдается в фокальной плоскости сферической линзы (или в дальней зоне) и описывается преобразованием Фурье [1]:

$$F(\xi, \eta) = \frac{k}{2\pi f i} e^{ikf} \iint_{\Omega} A_0(x, y) e^{iS(x, y)} e^{-i\frac{k}{f}[x\xi + y\eta]} dx dy, \quad (6)$$

где $F(\xi, \eta)$ - комплексная амплитуда света в фокальной плоскости линзы с фокусным расстоянием f ; $A_0(x, y)$ - амплитуда освещающего линзу пучка света с волновым числом $k=2\pi/\lambda$; λ - длина волны; $S(x, y)$ - фазовая функция ДЛ; Ω - апертура диафрагмы, окружающей линзу, или апертура освещающего пучка.

В ходе моделирования интегральное преобразование Фурье (6) заменяется дискретным преобразованием:

$$F_{pq} = C \sum_{n,m=1}^N A_{mn} \exp[iS_{mn}] \exp\left[-i2\pi \left\{ \frac{mp + nq}{N} \right\}\right], \quad (7)$$

где F_{pq} , A_{mn} , S_{mn} - эквидистантные отсчеты функций $F(\xi, \eta)$, $A_0(x, y)$, $S(x, y)$ соответственно; C - постоянная. Дискретность выбора отсчетов H_x в плоскости аксикона и дискретность H_ξ в плоскости наблюдения связаны соотношением

$$H_\xi = \frac{\lambda f}{H_x N}, \quad (8)$$

где $N \times N$ - размерность матрицы отсчетов. Сумма (7) вычислялась с помощью алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ) [2], $N=2^k=256$.

Для сферической линзы проводилось исследование, каким образом среднеквадратичная ошибка формирования интенсивности зависит от параметра D/f при некотором фиксированном значении одной из ошибок. В таблице приведены значения среднеквадратичной ошибки формирования интенсивности для различных значений параметра D/f . При этом одна из технологических ошибок отлична от нуля.

Значения среднеквадратической ошибки формирования интенсивности

D/f	$\delta_1=0.1$	$\delta_2=0.1$	$\delta_3=0.1$
0.0006	0.253	0.163	0.190
0.0008	0.175	0.181	0.201
0.0010	0.232	0.139	0.154
0.0012	0.278	0.182	0.202
0.0014	0.247	0.161	0.177
0.0016	0.334	0.170	0.186

Из таблицы видно, что при $D/f=0.001$ среднеквадратичная ошибка формирования интенсивности минимальна, поэтому исследование проводилось для линз с $D/f=0.001$, $A_0(x, y)=1$ - плоский освещающий пучок света. Причем исследовались сферическая и цилиндрическая линзы с этими параметрами. Целью данного численного эксперимента является исследование влияния технологических ошибок на ошибку формирования светового поля.

В качестве критерия оценки будем использовать среднеквадратичную ошибку σ :

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i,j} \frac{(I_{i,j}^n - I_{i,j})^2}{I_{i,j}^2}}, \quad (9)$$

где $I_{i,j}$ - интенсивность, регистрируемая для линзы с гладкой фазой; $I_{i,j}^n$ - интенсивность, регистрируемая для линзы с квантованной фазой.

Следует заметить, что само квантование приводит к ошибке формирования светового поля, которая быстро уменьшается с увеличением числа уровней. На рис.5. представлены графики зависимости среднеквадратичной ошибки формирования интенсивности в зоне дифракции Фраунгофера от числа уровней квантования.

Р и с. 5. Графики зависимости σ от количества уровней квантования: _____ - для цилиндрической линзы; ----- - для сферической линзы

Наличие в бинарной фазовой функции ДЛ (3) технологической ошибки δ_i приводит к плавному росту среднеквадратичной ошибки для цилиндрической линзы и резкому росту среднеквадратичной ошибки для сферической линзы. Характерными являются значения относительной среднеквадратичной ошибки формирования интенсивности в зоне дифракции Фраунгофера $\Delta\sigma_1$ и $\Delta\sigma_2$, которые определяются по формуле

$$\Delta\sigma_i = \sigma_i - \sigma_{i0}, \quad (10)$$

где σ_{i0} – значение среднеквадратичной ошибки формирования интенсивности при $\delta_l = 0$.

На рис. 6 представлены графики зависимости среднеквадратичной ошибки формирования интенсивности в зоне дифракции Фраунгофера от δ_l .

Р и с. 6. Графики зависимости ошибки формирования светового поля в дальней зоне дифракции от технологической ошибки δ_l (неотравленный ДОО) для сферической и цилиндрической линз: — - сферическая линза; ---- - цилиндрическая линза

На рис. 7 представлены графики зависимости среднеквадратичной ошибки формирования интенсивности в зоне дифракции Фраунгофера от δ_l для небольших значений δ_l .

Р и с. 7. Графики зависимости ошибки формирования светового поля в дальней зоне дифракции от технологической ошибки δ_l (для небольших значений δ_l) для сферической и цилиндрической линз: — - сферическая линза; ---- - цилиндрическая линза

Для случая перетравленного ДОО наблюдается абсолютно симметричная картина.

Р и с. 8. Графики зависимости ошибки формирования светового поля в дальней зоне дифракции от технологической ошибки δ_2 (при $\delta_l = 0$) для сферической и цилиндрической линз: — - сферическая линза; ---- - цилиндрическая линза

Для 4-уровневой линзы с фазовой функцией $S_4(r, \varphi)$ σ зависит от ошибки δ_1 более существенно, чем от ошибки δ_2 . На рис.8 представлены графики зависимости среднеквадратичной ошибки формирования интенсивности в зоне дифракции Фраунгофера от δ_2 при $\delta_1 = 0$ для сферической и цилиндрической линз.

Для 8-уровневой линзы σ зависит от технологических ошибок δ_1 , δ_2 , δ_3 . На рис.9 представлены графики зависимости среднеквадратичной ошибки формирования интенсивности в зоне дифракции Фраунгофера от δ_3 при $\delta_1 = 0$, $\delta_2 = 0$ для сферической и цилиндрической линз.

Р и с. 9. Графики зависимости ошибки формирования светового поля в дальней зоне дифракции от технологической ошибки δ_3 (при $\delta_1 = 0$, $\delta_2 = 0$) для сферической и цилиндрической линз:
 — сферическая линза; ---- - цилиндрическая линза

В ходе моделирования показано, что при наличии технологических ошибок в изготовлении 2-,4-,8-градационных линз, связанных с разной глубиной травления стекла на каждом этапе, могут полностью исказить картину дифракции Фраунгофера.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гудмен Дж. Введение в Фурье-оптику. М.: Мир, 1970.
2. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978.